BSB Bayerische StaatsBibliothek

MIDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Schellenberg, Johann Philipp, 1767-1834

Kaufmännische Arithmetik oder allgemeines Rechenbuch für Banquiers, Kaufleute, Manufakturisten, Fabrikanten und deren Zöglinge

Bd.: 1

Braunschweig 1812

Bamberg, Staatsbibliothek -- Ma.o.114-b(1
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11739896-2

5·4 –

Mka.

114b
1

L. Fürst

Im Jahre 1816 gekauft

Acheté l'an 1817

durch meinen Schüler Dall'armi aus München

allgemeine Regel um einer jeden Zahl ihre Verbindungen zu zeigen, ihre amben zu berechnen.
Man multiplizirt die Zahl N mit N-1 u. theilt das Product durch 2

$\frac{n \times (n-1)}{2}$ $\quad n = 90$ also $\frac{90 \times 89}{1 \times 2} = 4005$

Ternen $\frac{90 \times 89 \times 88}{1 \times 2 \times 3}$

Quat. $\frac{90 \times 89 \times 88 \times 87}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$

Quint $\frac{90 \times 89 \times 88 \times 87 \times 86}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}$

Kaufmännische
Arithmetik
oder
allgemeines Rechenbuch
für
Banquiers, Kaufleute, Manufacturisten, Fabrikanten und deren Zöglinge.

Herausgegeben

von

Johann Philipp Schellenberg.

Erster Cursus.

Zweite, ganz neu bearbeitete Auflage.

Rudolstadt,

Im Verlage der Hof- Buch- und Kunsthandlung.

1812.

Seiner

Hochfürstlichen Durchlaucht

Herrn Herrn

Emich Karl,

Fürsten zu Leiningen, Pfalzgrafen zu Mosbach, Grafen zu Dürn, Herrn zu Amorbach, Miltenberg, Bischofsheim, Boxberg, Hardheim, Schüpf und Lauda, etc. des St. Hubertus-Ordens Ritter, General-Lieutenant der Cavalerie, und Inhaber eines Chevauxlegers-Regiments in Königl. Baierischen Diensten etc.

in tiefster Ehrfurcht

gewidmet.

Durchlauchtigster Fürst,

Gnädigster Fürst und Herr!

Wenn der Name eines edeln und erhabenen Fürsten, eines Freundes und Beschützers gemeinnütziger Kenntnisse und Wissenschaften, einem Werke dieser Art zur Zierde gereicht, so widerfährt dieser neuen Auflage meiner Arithmetik eine Ehre, über die sich alle Besitzer derselben mit mir freuen werden.

Möge auch *Euer Hochfürstlichen Durchlaucht* hoher Beifall mein Bestreben, Kürze und Leichtigkeit in einem gegenwärtig allen Ständen so unentbehrlichen Theil des menschlichen Wissens, mit einander zu verbinden, rechtfertigen!

Mein einziger Wunsch ist, dafs *Eure Hochfürstliche Durchlaucht* diese unterthänigste Zueignung als ein unverlöschliches Denkmal der innigsten Verehrung und unterthänigsten Dankbarkeit anzusehen geruhen mögen! Mit diesen Gesinnungen ersterbe ich

Eurer Hochfürstl. Durchlaucht

Weimar,
den 26. April 1812.

unterthänigst gehorsamster

Johann Philipp Schellenberg.

Vorerinnerung.

Seit meiner Zurückkunft aus Dänemark (1795), wurde durch mehrere, vielleicht nicht ganz zufällig mitwirkende Ursachen die Arithmetik das Fach, das ich in Arbeits- und Erholungsstunden am meisten zu betreiben mich genöthigt sah. Im Jahr 1798 gab ich das erste Werkchen in diesem Fache auf Pränumeration heraus, nämlich ein *kurzes und leichtes Rechenbuch für Anfänger, wie auch für Bürger- und Landschulen*; welches nicht nur von den Recensenten gut beurtheilt, sondern auch von dem Publikum so günstig aufgenommen wurde, daſs nun schon vor 2 Jahren von Hrn. *Gerhard Fleischer* dem Jüngern in Leipzig die dritte Auflage davon gemacht wor-

den. Eine so nachsichtsvolle Beurtheilung und eine so schmeichelhafte Aufnahme fachte auf der einen Seite den Eifer zu mehrerer Vervollkommnung an, und verschaffte mir auf der andern immer mehr Gelegenheit, mich in einem so unentbehrlichen Theil des menschlichen Wissens noch mehr zu üben.

Nun war mir Alles daran gelegen, den Unterricht bei den mir anvertrauten Rechenschülern so praktisch als nur möglich einzurichten, und mit dem Geiste des Zeitalters gleichen Schritt zu halten. Zu dem Ende schaffte ich mir fast alle neuere, mit unter öfters theuere Werke dieser Art an; allein keines derselben wollte meine gerechten Forderungen und Wünsche, vorzüglich bei dem Unterrichte junger, der Handlung sich widmenden Leute befriedigen, wenn ich des, auch durch andere Schriften und durch die Stiftung der berliner Handlungsschule rühmlichst bekannten und verdienstvollen *D. Friedrich Schulz's Handlungs-Akademisten* ausnehme. Hier fand ich neue Ansichten, neue Combinationen, eine

vortreffliche Methode — kurz ein Werk, das mit eisernem Fleiſs und mit philosophischem Scharfsinn ausgearbeitet ist, ein Werk, das in keiner Sammlung merkantilischer Schriften vermiſst werden sollte; nur Schade und sehr zu bedauern ist es, daſs die versprochenen zwei Bände noch nicht erschienen sind.

Jetzt fing ich an, einige Abschnitte der kaufmännischen Arithmetik, mit neuen Ideen bereichert, für meine Schüler auszuarbeiten, und bemerkte bald mit inniger Freude ihren Eifer und ihre gröſseren Fortschritte. Der Mensch, sey es auch ein Knabe von 10 Jahren, wird Anstrengung und Mühe weniger scheuen, wenn ihm die Gegenstände seines Unterrichts, wo möglich nicht erschwert, sondern durch liebreiche Mitwirkung des Lehrers leicht und anziehend gemacht werden. Der Jüngling, der sich zu den Geschäften des Comptoirs vorbereiten will, sieht nicht nur die Nothwendigkeit einer gewissen arithmetischen Kunstfertigkeit ein, sondern er wird sich auch, bei einem wahrhaft praktischen Unter-

richte, zugleich über die vielen anderweitigen Kenntnisse freuen, die er sich nebenbei mit verschaffen kann.

So wie ich mir es bei der grofsen Menge Uebungsbeispiele angelegen seyn liefs, die verschiedenen Waaren nach dem Gewicht und Maas, und nach den mir bekannt gewordenen neuesten Preisen, ja selbst nach dem, beim Verkaufe dieser oder jener Waaren gewöhnlichen, Rechnungsgelde, wornach sie in den wichtigsten europäischen Handlungsplätzen verkauft werden, zu berechnen: so konnte ich öfters den Wunsch, auch hier solche Notizen beizufügen, wie man beim mündlichen Unterricht thun kann, kaum unterdrücken. Denn vermöge der Association der Ideen behält man auch hier, wie bei Erlernung der Sprachen und anderer Wissenschaften, die auf eine solche Art erlangten Kenntnisse sicherer, und erinnert sich derselben leichter. Allein dann würde mein Rechenbuch zu stark und zu theuer geworden seyn. Wahrscheinlich wird einer von den beiden, noch

zu erwartenden Theilen des oben erwähnten Handlungs - Akademisten diese Lücke ausfüllen.

Den guten Abgang dieses arithmetischen Lehrbuchs habe ich einzig und allein der thätigen und soliden Unterstützung der jetzigen Hof-Buchhandlung zu Rudolstadt, und ihres Besitzers zu verdanken. — Als ich nämlich in der letzteren unglücklichen Katastrophe diese Arithmetik auf Pränumeration herauszugeben unternommen, und dabei auf eine thätige Beförderung eines gemeinnützigen Unternehmens, besonders von Seiten des Standes, dem das Werk vorzüglich gewidmet war, gerechnet hatte, mufste ich leider! die traurige Erfahrung machen, dafs das goldne und silberne Zeitalter der Pränumerationen und Subscriptionen ganz vorüber sey. Der erste Cursus, wie auch der erste Theil des zweiten Cursus war fertig; allein ich konnte denselben meinen wenigen Pränumeranten, die mich mit jedem Posttage bombardirten, nicht ausliefern, eben weil zu wenig Pränumerationsgelder ein-

gegangen waren. In dieser äuſsersten Verlegenheit übernahm die jetzige Verlags-Handlung die ganzen Druckkosten und Besorgung meines Werks, wodurch es nun erst in die Welt kam und bekannter wurde.

Bei dieser neuen Auflage habe ich alle Mühe angewendet, die Nützlichkeit und Brauchbarkeit dieses Rechenbuchs zu vermehren, wovon sich ein jeder Besitzer durch eine genaue Vergleichung der beiden Ausgaben selbst überzeugen kann. Mehrere Abschnitte sind ganz umgearbeitet, andere durch neu hinzugekommene Berechnungen, z. B. der güldischen Planchen, der Berechnung der Goldsorten in Hamburg, Berechnung der Nutzhölzer u. s. w. vermehrt worden. Auch ist bei jeder Gelegenheit auf das *neufranzösische Münz-*, *Maas-* und *Gewichtssystem*, das nach und nach in allen acquirirten teutschen Ländern eingeführt werden wird, Rücksicht genommen, und im *zweiten Cursus* die Berechnung der französischen *Papiere* und *Waaren* gezeigt worden.

Innige Freude wird mich beseelen, wenn diese kaufmännische Arithmetik den Nutzen gewährt, den ich dabei beabsichtigte, nämlich *zu einer besseren und kürzeren Methode im Rechnen* mitzuwirken. Was die in der Regeldetri beobachtete, richtigere Stellung der gegebenen bekannten drei Glieder betrifft, so will ich hier nicht wiederholen, was im ersten Cursus §. 171. darüber gesagt worden, sondern bitte nur die Anhänger der älteren unrichtigen Methode, ihren Kindern und Untergebenen nicht zu wehren, sich eines richtigeren und besseren Ansatzes zu bedienen. Zugleich bitte ich die grofsen Verehrer der Kettenrechnung, mich bestens zu entschuldigen, dafs ich der Regeldetri gröfsere Vorzüge eingeräumt, als ihrer Schwester, der Kettenrechnung, und bei jener mehr Rechnungs-Vortheile gezeigt habe, als bei dieser, wo sie nur durch geschickte Hebungen Statt finden. Die Kettenrechnung bildet gar zu leicht mechanische Rechner, welches bei der Regeldetri der Fall nicht ist, wenn man besonders sich Mühe gibt, jede Aufgabe so kurz als möglich zu berechnen. Wo die Kettenrechnung mit Vortheil

anzuwenden war, da habe ich solches nie unterlassen.

Vereint nur wirkt dies edle Paar,
Was einzeln keinem möglich war.

Weimar, im Jänner 1812.

Der Verfasser.

Inhalt.

Erster Cursus.

Erster Theil.

Die vier Rechnungsarten gleich- und ungleichbenannter Zahlen, nebst gemeinen und Decimalbrüchen. . . . S. 1 — 276.

Erster Abschnitt. Vom Zählen, Lesen und Schreiben der Zahlen. S. 3 — 13.

Zweiter Abschnitt. Vom Addiren gleichbenannter Zahlen. S. 14 — 24.

Dritter Abschnitt. Vom Subtrahiren gleichbenannter Zahlen. S. 25 — 33.

Vierter Abschnitt. Vom Multipliziren gleichbenannter Zahlen. S. 34 — 61.

Fünfter Abschnitt. Vom Dividiren gleichbenannter Zahlen. S. 62 — 86.

Sechster Abschnitt. Vom Addiren ungleichbenannter Zahlen. S. 87 — 98.

Siebenter Abschnitt. Vom Subtrahiren ungleichbenannter Zahlen. S. 99 — 112.

Achter Abschnitt. Vom Multipliziren ungleichbenannter Zahlen. S. 112 — 131.

Neunter Abschnitt. Vom Dividiren ungleichbenannter Zahlen. S. 132 — 160.

Zehnter Abschnitt. Von den vier Rechnungsarten mit Brüchen. S. 160 — 236.

Nutzen der Bruchrechnung. S. 160 — 161

Entstehung der Brüche. S. 161 — 163.

Eintheilung der Brüche. S. 164 — 166.

Veränderungen, die man mit Brüchen vornehmen kann. S. 166 — 168.

Brüche zu abbreviren. S. 168 — 177.

Gemischte Brüche einzurichten. S. 177 — 178.

Brüche zu resolviren. S. 178 — 184.

Ganze Zahlen in Brüche zu reduciren. S. 184 — 190.

Vergleichung des Werths verschiedener Brüche. S. 190 — 192.

A. Addition der Brüche S. 193 — 203.

B. Subtraction der Brüche. S. 203 — 211.

C. Multiplication der Brüche. S. 212 — 224.

D. Division der Brüche. S. 224 — 236.

Eilfter Abschnitt. Decimalbruchrechnung. . S. 237 — 276.

Einleitung. S. 237.

Erklärung einiger Ausdrücke. S. 238.

Decimalbrüche zu lesen. S. 239.

Decimalbrüche zu schreiben. S. 242.

Gemeine Brüche in Decimalbrüche zu reduciren. S. 244.

Zwei Tabellen zu den Decimalbrüchen. S. 250.

Decimalbrüche zu resolviren. S. 252.

Ganze Zahlen in Decimalbrüche der höheren Sorte zu verwandeln. S. 253.

Addition der Decimalbrüche. S. 255.

Subtraction der Decimalbrüche. S. 258.
Multiplication der — S. 259.
Division der — S. 264.
Uebungsbeispiele. S. 274.

Zweiter Theil.

Proportionsregel. Regeldetri mit directen und indirecten Verhältnissen. Regel quinque. Kettenregel. Regula multiplex. Gesellschaftsrechnung. Niedere und höhere Praktik. S. 277 — 458.

Zwölfter Abschnitt. Proportionsregel. . . S. 279 — 301.

Dreizehnter Abschnitt. Einfache Regeldetri mit directen Verhältnissen. S. 302.

Probe einer Regeldetri-Berechnung. S. 335.

Vierzehnter Abschnitt. Einfache Regeldetri mit indirecten Verhältnissen. S. 340.

Funfzehnter Abschnitt. Regula quinque. . . S. 352.
Regel quinque mit directen Verhältn. S. 352.
— — mit indirect. Verhältn. S. 364.
Uebungsbeispiele mit directen und indirecten Verhältnissen. S. 363.

Sechzehnter Abschnitt. Kettenregel . . . S. 370.
Regula multiplex. S. 381.
Basedowsche Regel. S. 384.

Siebenzehnter Abschnitt. Gesellschaftsrechnung. . S. 388.
A. Einfache. S. 390.
B. Zusammengesetzte. S. 400.

Achtzehnter Abschnitt. Niedere und höhere Praktik. S. 404.

A. Niedere. S. 406.

B. Höhere. S. 430.

C. Berechnung der unbequemen Bruchtheile der höheren Sorte. S. 450.

Anhang.

I. Kurze Anweisung, sich Tarifs und Rechenknechte zu machen. S. 459.

II. Uebersicht des Rechnungsgeldes, der Maase und Gewichte. S. 466.

III. Resultate der sämmtlichen Uebungsbeispiele. S. 485.

Erster Theil.

Die

vier Rechnungsarten

gleich- und ungleichbenannter Zahlen,

nebst

gemeinen und Dezimalbrüchen.

Erster Abschnitt.

Vom Zählen, Lesen und Schreiben der Zahlen.

§. 1.

Die *Arithmetik* oder *Rechenkunst* ist ein Theil der Mathematik, oder derjenigen Wissenschaft, welche von Ausmessung der Gröſsen handelt. Sie lehrt durch Vergleichung der gegebenen bekannten Zahlen, nach gewissen Regeln, andere unbekannte finden.

Rechnen heiſst: aus einigen als bekannt angegebenen Zahlen eine verlangte unbekannte Zahl ausfindig machen.

§. 2.

Eine *Zahl* ist eine bestimmte Menge, oder eine Vielheit von Dingen, und zwar von einerlei Art. Wenn man Dinge *gleicher Art* nach und nach zusammennimmt, um deren Vielheit oder Menge mit Worten bestimmt anzuzeigen, so *zählet* man. *Ungleichartige* Dinge kann man nur dann zählen, wenn man sie unter einer allgemeinern Benennung zusammenfassen kann;

z. B. 8 Zitronen, 10 Feigen, 12 Birnen sind 30 Stück Früchte.

Ziffer ist das Zeichen, wodurch man eine Zahl kurz andeutet. So bezeichnet man die Zahl *acht* durch die Ziffer 8, und die Zahl *Einhundert sechs und funfzig* durch die Ziffern 156.

§. 3.

Die Zeichen oder Ziffern, wodurch wir und alle europäische Völker die Zahlen kurz andeuten, sind folgende:

0	1	2	3	4	5
Null.	Eins.	Zwei.	Drei.	Vier.	Fünf.
6	7	8	9		
Sechs.	Sieben.	Acht.	Neun.		

Das erste Zeichen, die *Null*, bedeutet die Abwesenheit einer Zahl, und füllt bloſs die Stelle aus, in welcher keine Ziffer steht.

Durch die Vervielfältigung der *Einheit*, von zweimal an bis neunmal, entstehen nach und nach aus *Einem*, *zwei*, *drei*, *vier*, *fünf*, *sechs*, *sieben*, *acht*, *neun*.

Diese Zahlen und Zahlwörter, welche den Anfang einer unendlichen Reihe von gleichartigen Begriffen ausmachen, heiſsen *Einer*, eben darum, weil sie durch jene successive Vervielfältigung der Einheit entstehen, und weil sie daher in unserer gewöhnlichen Zahlenschrift auch nur durch eine einfache Ziffer bezeichnet werden.

§. 4.

Um Zahlen richtig lesen und aussprechen zu lernen, dazu merke man folgende Regel:

Die Stellen der Ziffern gehen von der Rechten zur Linken, und es bedeutet eine Ziffer in der folgenden Stelle stets zehnmal mehr, als in der vorhergehenden.

Eine Ziffer also, welche allein stehet, oder in einer ganzen Reihe die erste Stelle rechter Hand einnimmt, bedeutet einzelne Einheiten, welche daher *Einer* genannt werden; z. B.

5	86	379
Einer	Einer	Einer

Unmittelbar nach *neun* beginnt, nach dem allgemein eingeführten Dezimalsysteme, mit *zehn* eine *zweite* und *höhere Stelle* von Zahlengröſsen, welche, zum Unterschiede von den Einern, *Zehner* genannt werden. So enthalten in den beiden vorhergehenden Zahlen 86 und 379 die Ziffern 8 und 7 eben so viel Zehner.

Unmittelbar nach 99 beginnt mit *hundert* (100) noch eine höhere, nämlich die *dritte Stelle* von Zahlen. Die in diese Stelle gehörenden Zahlen bekommen den Namen *Hunderte*, weil die Zahl hundert bei denselben wieder als Einheit zum Grunde liegt.

In der *vierten Stelle* sind die *Tausende*; und es gilt hier eine jede Ziffer zehnmal mehr, als in der dritten Stelle.

Diese vier Stellen wollen wir uns durch folgende Jahrzahl anschaulicher zu machen suchen.

1	8	0	4
Tausend	Hunderte	Zehner	Einer

Die erste Ziffer rechter Hand drückt 4 Einer, oder 4 einzelne Einheiten oder Jahre aus; die Null in der zweiten Stelle zeigt an, daſs kein Zehner da sey; die 8 in der dritten Stelle bedeutet so viel Hunderte, hier also achthundert Jahre; die 1 endlich in der vierten Stelle drückt eintausend aus. Folglich zeigt diese Jahrzahl an, daſs damals seit Christus Geburt ein volles Tausend von Jahren, ferner achthundert und überdies noch vier einzelne Jahre verflossen waren. Kürzer spricht man diese Zahl also aus: eintausend achthundert und vier.

Wie werden nun folgende Zahlen gelesen und ausgesprochen?

33 Dukaten. 40 Louisd'or. 75 Pfund Sterling.
57 Zentner. 29 Pfunde. 92 Steine.
89 russiche Imperiale. 98 Thaler Alberts.
809 Ellen 316 Ruthen. 761 Fuſs.
967 Gulden holländ. 5000 Mk. hamb. Banko.
3700 Rthlr. preuss. Kurrent. 4365 St. Laubthlr.
7801 Speziesthaler. 8003 Gulden rheinisch.

Die *fünfte Stelle* enthält die *Zehntausende*, und die *sechste* die *Hunderttausende*. Diese sechs Stellen machen die *erste Klasse* des *Zahlensystems* aus. Die *zweite Klasse* enthält die *Millionen*, von einzelnen bis zu hunderttausend Millionen, und hat, wie die erste Klasse, ebenfalls 6 Stellen, nämlich Einer, Zehner, Hunderte, Tausende, Zehntausende und Hunderttausende der Millionen. Die *dritte Klasse* enthält die *Billionen*; in der *vierten Klasse* sind die *Trillionen*; dann folgen die *Quadrillionen*, *Quinquillionen* u. s. w. bis ins Unendliche.

Jede Klasse kann man durch einen Punkt oder senkrechten Strich, oder durch ein oben

angebrachtes Komma, nochmals theilen, und sich dadurch das Aussprechen der Zahlen, besonders in grofsen Summen, sehr erleichtern. Z. B. Nach einer Berechnung wurden im Jahr 1803 in England an rohem Zucker eingeführt 3'164'230 Zentner; davon wurden wieder ausgeführt 1'600'269 Zentner; folglich betrug die eigne Consumtion im Lande 1'563'961 Zentner; von dem Ganzen wurden 3'133'382 Pfund Sterling Abgaben bezahlt.

Für jeden, der Lust hat, sich im Lesen grofser Summen zu üben, und besonders für diejenigen, welche einst als Mathematiker mit grofsen Zahlen zu thun bekommen werden, füge ich hier folgendes *Zahlensystem* bei.

Fünfte Klasse Quadrillionen	Vierte Klasse Trillionen	Dritte Klasse Billionen	Zweite Kl. Millionen	Erste Klasse Unionen
			5	786984
		23	941730	065308
	109	375601	053400	932100
6090	085000	000500	307000	000000
Einer Zehner Hunderte Tausende u. s. w.	Einer Zehner Hunderte Tausende Zehntausende Hunderttausende	Einer Zehner Hunderte Tausende Zehntausende Hunderttausende	Einer Zehner Hunderte Tausende Zehntausende Hunderttausende	Einer Zehner Hunderte Tausende Zehntausende Hunderttausende

Diese vier Summen werden also gelesen:

a) 5 Millionen 786tausend neunhundert vier und achtzig.

b) 23 Billionen 941tausend 730 Millionen 65tausend dreihundert und acht.

c) 109 Trillionen 375tausend 601 Billionen 53tausend 400 Millionen 932tausend und einhundert.

d) 6090 Quadrillionen 85tausend Trillionen 500 Billionen 307tausend Millionen.

Eine Million nimmt demnach die 7te Stelle ein und hat 6 Ziffern hinter sich; eine Billion nimmt die 13te Stelle ein und hat 12 Ziffern hinter sich; mit der 19ten Stelle beginnen die Trillionen und mit der 25sten Stelle die Quadrillionen, und so immer jede 6 Stellen höher eine höhere Klasse des Zahlensystems.

§. 5.

Das Aufschreiben der Zahlen, oder die Bezifferung vorgesagter Summen, geschieht, der Aussprache gemäſs, von der Linken nach der Rechten. Hierbei ist aber nöthig, daſs man die Geltung der Ziffern in den verschiedenen Stellen gut inne habe. Man mache den Anfang nur mit kleinen Zahlen oder Summen, und behalte immer, wenigstens die erste Klasse des Zahlensystems vor Augen.

Soll z. B. die Summe: *vierhundert sechs und funfzig* mit Ziffern ausgedrückt werden, so wird vierhundert durch die Ziffer 4 in der dritten Stelle, wo sie Hunderte bedeutet, funfzig durch die Ziffer 5 in der zweiten Stelle, und sechs durch die Ziffer 6 in der ersten Stelle ausgedrückt und also bezeichnet:

456

Um sich dies noch anschaulicher zu machen, so schreibe man diese Zahl theilweise so unter einander, daſs die Ziffern ebenfalls in ihre richtigen Stellen kommen, als:

400
50
6
———
456

Dreitausend sechshundert und neun wird also geschrieben:

3609

wo die Stelle der Zehner mit einer Null ausgefüllt wird, weil in der vorgesagten Summe kein Zehner enthalten ist.

Geht aber die Summe in die Millionen und noch darüber hinaus, so kann man so viel senkrechte Striche, als Tausende und Millionen in der ausgesprochenen Summe enthalten sind, sich vorzeichnen, und dann dieselbe dazwischen eintragen. Z. B. *vier Millionen dreihundert und zweitausend fünfhundert und achtzig*; da macht man folgende Abtheilung:

| |

und trägt nun die gegebene Summe also ein:

4|302|580

Sollte es aber Köpfe geben, denen auch dies noch zu schwer fällt, so lasse man sie sechs senkrechte Linien ziehen, und bemerke oben mit einem lateinischen Buchstaben den Werth oder die Geltung der Ziffer in derselben, nämlich etwa so:

m	ht	zt	t	h	z	e

Nun sage man die aufzuschreibenden Summen langsam vor, und lasse die Rechenschüler

dieselben selbst eintragen. Auf diese Art werden sie in kurzer Zeit ziemlich grofse Summen mit leichter Mühe aufschreiben lernen.

Einige Uebungsbeispiele.

1) Der Umkreis der Erde beträgt *fünftausend vierhundert* geographische Meilen; ihr Durchmesser aber *eintausend siebenhundert und neunzehn* solcher Meilen. Multiplizirt man beide Summen (die des Umkreises mit der des Durchmessers), so erhält man *neun Millionen zweihundert zwei und achtzigtausend und sechshundert* zum Produkt. So viel Quadratmeilen beträgt dann ihre Oberfläche.

2) Wenn ein Saamenkorn jährlich zwölffältige Frucht trägt, so könnte man aus einem einzigen Korn in zehn Jahren *ein und sechzigtausend neunhundert und siebenzehn Millionen dreihundert vier und sechzigtausend zweihundert vier und zwanzig* Körner erhalten.

3) Im Jahr 1798 sind in London *siebenzehntausend neunhundert ein und zwanzig* Menschen geboren worden, und *achtzehntausend einhundert fünf und funfzig* sind deren gestorben.

4) Der Werth des jährlich aus den Bergwerken gewonnenen Goldes und Silbers beträgt in Amerika *zwei und vierzig Millionen;* in Europa aber: *sieben und vierzig Millionen vierhundert neun und funfzigtausend fünfhundert sieben und sechzig* Thaler.

Anmerkung. Viele Völker des Alterthums bedienten sich ihrer Buchstaben zur Bezeichnung der Zahlen. Die alten Römer nahmen aus ihrem Alphabet nur folgende 7 Buchsta-

ben: I 1, V 5, X 10, L 50, C 100, D 500, M 1000, und konnten durch deren Zusammensetzung ebenfalls große Summen ausdrücken. Diese *römischen Ziffern* werden aber in unsern Zeiten wenig mehr angewendet; man findet sie *noch* zuweilen in Büchern bei Haupt- und Unterabtheilungen, wie auch auf dem Zifferblatte der Thurm- und ältern Taschenuhren.

Beim Lesen dieser römischen Ziffern ist Folgendes zu merken: 1) wenn ein größerer Zahlbuchstabe vor einem oder mehrern kleinern steht, so werden sie nach ihrem Nennwerthe ausgesprochen; z. B. VI ist 6, LX ist 60, DCCist 700, MCCLXX ist 1270; 2) steht aber ein kleinerer Zahlbuchstabe vor einem größern, so wird er von seinem größeren Nachbar abgezogen; z. B. IV heißt 4 (oder 1 von 5); XL heißt 40 (oder 10 von 50); CD heißt 400 (oder 100 von 500); LD heißt 450 (oder 50 von 500); CM heißt 900 (oder 100 von 1000) XM heißt 990 (oder 10 von 1000.)

§. 6.

Jede Zahl läßt sich vermehren und vermindern; beides aber kann auf doppelte Art geschehen. Das *Vermehren* oder Vergrößern einer Zahl geschieht *entweder*

a) wenn zu einer Zahl eine oder mehrere andere hinzugesetzt werden; z. B. 6 und 2 sind 8, und 4 dazu sind 12; *oder*

b) wenn eine und dieselbe Zahl zu wiederholtenmalen hinzugesetzt wird, z. B. 6 und 6 sind 12 und 6 dazu sind 18; dafür sagt man kürzer 3mal 6 sind 18. Jenes heißt die *Addition* oder das Zusammenzählen; dieses heißt die *Multiplication* oder das Vermehren.

Das *Vermindern* einer Zahl geschieht *entweder*

a) wenn von einer Zahl eine kleinere Zahl einmal abgenommen wird, z. B. 8 von 24 bleiben 16; *oder*

b) wenn eine kleinere Zahl zu wiederholtenmalen von einer gröfseren abgenommen wird, z. B. 8 von 24 bleiben 16; und 8 von 16 bleiben 8; und 8 von 8 bleibt 0; wo man sich kürzer so ausdrückt: 8 ist in 24 dreimal enthalten, oder wenn sich 8 in 24 theilen, so kömmt auf jeden 3. Jenes heifst die *Subtraction*, dieses die *Division*.

Aus dem Vermehren und Vermindern der Zahlen entstehen also die vier Rechnungsarten oder Spezies der Arithmetik, die, um sie gehörig zu unterscheiden, besondere Namen erhalten, nämlich: *Addiren*, *Multipliziren*, *Subtrahiren* und *Dividiren*. Da aber die Subtraction nicht nur den Anfängern leichter fällt, als die Multiplication, sondern diese auch schon Kenntnifs der Subtraction voraussetzt, so werden diese vier Rechnungsarten gewöhnlich in folgender Ordnung angegeben und gelernt: *Addition*, *Subtraction*, *Multiplication* und *Division*.

§. 7.

Die allgemein angenommenen arithmetischen Zeichen, durch welche man die verschiedenen Rechnungsoperationen kurz ausdrückt, sind folgende: Die Addition hat das Zeichen + welches durch *Plus* oder *dazu* oder *und* ausgesprochen wird; die Subtraction bezeichnet man mit einem kurzen horizontalen Strich — (oder auch ∸) der *Minus* oder *weniger* gelesen wird. Die Multiplication hat einen Punkt . oder ein × zum Zeichen, welches durch *mal* ausgesprochen wird. Bei der Division hat man ein Kolon : zum Zeichen gewählt, welches *dividirt durch* gelesen wird. Das Zeichen der Gleich-

heit zweier Zahlen oder Grösen sind zwei horizontale Striche = welche durch *äqual* oder *gleich* ausgedrückt werden. Z. B. $3 + 4 = 7$ das heisst: 3 und 4 ist gleich oder äqual 7. Ferner $9 - 4 = 5$ d. h. 9 weniger 4 ist gleich 5; dann $4 . 8 = 32$ wird gelesen 4mal 8 sind gleich 32; endlich $32 : 4 = 8$ heisst 32 dividirt durch 4 ist gleich oder giebt 8. Durch diese Zeichen können die Sätze weit kürzer, als mit Worten geschehen kann, ausgedrückt werden.

Es folgen nunmehr die 4 Rechnungsarten, und zwar erstlich mit *gleichbenannten*, oder wie es andere nennen, mit *unbenannten Zahlen;* vom 6ten bis 9ten Abschnitt aber mit *ungleichbenannten Zahlen.*

Zweiter Abschnitt.

Vom Addiren gleichbenannter Zahlen.

§. 8.

Addiren, zu- oder zusammenzählen heiſst: einige gegebene Zahlen, welche Posten genannt werden, in eine einzige *Summe* zusammen nehmen. Diese Summe drückt die gegebenen Posten auf einmal aus. Die Addition ist daher eine kunstmäſsige Fertigkeit in Zusammenzählung der Zahlen, und gewährt zum Fazit die Summe, als das Resultat des Zusammenzählens, oder als die vorher unbekannte Zahl.

Da eine jede Zahl aus mehreren Einheiten zusammengesetzt ist, so werden beim Addiren zu der einen gegebenen Zahl die Einheiten der andern nach und nach hinzugezählet. Wenn z. B. 8 und 4 addirt werden sollen, so zählet man zu 8 noch 4 Einheiten und erhält dadurch 12 zur Summe.

Regel.

Die gegebenen Posten müssen so unter einander gesetzt werden, daſs die Ziffern von

einerlei Ordnung gerade unter einander kommen, nämlich Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte, Tausende unter Tausende etc. weil nur *gleichartige Zahlen oder Gröſsen zusammengezählt werden können.*

Eine jede Reihe so geordneter Ziffern, die zu einerlei Ordnung gehören, und also gerade unter einander stehen, wird eine *Kolumne* oder *Kolonne* genannt.

Unter sämmtliche Posten wird hierauf eine gerade Linie gezogen, und nun beginnt die Addition der ersten Kolumne rechter Hand, welche Einer enthält, dann die der Zehner, der Hunderte u. s. w. Nur ist hierbei wohl zu merken: daſs wenn z. B. bei der ersten Kolumne, oder bei den Einern, die Summe derselben nicht über 9 beträgt, so wird die erhaltene Zahl ganz untergesetzt; beträgt sie aber darüber, z. B. 36 oder 40, so werden im ersten Falle nur die 6 Einer, im andern Falle aber wird die Null unter den Strich gesetzt, die 3 oder 4 aber als Zehner zu den gleich darauf folgenden Zehnern übergetragen.

Die Summe der Zehner setzt man ebenfalls gerade unter die Kolumne der Zehner, doch so, daſs man die darin enthaltenen Hunderte auch zu den Hunderten überträgt, und fährt auf diese Art weiter fort, bis zur letzten Stelle oder Kolumne, bei welcher man dann die Zahl völlig ausschreibt.

Die Ursache, warum man bei der Addition zur rechten Hand anfängt, oder die kleinste Art Einheiten zuerst addirt, ist: um die darin enthaltenen gröſsern Einheiten gleich zu den höhern Stellen mit hinüber zu nehmen.

§. 9.

Einige Beispiele.

Ex. 1)	32 Nüsse.	Ex. 2)	21 Aepfel.	Ex. 3)	210 Thaler.
	14 -		43 -		123 -
	22 -		12 -		116 -
	68 Nüsse.		23 -		320 -
			99 Aepfel.		769 Thaler.

Ex. 4)	1321 Gulden.	Ex. 5)	3210 Mk. hamb. Bko.
	3242 -		342 -
	4100 -		1231 -
	8324 -		5003 -
	16987 Gulden.		9212 -
			18998 Mk. hamb. Bko.

Einer Erklärung bedürfen diese Exempel gar nicht, da die Einer, Zehner und Hunderte nicht über 9 betragen, und die Summe einer jeden Kolumne gleich ganz untergesetzt wird.

Ex. 6)	4 fl. holl.	die Einer geben	18 Einheiten.
	96 -	die Zehner -	180 -
	773 -	die Hunderte -	1600 -
	2925 -	die Tausende -	2000 -
			3798 fl. holl.

Erklärung. Die erste Kolumne rechter Hand, oder die Einer, geben 18 Einheiten, diese sind nebenbei besonders hingeschrieben worden. Die Zehner in der zweiten Kolumne geben 180, denn 90 und 70 sind 160 und 20 dazu sind 180. Die dritte Kolumne, welche Hunderte enthält, giebt 1600, denn 900 und 700 sind 1600. Die vierte Stelle enthält noch 2000. Werden nun diese auf lauter Einheiten gebrachten Posten zusammengezählt, so erhält man 3798 fl. holl. zur Summe des Ganzen, welche Summe den gegebenen einzelnen Posten gleich ist.

Ex. 7) Schildlouisd'or.

324	die Einer geben	22	Einheiten.
46	die Zehner -	150	-
625	die Hunderte -	1500	-
2413	die Tausende -	10000	-
8264			
		11672	Schildld'r.

Ex. 8) Rees.

975815	die Einer geben	30	Einheiten.
855927	die Zehner -	60	-
687102	die Hund. -	3500	-
563719	die Taus. -	36000	-
397621	die Zehnts. -	420000	-
279406	die Hundts. -	3300000	-

3759590 Rs. oder wie es die Portugiesen bezeichnen:

3 : 759, 590 Rs.

§. 10.

Hat sich ein Rechenschüler, auf die im vorhergehenden §. gezeigte Art des Zusammenzählens, einen richtigen Begriff von dem Werthe der Zahlen machen lernen; so kann man ihm auch die kürzere und gewöhnlichere Art zu addiren lehren, wo man nämlich die Ziffern in jeder Stelle als Einer zusammenzählt, und, wenn die Summe einer Columne über 9 beträgt, nur die Einer unterschreibt, den oder die Zehner aber zur folgenden Reihe überträgt.

Ex. 9)

827	Mark lübisch.
342	-
586	-
773	-
2528	Mk. lüb.

Erklärung. Die erste Columne rechter Hand giebt 18 Einheiten, (denn 7 und 2 sind 9 und 6 und 3 sind 9, folglich zweimal 9 sind 18) und schon aus der Benennung hört man, daſs

1 Zehner und 8 Einer darin sind. Schreibe daher die 8 Einer unter die Einer, und trage den Zehner in Gedanken zu den folgenden Zehnern über und sprich: 1 und 7 sind 8 und 8 sind 16 und 4 sind 20 und 2 sind 22. Schreibe nun die Einer dieser erhaltenen Summe unter die zusammengezählte Columne, und nimm die Zehner zur folgenden dritten Reihe, nämlich 2 und 7 sind 9 und 5 sind 14 und 1 von der 3 sind 15 und (da 8 und die übrigen 2 gerade 10 ausmachen) 10 sind 25. Diese letztere erhaltene Summe wird ganz ausgeschrieben, weil keine Reihe Zahlen mehr folgt. Die Summe der gegebenen vier Posten ist also: 2528 Mark lübisch.

Uebrigens kann man auch die im Sinn behaltene Zahl gleich über die Linie unter die folgende Reihe setzen, wie hier folgt:

827
342
586
773
21
2528

Ex. 10)	5324 Fried.d'or.		5324
	6786		6786
	2635	Oder:	2635
	8475		8475
	16980		16980
			3332
	40200 Frd.d'r.		40200 Frd.d'r.

§. 11.

Vortheile beim Addiren.

Erster Vortheil.

Man gewöhne sich, zwei über einander ste-

hende Zahlen mit *einemmal* zu fassen. Dies läſst sich besonders leicht bei solchen Zahlen anwenden, welche gerade 10 machen, als: $\frac{12345}{98765}$. Die Anwendung dieses Vortheils siehe im vorigen 7ten, 8ten, 9ten und 10ten Exempel und in den folgenden Uebungsbeispielen.

Zweiter Vortheil.

Man gewöhne sich ferner beim Zusammenzählen von 10 zu 10 zu springen, und die noch vorhandenen Einer zu der kommenden Summe zu addiren.

Ex. 11)	730	**Pfunde Martin. Kaffee.**
	987	
	7898	
	9975	
	1709	
	896	
	533	
	22195	**Pfund.**

Dritter Vortheil.

Zwei, drei und mehrere gleiche Zahlen kann man gleich zusammennehmen, und ihre Summe durch Hülfe des Einmaleins finden; z. B. drei 7 = 21; fünf 8 = 40; sechs 9 = 54 u. s. w.

Vierter Vortheil.

Bei drei Zahlen, die gerade auf einander folgen, z. B. $\begin{smallmatrix}4\\5\\6\end{smallmatrix}$ oder $\begin{smallmatrix}7\\8\\9\end{smallmatrix}$ oder $\begin{smallmatrix}10\\11\\12\end{smallmatrix}$ darf man nur die mittelste dreimal nehmen, oder mit 3 multipliziren, so hat man ihre Summe, nämlich: 3mal 5 sind 15; 3mal 8 sind 24; und 3mal 11 sind 33. Eben dieses gilt auch bei fünf Zahlen, die gerade auf einander folgen, wo man die

mittelste mit 5 multiplizirt; z. B. 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 35.

Ex. 12) in welchem obige vier Vortheile anwendbar sind.

156784	Franken.
67385	
698686	
520427	
779888	
41289	
33343	
2264459	Fr.

§. 12.

P r o b e.

Man hat allerlei Proben erfunden, um die Richtigkeit des ausgerechneten Exempels darzuthun; allein ich will hier keiner derselben erwähnen, weil einige zu künstlich sind und von Anfängern gar nicht verstanden werden, andere aber nicht immer zutreffen.

Die *beste Probe der Addition* ist diese: Man addire das Exempel zweimal, einmal von unten hinauf, und einmal von oben herunter; stimmen die Summen jedesmal mit einander überein, so wird die Rechnung meistens richtig seyn.

Das Zeichen der Addition ist ein + und wird *plus* oder *und*, oder *dazu* ausgesprochen; z. B. 8 + 7 + 10 + 5 = 30.

§. 13.

Uebungsbeispiele. *)

1) Aepfel.	2) Birnen.	3) Nüsse.
3	5	32
2	4	23
1	3	14
3	2	41
4	2	13
2	4	12
		24

4) Thlr.	5) Grosch.	6) Pfenn.	7) Gulden.	8) Kreuzer.
2	4	12	63	54
3	5	16	36	45
4	6	8	110	29
5	3	2	84	31
6	7	15	48	40
4	2	25	203	59
8	8	6	230	41
		10		

9) Dukaten.	10) Speziesthlr.	11) Thlr. preuss. Kur.
580	3254	17425
607	5717	35651
423	6004	63710
768	2345	52104
444	1436	64346
954	5869	46789

12) Mk. lüb.	13) Schillinge.	14) Groot.	15) Witten.
37687	875	789	8709
45573	3492	890	5748
56784	1428	109	6727
67895	895	210	7000

*) Die Resultate dieser und aller folgenden Uebungsbeispiele sind besonders abgedruckt, und können, zum Gebrauch der Lehrer, auch besonders geheftet werden

16) Maxd'or.	17) Goldguld.	18) Karol.	19) Souver.d'r.
678	359	794	997
85	84	683	885
396	9	572	89
707	23	18	127
830	152	910	721

20) Russische Rubel.	21) Thaler in sächs. Kassenbillets.	22) Albertsthaler.
106	700000	312
32040	250000	5000
29	250000	16900
4372	60000	80
8	60000	9
12304	60000	418
101	60000	6800
2	60000	387

23) Schiffspfund Pottasche.	24) Zentner Leinöl.	25) Stein Landwolle.	26) Pfund Berlinerblau.
875	59	380	79
96	78	2729	85
354	327	671	9
39	70	435	7
85	109	1845	13
9	71	269	584

27) Pud Talg,	28) Arschinen Leinwand.
6789	3150
678	978
67	90
6	789
87	5438
798	670
9800	8000

29) Nordamerika schätzt man auf 231193, und Südamerika auf 340979 Quadratmeilen. Wie viel solcher Meilen enthält ganz Amerika?

30) Ein erwachsener Mensch hat 8 Schneidezähne, 4 Eckzähne, und 20 Backenzähne; wie viel Zähne also zusammen?

31) Im Jahre 1795 wurde die ehemalige Republik Polen ganz getheilt: *Rußland* nahm 8742 Quadratmeilen mit 6104500 Einwohnern; *Oestreich* 2205 Quadratmeilen mit 4121700 Einwohnern; *Preußen* 2642 Quadratmeilen mit 2655600 Einwohnern. a) Wie viel Quadratmeilen war damals Polen noch groß? und b) wie viel Einwohner hatte es?

32) Der Bau eines Hauses hat gekostet: der Platz 120 Thaler; die Baumaterialien 459 Thaler; das Fuhrlohn 95 Thaler; die Zimmerleute 132 Thaler; die Maurer 318 Thaler; der Schlosser 69 Thaler; der Tischler 198 Thaler; an andern verschiedenen Ausgaben 130 Thaler. Wie viel beträgt dies zusammen?

33) Ein Pachter hat in einem Jahre verkauft: an Getraide für 1785 Gulden; an Obst für 136 Gulden; an Butter und Käse für 259 Gulden; an Heu und Stroh für 185 Gulden; an Rindvieh für 539 Gulden; an Schafen für 64 Gulden; an Schweinen für 83 Gulden. Wie viel betragen diese sieben Posten zusammen?

34) Ein hamburger Kaufmann macht eine Reise über folgende Städte: nach *Magdeburg* 30 Meilen, von da nach *Berlin* 18 — nach *Wien* 82 — nach *Triest* 61 — nach *Augsburg* 82 — nach *Strasburg* 29 — nach *Paris* 59 — nach *Brüssel* 35 — nach *Amsterdam* 70 — nach *Emden* 25 — nach *Bremen* 15 — nach *Braunschweig* 19 — und wieder nach *Hamburg* 22 Meilen. Wie viel Meilen hat er auf dieser Reise zurückgelegt?

35) Man schätzt den jährlichen *Handel der Europäer unter sich* auf 337'500000 Thaler, und den Handel nach *Asien*, *Afrika* und *Ame*

rika folgendermaſsen: *Portugal* 17'500000 — *Spanien* 37'500000 — *Holland* 56'250000 — *Frankreich* 77'500000 — *England* 82'500000 — *Dänemark* und *Schweden* 45'000000 — *Ruſsland* 29'500000 — die *europäische Türkei* 22'500000 — *Teutschland* und *Ungarn* 30'000000 — *Italien*, die venetianischen Inseln und Dalmatien 17'500000 Thaler. Wie viel beträgt hiernach der gesammte europäische Handel in einem Jahre?

36) Im Jahre 1788 beschäftigte der Handel mit *chinesischem Thee* folgende Nationen:

Schweden	brachte	aus	China	auf	2	Schiffen	2'890900	℔
Dänemark	—	—	—	-	2	—	2'664000	-
Holland	—	—	—	-	5	—	5'943200	-
Frankreich	—	—	—	-	3	—	1'228900	-
Nordamerika	—	—	—	-	2	—	750900	-
Preuſsen	—	—	—	-	1	—	499300	-
England	—	—	—	-	29	—	22'096703	-

Wie viel Pfund Thee wurden in diesem Jahre aus China ausgeführt?

Dritter Abschnitt.

Vom Subtrahiren gleichbenannter Zahlen.

§. 14.

Subtrahiren oder hinwegnehmen, abziehen, heiſst die Differenz oder den Unterschied zweier Gröſsen oder Zahlen angeben. Diesen findet man, indem man die kleinere Zahl von der gröſsern abzieht.

Von jeder gröſsern Zahl läſst sich eine kleinere hinwegnehmen oder abziehen. Nimmt man nun von der gröſsern Zahl eins oder mehr ab, so bleibt natürlich weniger übrig, und zwar um so viel weniger, als ich davon weggenommen habe.

Das, was nach geschehenem Abzuge noch übrig bleibt, wird *Rest* oder *Differenz* genannt. Wenn ich z. B. 6 von 14 abziehe, so ist der Rest 8; oder wenn ich 14 Thaler habe und gebe 6 davon aus, so behalte ich deren noch 8 übrig. Die gröſsere Zahl, von welcher abgezogen werden soll, nennt man *Minuent*, die kleinere Zahl aber, welche man von der gröſsern abziehen soll, heiſst *Subtrahent*.

§. 15.

R e g e l n.

1) So wie nur *gleichartige* Dinge zusammengezählt oder addirt werden können; so kann man auch nur gleichartige Dinge von einander abziehen. 5 Pfunde kann man eben so wenig von 8 Ellen abziehen, als man 10 Pferde und 6 Taubenschläge addiren kann.

2) Der *Subtrahent* wird unter den *Minuenten* so gesetzt, daſs Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, Hunderte unter Hunderte u. s. w. zu stehen kommen. Man zieht dann die Einer von den Einern, die Zehner von den Zehnern u. s. w. ab, und bemerkt den jedesmaligen Rest sogleich unter der Linie, wie folgendes Exempel zeigt:

687 Minuent.
156 Subtrahent.
―――――
531 Rest oder Differenz.

Erklärung. Sage: 6 Einer von 7 Einern bleibt 1, und schreibe diese 1 in die erste Stelle rechter Hand unter den Strich; ferner 5 Zehner von 8 Zehnern bleiben 3, und setze diese 3 ebenfalls gerade unter die Zehner; dann 1 Hundert von 6 Hunderten bleiben 5, welche unter die Hunderte zu stehen kommen. Der Rest ist 531.

Man kann sich dies noch deutlicher vorstellen, wenn man die Zahlen der gegebenen Summen nach ihrem Werthe zergliedert und also schreibt:

$600 + 80 + 7$	das ist 687
$100 + 50 + 6$	- - 156
$500 + 30 — 1$	- - 531

3) Sehr oft trifft es aber auch, daſs man eine oder mehrere der untern Ziffern von den obern nicht abziehen kann, wenn nämlich diese gröſser als jene sind; da muſs man dann, wie es manchem Armen, aber auch leider manchem üblen Haushalter geht, zum Borgen seine Zuflucht nehmen. Man borgt dann von der nächsten Ziffer linker Hand eine 1, welche, da die höhere Stelle allemal zehnmal mehr gilt, als die vorhergehende, als zehn zu der obern kleinern Ziffer addirt wird, und nun zieht man die untere von der obern ab. Z. B.

65˙4	Scheffel
328	
326	Scheffel.

Erklärung. Sprich: 8 von 4 lassen sich nicht abziehen; borge daher oben aus der nächsten Stelle linker Hand eine Einheit, und bemerke dies durch einen Punkt über oder neben der Zahl, von welcher geborgt worden. Diese geborgte Einheit gilt 10, zu der 4 addirt, gibt 14; nun lassen sich 8 davon abziehen, und es bleiben noch 6 übrig. Beim Abziehen der Zehner aber ist zu bemerken, daſs, da von der 5 eins weggeborgt worden, diese nur noch 4 enthält, sage daher 2 von 4 bleiben 2; und endlich 3 von 6 bleiben 3. Der Rest ist 326.

Dies Exempel kann, um sich die Berechnung anschaulicher zu machen, wie das vorige zergliedert werden, nämlich so:

$$\begin{array}{l} 600 + 40 + 14 \text{ das ist } 654 \\ 300 + 20 + 8 \quad - \quad - \quad 328 \\ \hline 300 + 20 + 6 \quad - \quad - \quad 326 \end{array}$$

wo von den Zehnern des Minuenden einer gleich

abgenommen und zu den Einern übergetragen wurde.

Anmerkung. Ist die untere Ziffer der obern gleich, so bleibt nichts übrig, und man bezeichnet die leere Stelle mit einer Null. Am Ende oder zur linken Hand kann man dieselbe weglassen; z. B.

37.278 Thaler.
36878
――――――
400 Thaler.

4) Ist die Ziffer in der nächsten Stelle, wo man 1 borgen will, eine Null, so geht man zu der nächstfolgenden Stelle, und borgt da eins, die Null aber verwandelt sich alsdann in 9. Folgen mehrere Nullen hinter einander, so übergeht man sie alle, und borgt bei der nächst bedeutenden Zahl; die Nullen aber werden alle zu 9; z. B.

3.2.03 Gulden
1868 -
――――――
1335 Gulden.

Erklärung. 8 Gulden von 3 Gulden lassen sich nicht abziehen, da nun die nächst höhere Stelle (der Zehner) selbst nichts hat, so geht man weiter, und borgt bei der dritten Stelle (der Hunderte) eine Einheit, diese als zehn zur 3 addirt, gibt 13, und von dieser die 8 subtrahirt, bleiben 5. Dann heifst es 6 von 9 bleiben 3; ferner 8 von 1 kann ich nicht, borge mir daher eine Einheit von der nächst höhern Stelle etc. Der Rest ist 1335 Gulden.

Eben so ist es im folgenden Beispiele, wo zwei Nullen übergangen und dadurch zu 9 werden.

7.000	Mark hamb. Banko
4365	-
2635	Mark Bko.

Die Ursache dieser Verwandlung der Nullen in 9 ist folgende: *Beim Rechnen nimmt jede Stelle nur das auf, was ihr gehört.* Wenn ich mir im vorigen Exempel von der 7 eine Einheit borge, so bekomme ich Eintausend, weil die Ziffern in der vierten Stelle Tausende bezeichnen; allein ich brauche ja nur 10 und gebe daher den beiden leeren Stellen, das, was ich nicht brauche, nämlich der dritten Stelle 900 und der zweiten Stelle 90 (900 + 90 + 10 = 1000).

5) Man kann auch bei den Ziffern des Subtrahenden borgen, in diesem Falle aber wird die mit einem Puncte bezeichnete Ziffer für 1 mehr gelesen, *weil der Abzug oder die Ausgabe dadurch vermehrt wird;* z. B.

17045	Pfund Rosinen
1ȯ3̇6̇9	-
6676	Pfund.

Erklärung. 9 von 15 bleiben 6; 6 und die weggeborgte 1 macht 7 von 14 bleiben 7; 3 und die weggeborgte 1 sind 4 von 10 bleiben 6; 0 und 1 ist 1 von 7 bleiben 6. Folglich ist der Rest 6676 Pfund. Diese Art zu subtrahiren ist bei ungleichbenannten Zahlen anwendbarer, als bei gleichbenannten.

6) Bisweilen trifft man auch auf Fälle, wo der Subtrahent oben und der Minuent unten zu stehen kommt. Dies darf einen geübten Rechner nicht irre machen, sondern er zieht da die obere kleinere Zahl von der untern gröſsern ab, wie hier folgt:

18634	Thaler
7·3·5·1·0	-
54876	Thaler.

7) Seltner kommen in der Arithmetik solche Beispiele vor, wo der Subtrahend in allen Theilen gröſser ist, als der Minuend; ist dies aber der Fall, so erhält man ein negatives Fazit, welches durch *Minus* (—) bezeichnet wird; z. B. 8 — 12 = — 4 oder ich sollte 12 Rthlr. ausgeben, hätte aber deren nur 8, so fehlten mir 4 Rthlr. zu dieser Ausgabe. Oder mein Vermögen betrüge 8000 Rthlr.; ich wäre aber 12000 Rthlr. schuldig, so hätte ich nicht nur nichts, sondern 4000 Rthlr. weniger als nichts im Vermögen, d. h. ich wäre 4000 Rthlr. über mein Vermögen schuldig.

§. 16.

P r o b e.

Die Probe der Subtraction geschieht, wenn man den Rest zu dem Subtrahenten wieder addirt, da dann, wenn richtig gerechnet worden, die obere Zahl, oder der Minuent, aufs neue herauskommen muſs. Dies gründet sich auf folgenden allgemeinen Satz: *Jede kleinere Zahl differirt, oder ist unterschieden von einer gröſsern.* Legt man nun das, um wie viel die kleinere differirt, zu dieser kleinern Zahl selbst, so kommt die gröſsere wieder heraus, oder so ist sie der gröſsern selbst gleich. So ist 8 von 12 um 4 unterschieden; lege ich nun zu der kleinern Zahl 8 den Unterschied (oder die Differenz) 4, so sind 8 + 4 = 12; z. B.

Minuend	7·0 9·4·3·2 8	
Subtrahend	1 9 4 5 7 3	addirt
Rest	6 8 9 9 7 5 5	
Probe	7 0 9 4 3 2 8	obiger Minuend.

So wie die Addition der Subtraction zur Probe dient, so kann man auch diese bei jener zur Probe anwenden, indem man die einzelnen Posten von der ganzen Summe nach und nach wieder abzieht, da dann beim letzten Abzuge gar nichts übrig bleibt. Z. B.

	43605 Francs	*Probe.*	Von	7.0 0 4.0	Von	14520
	7546 -		ab	4 3 6 0 5	ab	10000
	4369 -			2·6·4·3 5		4520
	10000 -		ab	7 5 4 6	ab	4520
	4520 -			1 8 8 8 9		0000
Summe	70040 Fr.		ab	4 3 6 9		
				1 4 5 2 0		

Man sieht hieraus, daſs sich die Fertigkeit beim Subtrahiren an die des Addirens anschlieſse. Weiſs ich z. B., daſs $9 + 7 = 16$, so kann ich auch sogleich angeben, wie viel übrig bleibe, wenn ich 9 oder 7 von 16 abziehe.

Das Zeichen der Subtraktion ist, wie schon bekannt, — oder $\div$ und heiſst *Minus* oder *weniger;* z. B. $288 \div 48 = 240$.

§. 17.

Uebungsbeispiele.

1) Ellen.	2) Stück.	3) Kannen.	4) Eimer.
985	780	4842	3584
452	364	2622	984

5) Ohm.	6) Anker.	7) Metzen.
7238	6304	37035
5185	3786	9876

8) Himten.	9) Scheffel.	10) Malter.
35000	67238	2634084
7923	29489	956197

11) Wispel.	12) Simmer.	13) Tonnen.
70000	900010	908070
50304	69405	345678

14) Sekunden.	15) Minuten.
3456789	730043096
567890	9876543

16) 989333333 Stunden *minus* 1679012.
17) 703703592 Tage $\div$ 580246803.
18) 39751000 Wochen $\div$ 978105.
19) 51037 Monate $\div$ 8198.
20) 39750 Jahre $\div$ 29756.
21) 2459 Pfund Wallfischbaarden $\div$ 969 Pfund.

22) Reinhold hat 9000 Thaler im Vermögen und 7009 Thaler Schulden; wie viel beträgt sein wahres Vermögen?

23) Ramdohr hat eine jährliche Einnahme von 1680 Thaler Kassengeld, seine Ausgabe betrug im Jahre 1803 in dem nämlichen Gelde 1385 Rthlr.; wie viel blieb ihm noch übrig?

24) Der König von Schweden, *Karl XII.* war 1682 geboren, und starb 1718; wie alt ist er geworden?

25) Christoph Columbus hat im Jahre 1492 Amerika entdeckt; wie lange ist es also in diesem 1811ten Jahre bekannt?

26) Im Jahre 1803 wurden in Hamburg geboren 4257, gestorben aber sind 4370. Wie viel sind mehr gestorben, als geboren worden?

27) Ostpreußen erhält aus Schweden jährlich für 34200 Thaler Eisen, und liefert dagegen für 73280 Thaler an Getraide und Brannt-

wein dahin; wie viel gewinnt es bei diesem Tausche?

28) England hatte kurz vor seiner Theilnahme an dem Kriege gegen Frankreich 247'483782 Pfund Sterling Staatsschulden; im Jahre 1807 aber 600 Millionen Pf. Sterl. Um wie viel hatten sich die Schulden bis dahin vermehrt?

29) Ein Kriegsschiff von 100 Kanonen kostet *ohne* die Ausrüstung 190956 Thaler, *mit* derselben aber 257625 Thaler. Wie viel betragen daher die Kosten der Ausrüstung?

30) Das Tauwerk eines Kriegsschiffes vom ersten Range wiegt bei völliger Ausrüstung, wenn es *roh* ist, 164263, und wenn es *getheert* ist, 219010 Pfund. Das Tauwerk, welches zu den Masten allein erforderlich ist, wiegt *roh* 137448 und *getheert* 183264 Pfund. Wie viel Pfund a) rohes und b) getheertes Tauwerk gehört also, aufser dem an den Masten, zu der übrigen Ausrüstung eines solchen Kriegsschiffes?

Vierter Abschnitt.

Vom Multipliziren gleichbenannter Zahlen.

§. 18.

Multipliziren heiſst vermehren, vergröſsern, oder vervielfältigen, und lehret eine gegebene Zahl durch eine andere um so viel mal vergröſsern, als diese andere gegebene Zahl Einheiten hat.

Diejenige Zahl, welche multiplizirt oder vermehrt werden soll, heiſst der *Multiplicant;* die andere Zahl aber, mit welcher man vermehrt, heiſst der *Multiplicator.* Diese letztere Zahl (der Multiplicator) unterscheidet sich von der erstern (vom Multiplicanten) immer durch das, ihrem Zahlworte angehängte, Wörtchen *mal,* z. B. zweimal, sechsmal, zehnmal, vier und sechzigmal etc. und zeigt dadurch den geringern oder höhern Grad der Vermehrung der andern Zahl an. Beide Zahlen nennt man die *Factoren.* Multipliziren heiſst daher auch: den einen Factor so vielmal nehmen, als der andere Factor

Einheiten in sich enthält. Das, was durch die Arbeit dieser beiden Factoren herausgebracht, oder die vorher unbekannte Zahl, welche durch sie gefunden wird, nennt man das *Product*. Z. B.

8 Multiplicant	die zwei Factoren.
4 Multiplicator	
32 Product.	

§. 19.

Da das Product oder Resultat einer Multiplicationsaufgabe durch eine so und so vielmalige Vermehrung des Multiplicanten, als nämlich der Multiplicator anzeigt, gefunden wird, so würde man den jedesmaligen Multiplicanten so viel mal zu sich selbst addiren müssen, als es der Multiplicator mit sich brächte. Sollte z. B. 653 mit 24 multiplizirt werden, so würde man in diesem Falle das Product auf folgende weitläuftige Art suchen müssen.

653	Transport 5877	Transport 11101
653	653	653
653	653	653
653	653	653
653	653	653
653	653	653
653	653	653
653	653	653
653	653	
Transport 5877	Transp. 11101	Summa 15672

Allein dieser ungeheuren Weitläuftigkeit haben wir nicht nöthig; denn eben diese dritte Rechnungsart, die Multiplication, lehrt uns, das Product von zwei gegebenen Factoren durch Hülfe des Einmaleins auf einem weit kürzern Wege finden. Jeder Rechenschüler wird daher, wenn er nicht alle Mühe vergebens anwenden

will, wohl thun, das hier folgende *Einmaleins* vollkommen auswendig zu lernen. Hier ist es:

1	mal	1	ist	1
2	—	2	sind	4
2	—	3	—	6
2	—	4	—	8
2	—	5	—	10
2	—	6	—	12
2	—	7	—	14
2	—	8	—	16
2	—	9	—	18
2	—	10	—	20
3	mal	3	sind	9
3	—	4	—	12
3	—	5	—	15
3	—	6	—	18
3	—	7	—	21
3	—	8	—	24
3	—	9	—	27
3	—	10	—	30
4	mal	4	sind	16
4	—	5	—	20
4	—	6	—	24
4	—	7	—	28
4	—	8	—	32
4	—	9	—	36
4	—	10	—	40
5	mal	5	sind	25
5	—	6	—	30
5	—	7	—	35
5	—	8	—	40
5	—	9	—	45
5	—	10	—	50
6	mal	6	sind	36
6	—	7	—	42
6	—	8	—	48
6	—	9	—	54
6	—	10	—	60
7	mal	7	sind	49
7	—	8	—	56
7	—	9	—	63
7	—	10	—	70
8	mal	8	sind	64
8	—	9	—	72
8	—	10	—	80
9	mal	9	sind	81
9	—	10	—	90
10	mal	10	sind	100
10	—	100	—	1000

§. 20.

Lerne vornämlich die Zahlen auf folgende drei Arten multipliziren:

a) *mit untergesetztem Multiplicator*, welches die gemeine Art zu multipliziren genannt wird.

b) *Mit einem durch die Addition zerfällten Multiplicator.*

c) *Mit einem durch die Multiplication zerfällten Multiplicator.*

Zu jeder dieser drei Arten soll in den folgenden §§ die nöthige Anweisung gegeben werden.

Das Zeichen der Multiplication ist ein $\times$ oder ein Punkt . und wird durch *mal* ausgesprochen; z. B. $6 \times 9 = 54$, d. h. 6 mal 9 ist gleich der Zahl 54; oder $4 . 12 = 48$.

§. 21.

a) *Nach der gemeinen Art zu multipliziren.*

1) *Besteht der Multiplicator nur aus einer Ziffer, so wird jede einzelne Ziffer des Multiplicanten gleich so vielmal genommen, als der Multiplicator Einheiten hat.* Ist z. B. die Zahl 72 mit 4 zu multipliciren, so muſs der Einer 2 viermal, und der Zehner 7 auch viermal genommen werden, weil der Multiplicator aus 4 Einheiten besteht. Die Zahlen, welche herauskommen, müssen genau unter die vermehrten Ziffern des Multiplicanten zu stehen kommen, wie hier folgt:

$$\begin{array}{r} 72 \\ 4 \\ \hline 288 \end{array}$$

Kommen aber durch das Multipliziren der einen Zahl des Multiplicanten mit dem Multiplicator zwei Ziffern heraus, so setzt man nur die Ziffer der niedrigern Ordnung unter die vermehrte Ziffer des Multiplicanten, und trägt die andere zu der nächstfolgenden Stelle über, weil sie, ihrer Geltung nach, dahin gehört. Soll z. B. 436 mit 6 multiplizirt werden, so ist die Rechnung folgende:

$$\begin{array}{r} 436 \\ 6 \\ \hline 2616 \end{array}$$

Erklärung. 6 mal 6 sind 36; setze die 6 gerade unter die Einer des Multiplicanten und behalte die 3 so lange im Sinne, bis du den folgenden Zehner 3 multiplizirt hast. Sage nun 6 mal 3 oder 3 mal 6 sind 18, hierzu die 3 Zehner aus den Einern, sind 21, setze die 1 unter und behalte 2 im Sinne. Endlich sprich 4 . 6 = 24 + 2 aus den Zehnern = 26, welche Zahl ganz ausgeschrieben wird, weil im Multiplicanten keine Ziffer mehr folgt.

Multiplizire ferner 8632 Stück Aepfel mit 4 und sage mir das Product.

8632 Aepfel
4
Product 34528 Aepfel.

Einige Uebungsbeispiele.

1) Multiplizire 5647 Pfund Mandeln mit 2
2) — 4952 — Rosinen — 3
3) — 869 Pud Seife — 4
4) — 608 — Hanf — 5
5) 16098 Arschinen Segeltücher × 6
6) 23907 — Leinwand × 7
7) 8354 Yards engl. Tuch × 8
8) 7658 Varas Leinwand in Portugal × 9

§. 22.

2) Besteht der Multiplicator aus zwei oder mehreren Ziffern, so vermehrt man erstlich alle Ziffern des Multiplicanten mit den Einern des Multiplicators; hierauf geht man zu der nächst höhern Stelle zu den Zehnern, und vermehrt mit diesen ebenfalls alle Ziffern des Multiplicanten, doch so, dafs die erste Ziffer des Products in die Stelle der Zehner zu stehen komme. Besteht der Multiplicator aus drei Ziffern, so multiplizirt man mit den Hunderten dessel-

ben, wie vorher, alle Ziffern des Multiplicanten, rückt aber die erste Ziffer des Products um zwei Stellen ein, damit sie in die Stelle der Hunderte zu stehen komme. Nach geschehener Multiplication werden die gefundenen einzelnen Producte zusammengezählt, und durch eine Summe ausgedrückt. Z. B.

1)		2)
653 Multiplicand		85376
24 Multiplicator		432
2612		170752
1306		256128
		341504
15672 Product.		36882432

Noch anschaulicher wird das hierbei beobachtete Verfahren werden, wenn man sichs mit zergliederten Zahlen also vorstellt:

653
4
———
12
200
2400
———
2612 **Product des Einers** 4

nämlich: 4 × 3 = 12; 4 × 50 = 200; 4 × 600 = 2400. Diese einzelnen Producte addirt, so erhält man 2612. Ferner:

653
20
———
60
1000
12000
———
13060 **Product des Zehners** 2

nämlich: 20 × 3 = 60; 20 × 50 = 1000; 20 × 600 = 12000; 20 × 653 beträgt also 13060. Werden nun beide Producte, das des

Einers und das des Zehners addirt, so erhält man das Product des Multiplicators 24, wie hier steht:

2612	Product des Einers		4
13060	-	- Zehners	2
15672	-	- Multiplicators	24.

Auch das zweite Exempel läſst sich auf diese Art zergliedern, nämlich:

Einer.

2	mal	6	sind	12
2	-	70	-	140
2	-	300	-	600
2	-	5000	-	10000
2	-	80000	-	160000
2	mal	85376	sind	170752

Zehner.

30	×	6	=	180
30	-	70	-	2100
30	-	300	-	9000
30	-	5000	-	150000
30	-	80000	-	2400000
30	×	85376	=	2561280

Hunderte.

400	×	6	=	2400
400	-	70	-	28000
400	-	300	-	120000
400	-	5000	-	2000000
400	-	80000	-	32000000
400	×	85376	=	34150400

Addire nun diese drei einzelnen Producte, so wird die Summe derselben dem obigen Producte gleich seyn:

170752	Product der	2 Einer des Multiplicators		
2561280	-	- 3 Zehner	-	-
34150400	-	- 4 Hunderte	-	-
36882432	Product des Multiplicators 432.			

§. 23.

3) Kommen in der Mitte des Multiplicators eine oder mehrere Nullen vor, so übergeht man dieselben und rückt das nächstfolgende Product über dieselben hinweg; z. B.

164835	Sonst würde es also stehen;	164835
104		104
659340		659340
164835		000000
17142840		164835
		17142840

Ein anderes Beispiel.

5807462	Sonst würde es also stehen:	5807462
4003		4003
17422386		17422386
23229848		0000000
23247270386		0000000
		23229848
		23247270386

Dieses Einrücken darf aber nie unterlassen werden, weil die Nullen nur zur Ausfüllung der leeren Stellen da sind, und dazu dienen, die Bedeutung der folgenden Ziffern gehörig zu bestimmen. Im ersten Beispiele zeigt die Null in 104 an, daſs kein Zehner da sey, daſs aber die 1 einhundert gelte. Würde die Null weggelassen, so wäre es nur 14, und dann würde ein 9omal geringeres Product herauskommen. In dem zweiten Exempel zeigen die 2 Nullen im Multiplicator 4003 an, daſs kein Zehner und kein Hunderter vorhanden sey, sondern 4 tausend und drei. Würden die Nullen weggelassen, so hätte man dann nur 43, welches 3960 weniger wäre als 4003, und folglich würde auch das Product um so vielmal zu klein herauskommen.

Eben dies gilt auch von folgenden Exempeln:

97325	476897
40608	200406
778600	2861382
583950.	1907588.
389300.	953794..
3952173600	95573020182

§. 24.

4) Keine Art von Multiplicationsaufgaben ist leichter zu berechnen, als solche, wo der Multiplicator aus einer dekadischen Zahl, d. h. aus einer Eins mit einer oder mehrern Nullen besteht. Dergleichen Aufgaben bedürfen gar keiner eigentlichen Berechnung, indem man dem Multiplicanten nur die Nullen des Multiplicators anzuhängen braucht, wodurch jener um 10, 100, 1000mal vergrösſert wird. Z. B.

$$52 \times 10 = 520$$
$$86 \times 100 = 8600$$
$$375 \times 1000 = 375000.$$

Durch das Hinzufügen von einer Null, wird jede Ziffer des Multiplicanten um eine Stelle höher hinaufgerückt, oder mit 10 multiplizirt, folglich wird jede Ziffer zehnmal so groſs, als sie vorher war. Eben so verhält sichs auch, wenn zwei oder drei Nullen angehängt werden.

5) Enthalten beide Factoren Nullen zur rechten Hand, so schneidet man diese ab, und multiplizirt erst die bedeutenden Ziffern, hierauf hängt man dem Producte die abgeschnittenen Nullen an. Z. B.

653\|00	172\|0
46\|0	54\|00
3918	688
2612	860
30038 000	9288 000

6) Auf eine eben so leichte, als kurze Art läſst sich das Product derjenigen Multiplicationsaufgaben finden, wo der Multiplicator aus solchen Zahlen, als 20, 50, 300, 4000 etc. besteht; man multiplizirt nämlich in diesem Falle bloſs mit 2, 5, 3, 4 etc. und hängt dann dem gefundenen Producte die Nullen des Multiplicators an. Z. B.

678	785
20	400
13560	314000

§. 25.

7) Beim Multipliziren ist es übrigens ganz einerlei, welchen von beiden Factoren man zum Multiplicanten, und welchen man zum Multiplicator macht. Der wahre Multiplicator ist diejenige Zahlengröſse, welcher das Wörtchen *Mal* zukommt, und welche den geringern oder höhern Grad der Vervielfältigung anzeigt, die mit der andern Zahl vorgenommen werden soll. Wenn z. B. ein holländischer Gulden 20 Stüver hat, so betragen

	2 fl. holl.		2 mal	20 (20×2)	=	40 St.		
ferner	3 -	-	3 -	20 (20×3)	=	60 -		
und folglich	378 -	-	378 -	20 (20×378)	=	7560 -		

Wollte man aber die wirkliche Berechnung dieser letztern Multiplicationsaufgabe so bewerkstelligen, wie es der Sinn der Aufgabe mit sich bringt, so würde sie also ausfallen:

```
  20
 378
----
 160
140
60
----
7560
```

Auf eine kürzere Art aber findet man das nämliche Product, wenn man die Factoren umkehrt, und den Multiplicanten zum Multiplicator macht, nämlich also:

```
 378
  20
----
7560
```

§. 26.

Uebungsbeispiele.

1)	Multiplizire	76854	Scheffel	mit 22
2)	-	9306	Wispel	mit 23
3)	-	5008	Malter	mit 26
4)	-	1987	Simmer	mit 34
5)	-	8765	Himten	mit 37
6)	-	1564	Metzen	mit 43
7)	-	375600	Anker	mit 47
8)	-	78534	Danz. Gulden	mit 30
9)	-	19804	Danz. Rthlr.	mit 90
10)	-	7096	Holl. Thaler	mit 50
11)	-	68719	Reichsgulden	mit 60
12)	-	7534	Bresl. Eimer	mit 80

13)	53690	Ohm	× 230
14)	8700	Eimer	× 700
15)	13080	Wedro	× 5000
16)	8356	Dekalitre	× 10
17)	20709	Arroben	× 100
18)	999	Viertel	× 1000
19)	876	Jetz	× 234
20)	7543	Both	× 3456

§. 27.

Zerfällung des Multiplicators durch die Addition.

Regel. Zerfälle den Multiplicator in seine einzelnen Bestandtheile, nämlich in Einer, Zehner, Hunderte etc. *und vermehre den jedesmaligen Multiplicanten auf die möglichst kürzeste Art.* Soll z. B. 5746 mit 21 multiplizirt werden, so kann die Berechnung auf folgende doppelte Art geschehen:

a) 5746 × 21		Oder:	b) 5746 × 21	
114920	20		11492.	1
5746	1		120666	20
120666				

Erklärung. In Nr. a) wurde der Multiplicator in 20 + 1 zerstreut; 20 × 5746 = 114920, dazu noch 1 mal 5746 = 120666. Kürzer aber ist das Verfahren in Nr. b), wo der Multiplicator in 1 + 20 zerfällt worden. Da nun die 1 nicht vermehrt, so läſst man gleich den Multiplicanten als 1 mal so viel stehen, und multiplizirt denselben mit 2, rückt aber, da diese Zwei ein Zehner ist, um eine Stelle hinauf, und addirt dann beide Producte, nämlich das von 1 und das von 20 mal, welches nun den 21 maligen Betrag des Multiplicanten gibt.

Eben so kann man auch folgende Aufgabe (789 × 12) auf zweierlei Art berechnen, als:

a) 789 × 12		Oder:	b) 789. × 12	
1578	2		1578	10
789.	10		9468	2
9468				

Ein jeder wird hier bei einem flüchtigen

Ueberblicke sehen, daſs die Rechnung Nr. b) kürzer und leichter sey, wo nämlich der Multiplicant 789 als zehnmal so viel, durch Beifügung eines Punctes (oder welches auch eine Null seyn kann) stehen blieb, und dann das gefundene zweifache Product von 789 (1578) dazu addirt wurde.

Hieraus läſst sich nun folgende *besondere Regel* abstrahiren:

Enthält der Multiplicator, wenn er aus zwei Ziffern besteht, rechts oder links eine Eins, so braucht man den Multiplicanten nur mit der andern Ziffer zu multipliziren, rückt aber im ersten Falle, (wenn nämlich der Multiplicator rechts eine Eins hat) *um eine Stelle weiter hinauf, im andern Falle aber um eine Stelle weiter herunter.*

Zur Erläuterung mögen folgende Beispiele dienen:

a) 593 ×	31	b) 8456. ×	13
1779·	— 1	25368	— 10
18383	30	109928	3
c) 987 ×	51	d) 8765. ×	15
4935·	— 1	43825	— 10
50337	50	131475	5

Geübte Rechner verrichten die hier angezeigte Zerfällung bloſs in Gedanken, ohne sie auf der Tafel oder auf dem Papier mit beizufügen.

Gleich gut und anwendbar ist diese Art zu multipliziren in allen solchen Fällen, wo der Multiplicator so beschaffen ist, daſs er am Anfange, oder am Ende, oder in der Mitte, eine Einheit enthält, wie folgende Beispiele zeigen:

a) 9844.. × 123		b) 6783 × 541	
19688		27132.	
29532	100	33915..	1
	20		40
1210812	3	3669603	500

c) 5678. × 214		d) 3546 × 112	
22712		3546	
11356..	10	7092	100
	4		10
1215092	200	397152	2

e) 568 × 211		f) 8649. × 2115	
568.	1	8649..	10
1136..	10	17298...	100}
		43245	
119848	200		2000
		18292635	5

g) 357 × 401	h) 6478 × 1005
1428	32390
143157	6510390.

Noch mehrere Arten der Zerfällung des Multiplicators durch die Addition anzuführen, (z. B. 12 durch 6 + 6 oder durch 8 + 4 oder durch 9 + 3; ferner 15 durch 8 + 7 etc.) halte ich schon um deswillen für überflüssig, weil sie in praxi wenigere Vortheile gewähren, als die oben angeführten.

§. 28.

Uebungsbeispiele,

bei welchen die im vorigen § gezeigte Zerfällung anwendbar ist.

1)	3456 Duzend Knöpfe	×	12
2)	6523 Duzend Paar Strümpfe	×	12
3)	4806 Duzend Servietten	×	12
4)	365 gute Groschen	×	12
5)	8435 Pfund Sterling	×	13
6)	7538 Spanische Piaster	×	13
7)	14325 Portug. Crusaden	×	14
8)	75960 Rees	×	14

9)	789	Mandel Bretter	×	15
10)	987	Mandel Aepfel	×	15
11)	897	Mandel Birnen	×	15
12)	798	Mandel Eier	×	15
13)	56479	Mark hamb. Banco	×	16
14)	33586	Mark hamb. Current	×	16
15)	768	Mark Silber	×	16
16)	19750	Mark Kupfer	×	16
17)	7965	Meissl. Gulden	×	21
18)	1598	Thaler Conv. Geld	×	31
19)	7788	Thaler Cassengeld	×	41
20)	9876	Thaler preuss. Current	×	51
21)	70504	Thaler in Louisd'or	×	81
22)	49580	Thaler in Laubthaler	×	91
23)	5566	Thaler in Kronenthaler	×	101
24)	8549	Thaler in Ducaten	×	115

§. 29.

Zerfällung des Multiplicators durch die Multiplication.

Regel. Zerfälle den Multiplicator, nach dem Einmaleins, in zwei oder mehrere Factoren, multiplizire dann den Multiplicanten mit einem derselben, mit dem andern aber multiplizire das durch den ersten erhaltene Product.

Multiplizire z. B. 5754 mit 28

$$\begin{array}{r} 5754 \\ \hline 23016 \\ \hline 161112 \end{array} \begin{array}{l} \\ (4 \\ \\ (7 \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{c} 28 \\ \hline 4 \cdot 7 \end{array}$$

Erklärung. Der Multiplicator 28 ist hier in 4mal 7 zerfällt worden. Hierauf wurde der Multiplicant 5754 erstlich mit 4 vermehrt, und das dadurch erhaltene Product, oder der viermalige Betrag, ist 23016. Wird nun dies Vierfache wieder mit 7 vermehrt, oder 7mal genommen, so erhält man 161112 zum Product des

Ganzen, welches 4mal 7mal oder 28mal mehr oder gröſser ist, als der gegebene Multiplicand.

Es ist übrigens ganz gleichgültig, mit welchem von den kleinern Factoren man zuerst multiplizirt, es kommt allemal einerlei Product, z. B.

```
 765   ×   32       Oder   765   ×   32
 ------(4  ----            ------(8  ----
 3060      4.8             6120      4.8
 ------(8                  ------(4
 24480                     24480
```

So kann man auch einen Multiplicator auf zwei, drei, und mehrere Arten zerfällen, als:

```
 6543   ×   36      Oder   6543   ×   36
 -------(6  ----           -------(4  ----
 39258      6.6            26172      4.9
 -------(6                 -------(9
 235548                    235548

            Oder 6543   ×   36
                 -------(12 ----
                 78516      3.12
                 -------(3
                 235548
```

Noch ein Beispiel. Multiplizire 7354 mit 48. Die Ausrechnung kann auf folgende und mehrere Arten geschehen:

```
      7354   ×   48      Oder   7354   ×   48
      -------(6  ----           -------(8  ----
      44124      6.8            58832      6.8
      -------(8                 -------(6
      352992                    352992

Oder  7354   ×   48      Oder   7354   ×    48
      -------(4  ----           -------(12  ----
      29416      4.12           88248       4.12
      -------(12                -------(4
      352992                    352992

Oder  7354   ×   48      Oder   7354   ×   48
      -------(3  ----           44124      ----
      22062      3.16           ------     16.3
      132372                    117664
      ------                    -------(3
      352992                    352992
```

Oder 7354 × 48		Oder 7354 × 48	
29416 (4	4·3·4	29416 (4	4·4·3
88248 (3		117664 (4	
352992 (4		352992 (3	

Anmerkung. Bei diesen zwei letztern Ausrechnungen wurde 48 in 4mal 3mal 4 (oder der kleinere Factor 12 in 3mal 4) zerfällt; das vierfache Product wurde nun mit 3 multiplizirt, und das dadurch erhaltene 12fache Product nochmals mit 4, wodurch das 48fache Product ebenfalls gefunden wurde.

§. 30.

Zerfällungstabelle,

deren sich Anfänger im Rechnen bedienen können.

Multiplicatoren.				*Zerfällungszahlen.*			
14	wird	zerfällt	in	2	mal	7	
15	-	-	-	3	-	5	
16	-	-	-	4	-	4	oder 2 × 8
18	-	-	-	3	-	6	oder 2 × 9
21	-	-	-	3	-	7	
22	-	-	-	2	-	11	
24	-	-	-	4	-	6	oder 3 × 8
25	-	-	-	5	-	5	
27	-	-	-	3	-	9	
28	-	-	-	4	-	7	
32	-	-	-	4	-	8	
33	-	-	-	3	-	11	
35	-	-	-	5	-	7	
36	-	-	-	6	-	6	oder 4 × 9
42	-	-	-	6	-	7	
44	-	-	-	4	-	11	
45	-	-	-	5	-	9	
48	-	-	-	6	-	8	oder 4 × 12
49	-	-	-	7	-	7	
54	-	-	-	6	-	9	

55	wird zerfällt in	5	mal	11	
56	- -	7	-	8	
63	- -	7	-	9	
64	- -	8	-	8	
66	- -	6	-	11	
72	- -	8	-	9	oder 6 × 12
77	- -	7	-	11	
81	- -	9	-	9	
84	- -	7	-	12	
88	- -	8	-	11	
96	- -	8	-	12	
99	- -	9	-	11	

Zahlen, denen eine Null angehängt ist, als 30; 40; 200; 300; 5000 u. s. w. brauchen nicht zerfällt zu werden, weil sich mit solchen Zahlen (§. 24.) ohnedem sehr leicht multiplizirt.

§. 31.

Uebungsbeispiele.

1)	354	Zentner Blei	× 24
2)	645	Zentner Zinn	× 25
3)	5756	Zentner Salpeter	× 27
4)	243	Zentner Graupen.	× 28
5)	631	Last Weizen	× 32
6)	1308	Last Gerste	× 35
7)	739	Last Häringe	× 36
8)	478	Faſs Bordeaux-Wein	× 42
9)	19709	Anker Medok	× 45
10)	4830	Oxhoft Franzwein	× 48
11)	8765	Ohm Moslerwein	× 49
12)	964	Both Malaga-Sekt	× 54
13)	1875	Ries Schreibpapier	× 56
14)	867	Ballen Druckpapier	× 63
15)	60785	Ellen Segeltuch	× 64
16)	80966	Arschinen Leinwand	× 72
17)	9978	Yards feines Tuch	× 81
18)	7908	Portug. Varas	× 84
19)	19876	Genues. Palmi	× 96
20)	38754	Venet. Ducati.	× 99

§. 32.

Man kann aber auch den Multiplicator auf eine gemischte Art zerfällen, nämlich durch die Multiplication und Addition. Dies thut man besonders bei denjenigen Multiplicatoren, die sich durch die Multiplication nicht vollkommen zerfällen lassen. Man bedient sich dann des Plus oder Minus.

Wenn nämlich der Multiplicator in zwei oder drei kleinere Factoren zerfällt worden, diese aber die Zahl des Multiplicators nicht völlig erreichen, so wird das Mangelnde mit dem Pluszeichen hinzugesetzt und dadurch angezeigt, dafs die gegebene Zahl (der Multiplicand) noch so vielmal genommen und zu dem gefundenen Vielfachen addirt werden soll; z. B.

```
 4385   ×  43
-------(6  ---
 26310    6 × 7 + 1
-------(7
184170
  4385 (+ 1
-------
188555
```

Erklärung. Da hier 6 × 7 noch nicht 43 beträgt, sondern 1 daran fehlt, so wird dies durch + 1 bemerkt, und nachdem der Multiplicand mit den beiden kleinern Factoren 6 und 7 multiplizirt worden, wird derselbe einmal zu dem durch die Factoren 6 × 7 erhaltenen Producte addirt. Man kann aber auch, da der Multiplicand hier nur einmal zu addiren ist, denselben gleich bei der Multiplication mit dem zweiten Factor in Gedanken dazu addiren, wie folgt:

```
 4385   ×  43
-------(6  ---
 26310    6 × 7 + 1
-------(7
188555
```

Betragen aber die zwei oder drei kleinern Factoren mehr als der Multiplicator, so wird dieser Ueberschuſs durch das Zeichen Minus (—) bemerkt. Minus bedeutet also, daſs die gegebene Summe (der Multiplicand) so vielmal, als der Ueberschuſs beträgt, von dem gefundenen Vielfachen abgezogen werden soll. Z. B.

```
     67483  ×  59
  ----------(60 ---
  4.0489.80     60 — 1
     67483 (— 1
  ----------
  3981497
```

Da hier das Product 4048980 das 60fache von 67483 ist, und doch nur das 59fache verlangt wird, so muſs nothwendig der, der Bequemlichkeit wegen, einmal zu viel genommene Multiplicand einmal wieder subtrahirt werden.

Ein anderes Beispiel:

```
     84356  ×  26
  ----------(5  ---
    421780      5 × 5 + 1
  ----------(5
   2108900
     84356 (+ 1
  ----------
   2193256
```

Oder:

```
     84356  ×  26
  ----------3)  ---
    253068      3 × 9 — 1
  ----------(9
  22.776.1.2
     84356 (— 1
  ----------
   2193256
```

Hierzu merke man noch folgende Regel:

Mit Plus und Minus wird der gegebene Multiplicand vermehrt, und unter das durch die kleinern Factoren erhaltene Product ge-

setzt; ist es nun Plus, so wird es dazu addirt, ist es aber Minus, so wird es davon subtrahirt.

§. 33.

Man kann dergleichen Multiplicatoren auf mehrere Arten zerfällen; so läſst sich z. B. 23 zerfällen

in	4	×	6	−	1	
in	3	×	8	−	1	
in	5	×	5	−	2	
in	2	×	11	+	1	
in	3	×	7	+	2	
in	2	×	12	−	1	u. s. w.

man wählt aber immer die bequemste und leichteste Art.

V e r z e i c h n i ſs

einiger ungeschickten Multiplicatoren, nebst deren Zerfällung.

23	in	2	×	11	+	1	oder	in	4	×	6	−	1	
26	-	5	×	5	+	1	-	-	3	×	9	−	1	
29	-	4	×	7	+	1	-	-	3	×	10	−	1	
31	-	3	×	10	+	1	-	-	4	×	8	−	1	
34	-	3	×	11	+	1	-	-	5	×	7	−	1	
37	-	6	×	6	+	1	-	-	4	×	10	−	3	
38	-	6	×	6	+	2	-	-	4	×	10	−	2	
39	-	6	×	6	+	3	-	-	4	×	10	−	1	
41	-	4	×	10	+	1	-	-	6	×	7	−	1	
43	-	6	×	7	+	1	-	-	4	×	11	−	1	
46	-	5	×	9	+	1	-	-	6	×	8	−	2	
47	-	5	×	9	+	2	-	-	5	×	10	−	3	
51	-	5	×	10	+	1	-	-	6	×	9	−	3	
52	-	5	×	10	+	2	-	-	6	×	9	−	2	
53	-	5	×	10	+	3	-	-	6	×	9	−	1	
57	-	7	×	8	+	1	-	-	6	×	10	−	3	
58	-	7	×	8	+	2	-	-	6	×	10	−	2	
59	-	7	×	8	+	3	-	-	6	×	10	−	1	

u. s. w.

§. 34.

Auf diese Art lassen sich auch die Hunderte und Tausende des Multiplicators zerfällen; dies setzt aber schon Kenntniſs der Division voraus, und es wird die Anweisung dazu im folgenden fünften Abschnitte §. 51. gegeben werden. Hier folgen bloſs einige Exempel zur Uebung, um das Verfahren dabei zu zeigen.

a) Multiplizire 57642 mit 125

57642 × 125
——— (5 ———
288210 5 × 5 × 5
——— (5
1441050
——— (5
7205250

b) 85462 × 124
——— 5) ———
427310 5 × 5 × 5 — 1
——— (5
2136550
——— (5
106.8.27.5.0
85462 (— 1
———
10597288

Oder kürzer: 85462.. × 124
170924.
34.848
———
10597288

c) 987654 × 3456
——— (9 ———
8888886 9 × 8 × 8 × 6
——— (8
71111088
——— (8
568888704
——— (6
3413332224

Oefters aber kann man auch ohne dergleichen Zerfällungen sehr leicht multipliziren, wenn die Ziffern des Multiplicators ein gewisses

Verhältniſs zu einander haben, so daſs die folgenden 2 oder 3 mal gröſser sind, als die vorhergehenden, wo man nur das Product von diesen zu multipliziren und richtig unterzusetzen braucht; z. B.

```
  987654
     842
--------
 1975308
 3950616
7901232
--------
831604668
```

Hier ist die Ziffer 4 zweimal gröſser, als die 2, daher nehme ich das Product von 2 zweimal, rücke aber um eine Stelle höher, eben so mit der 8, welche wieder zweimal gröſser ist, als die vorhergehende 4.

§. 35.

Eine gegebene Zahl zu multipliziren, und zugleich eine andere Zahl zum Producte zu addiren, oder davon zu subtrahiren.

Soll 1) eine gegebene Zahl während der Multiplication noch zu dem Producte addirt werden, so nimmt man bei Vermehrung der einzelnen Ziffern des Multiplicanden sogleich die Ziffer der zu summirenden Zahl in Gedanken dazu, als:

```
 73546  × 4 + 234
------(4
294418
```

Ohne diese kürzere Berechnung würde man das Product auch auf folgende Art finden:

```
 73546  × 4 + 234
------(4
294184
   234 +
------
294418
```

2) Soll im Gegentheil das Product zweier Factoren von einer gegebenen Zahl subtrahirt werden, so kann dies ebenfalls gleich während der Multiplication in Gedanken geschehen, als: 294418 — 4 × 73546, d. h. von der Zahl 294418 soll das Product von 73546 × 4 abgezogen werden. Die Rechnung ist nachstehende:

$$73546 \times 4 \quad \frac{294418}{000234}$$

Ohne diese Abkürzung würde die Rechnung folgendermaſsen geschehen:

$$\begin{array}{rr} & 294418 \\ \text{ab} & 294184 \\ \hline & 234 \end{array} \quad - \quad \frac{73546 \times 4}{294184}$$

Die Anwendung des ersten dieser beiden Fälle wird im 9ten Abschnitte bei der Multiplication mit ungleich benannten Zahlen vorkommen, die des zweiten aber schon im folgenden Abschnitte, bei der Division.

§. 36.

Einige Vortheile beim Multipliziren.

Erster Vortheil.

Da besonders bei ungleichbenannten Zahlen die Fälle sehr häufig vorkommen, wo man mit 12, mit 16, mit 24, mit 32 etc. multipliziren muſs, so kann man solche Multiplicationen sehr leicht und kurz verrichten, wenn man die Producte von dergleichen Multiplicatoren auswendig weiſs, und dann eben so multiplizirt, als wenn der Multiplicator aus einem bloſsen Einer bestünde.

Durch öftere Wiederholung und fleiſsiges Durchlesen können folgende vier *groſse Mul-*

tiplicationstabellen bald im Gedächtniſs behalten werden.

	12			16	
2 mal		sind 24	2 mal		sind 32
3 -		- 36	3 -		- 48
4 -		- 48	4 -		- 64
5 -		- 60	5 -		- 80
6 -		- 72	6 -		- 96
7 -		- 84	7 -		- 112
8 -		- 96	8 -		- 128
9 -		- 108	9 -		- 144
10 -		- 120	10 -		- 160

	24			32	
2 mal		sind 48	2 mal		sind 64
3 -		- 72	3 -		- 96
4 -		- 96	4 -		- 128
5 -		- 120	5 -		- 160
6 -		- 144	6 -		- 192
7 -		- 168	7 -		- 224
8 -		- 192	8 -		- 256
9 -		- 216	9 -		- 288
10 -		- 240	10 -		- 320

Zweiter Vortheil.

Mit der Zahl 11 kann man sehr geschwind multipliziren. Besteht der Multiplicand nur aus zwei Ziffern, so addirt man dieselben, und setzt die gefundene Zahl dazwischen; z. B. 11 mal $35 = 3^85$; und 11 mal $84 = 9^24$. Enthält der Multiplicand drei, vier und mehrere Ziffern, so setzt man gleich die erste rechter Hand hin, und addirt dann je zwei und zwei Ziffern zusammen, so daſs die zwischen der ersten und letzten liegenden Ziffern zweimal, die erste und letzte aber nur einmal addirt werden. Z. B. 11 mal 394537 = 4339907, nämlich also:

$$\frac{394537 \times 11}{4339907}$$

Dritter Vortheil.

Mit 99 und jedem Multiplicator, der nahe an Hundert gränzt, kann man auf diese Art sehr leicht und kurz multipliziren, wenn man dem Multiplicanden zwei Nullen anhängt (d. h. denselben mit 100 multiplizirt) und dann das ein-, zwei- und mehrmalige Product davon abzieht; z. B.

583 × 99 = 58300 — 1 × 583

Oder:
```
  58.3.00   × 99
    583       ------
  -------     100 — 1
  57717
```

So ist 7654 × 98 = 765400 — 2 × 7654

Oder:
```
  7654.00   × 98
   15308      ------
  --------    100 — 2
  750092
```

97 mal 3567 ist = 356700 — 3 × 3567

nämlich
```
  356.7.00  × 97
   10701      ------
  --------    100 — 3
  345999
```

Eben so kann man auch verfahren, wenn der Multiplicator nahe an 1000, 10000 etc. gränzt. Multiplizire z. B. 6349 mit 998. Die Berechnung ist folgende:

```
  6349.000  × 998
    12698     ------
  --------    1000 — 2
  6336302
```

Multiplizire 3546 × 9997

```
  3546.0000  × 9997
     10638     ------
  ---------    10000 — 3
  35449362
```

Auch läſst sich dieser Vortheil da anwenden, wo der Multiplicator aus solchen Zahlen

besteht, als 199; 198; 197; 297; 398; 4999 etc. z. B.

```
  576 × 198        486 × 399
 ─────────         ─────────
 115200   200 — 2  194400   400 — 1
   1152              486
 ──────            ──────
 114048            193914

        4763 × 4999
      ─────────────
      23815000   5000 — 1
          4763
      ────────
      23810237
```

Mehrere Vortheile, die man bei vorkommenden Multiplicationsaufgaben anwenden kann, sind im zweiten Theile enthalten.

§. 37.

Vermischte Uebungsbeispiele.

1)	Multiplizire 312	Schock Aepfel	mit	60
2)	— 4083	Mandel Birnen	mit	15
3)	— 463	Säcke Nüsse	mit	31
4)	— 586	Säcke Anies	mit	17
5)	— 673	Säcke Zitronenschalen	mit	41
6)	3549	Stein Flachs	×	22
7)	6854	Stein Wolle	×	24
8)	7950	Stein Wachs	×	36
9)	5874	Pud Juchten	×	40
10)	2436	Pud Talg	×	99
11)	139	Zentner Fernambukholz	×	110
12)	542	Zentner Salpeter	×	72
13)	7638	Kopeken	×	799
14)	6543	Groot	×	698
15)	1508	Stüver	×	998
16)	19018	Mariengroschen	×	108
17)	6310	gute Groschen	×	12
18)	93700	Thaler	×	24
19)	6054	Mark lübisch	×	16
20)	38400	Gulden holl.	×	20
21)	1985	Pfund Sterling	×	240
22)	65400	Schilling Sterling	×	700

23) 8'900 000 Rees × 35000
24) 25340 Crusaden × 7200

25) Wie heifst das Product von 2953 × 40? oder: wenn jährlich aus America 2953 Zimmer Biberfelle nach Europa ausgeführt werden; wie viel Stücke sind es, da das Zimmer 40 Stücke hält?

26) Wenn in den preufsischen Landen jährlich 64800 Oxhoft Wein getrunken werden, und jeder Oxhoft nur zu 45 Thaler gerechnet wird; wie viel beträgt es?

27) Im Durchschnitte sterben täglich in *Amsterdam* 30; in *Berlin* 15; in *Hamburg* 12; in *London* 57; in *Paris* 55, und in *Wien* 32 Menschen. Wie viel sterben also in einem ganzen Jahre, oder in 365 Tagen?

28) Die Holländer fingen sonst jährlich 200000 Tonnen Häringe. Wenn man nun jede Tonne zu 780 Stück rechnet, wie viel Stücke beträgt es?

29) Wie heifst das Product von 8 mal 1735 Rubel plus 113?

30) Wie heifst das Product von 9 mal 539 Ducaten minus 51?

Anmerkung. Die *Probe* der Multiplication ist am Ende des folgenden Abschnittes nachzusehen.

Fünfter Abschnitt.

Vom Dividiren gleichbenannter Zahlen.

§. 38.

Dividiren oder theilen, heiſst ausrechnen, wie oft die eine gegebene Zahl in der andern enthalten sey, oder eine gegebene Zahl in mehrere gleiche Theile theilen.

Die Zahl oder Summe, welche getheilt werden soll, heiſst der *Dividend;* die Zahl, mit welcher man theilt, oder welche gleichsam die theilenden Personen vorstellt, wird der *Divisor* genannt. Die Zahl, welche durchs Dividiren gefunden wird, heiſst der *Quotient.* Dieser und der Divisor sind die *beiden Factoren* beim Dividiren. Die nach geschehener Theilung am Ende übrig bleibenden Zahlen werden der *Rest* genannt, und dieser muſs allemal kleiner seyn, als der Divisor, oder als die Zahl der Theiler; denn wäre der Rest so groſs, als die Anzahl der Theiler, so erhielt ja jeder derselben noch Eins, und dann bliebe kein Rest.

Das *Zeichen der Division* ist ein : und wird gelesen *dividirt durch;* z. B. 48 : 6 = 8,

d. h. 48 dividirt durch 6 ist gleich 8. Man bezeichnet die Division auch so, daſs man den Dividenden oben, den Divisor aber darunter setzt, und zwischen beiden einen Strich macht, z. B. $\frac{48}{6} = 8$.

§. 39.

Man gebraucht die Division, nach obiger Erklärung, in zwei verschiedenen Fällen, a) wenn man z. B. 24 Thaler unter 4 Personen gleich vertheilen will, und in diesem Falle die Gröſse eines solchen Antheils zu wissen verlangt; oder b) wenn man z. B. eine Gröſse von 24 Thalern gegen eine andere Gröſse von 4 Thalern hält, und die Zahl sucht, wie vielmal die 4 Rthlr. in 24 Rthlr. enthalten sind. In beiden Fällen ist der Quotient 6. Denn 4 Rthlr. sind in 24 Rthlr. 6 mal enthalten; und wenn sich 4 Personen in 24 Rthlr. theilen, so kommen deren auf jede 6. In beiden Fällen findet man die Zahl, welche anzeigt, wie vielmal eine gegebene Zahl in einer andern gegebenen enthalten sey.

Bei der Division wird das Product und nur ein Factor gegeben, wozu der andere Factor gesucht werden muſs; multiplizirt man nun den gefundenen Factor mit dem gegebenen, so muſs das Product dem gegebenen Dividenden gleich seyn. Die Division ist daher eine der Multiplication entgegengesetzte Arbeit, und beide dienen, wie am Schlusse dieses Abschnittes bemerkt werden wird, einander zur Probe.

§. 40.

Wer dividiren lernen will, muſs bei jeder ihm vorgelegten Zahl bald einsehen lernen, wie

Fünfter Abschnitt.

Vom Dividiren gleichbenannter Zahlen.

§. 38.

Dividiren oder theilen, heiſst ausrechnen, wie oft die eine gegebene Zahl in der andern enthalten sey, oder eine gegebene Zahl in mehrere gleiche Theile theilen.

Die Zahl oder Summe, welche getheilt werden soll, heiſst der *Dividend;* die Zahl, mit welcher man theilt, oder welche gleichsam die theilenden Personen vorstellt, wird der *Divisor* genannt. Die Zahl, welche durchs Dividiren gefunden wird, heiſst der *Quotient.* Dieser und der Divisor sind die *beiden Factoren* beim Dividiren. Die nach geschehener Theilung am Ende übrig bleibenden Zahlen werden der *Rest* genannt, und dieser muſs allemal kleiner seyn, als der Divisor, oder als die Zahl der Theiler; denn wäre der Rest so groſs, als die Anzahl der Theiler, so erhielt ja jeder derselben noch Eins, und dann bliebe kein Rest.

Das *Zeichen der Division* ist ein : und wird gelesen *dividirt durch;* z. B. 48 : 6 = 8,

d. h. 48 dividirt durch 6 ist gleich 8. Man bezeichnet die Division auch so, daſs man den Dividenden oben, den Divisor aber darunter setzt, und zwischen beiden einen Strich macht, z. B. $\frac{48}{6} = 8$.

§. 39.

Man gebraucht die Division, nach obiger Erklärung, in zwei verschiedenen Fällen, a) wenn man z. B. 24 Thaler unter 4 Personen gleich vertheilen will, und in diesem Falle die Gröſse eines solchen Antheils zu wissen verlangt; oder b) wenn man z. B. eine Gröſse von 24 Thalern gegen eine andere Gröſse von 4 Thalern hält, und die Zahl sucht, wie vielmal die 4 Rthlr. in 24 Rthlr. enthalten sind. In beiden Fällen ist der Quotient 6. Denn 4 Rthlr. sind in 24 Rthlr. 6 mal enthalten; und wenn sich 4 Personen in 24 Rthlr. theilen, so kommen deren auf jede 6. In beiden Fällen findet man die Zahl, welche anzeigt, wie vielmal eine gegebene Zahl in einer andern gegebenen enthalten sey.

Bei der Division wird das Product und nur ein Factor gegeben, wozu der andere Factor gesucht werden muſs; multiplizirt man nun den gefundenen Factor mit dem gegebenen, so muſs das Product dem gegebenen Dividenden gleich seyn. Die Division ist daher eine der Multiplication entgegengesetzte Arbeit, und beide dienen, wie am Schlusse dieses Abschnittes bemerkt werden wird, einander zur Probe.

§. 40.

Wer dividiren lernen will, muſs bei jeder ihm vorgelegten Zahl bald einsehen lernen, wie

viel auf eine gewisse Anzahl theilender Personen, die der Divisor anzeigt, von der gegebenen Zahl ausreichen, und wie viel gleiche Theile sich davon machen lassen.

Man setzt dabei meistentheils voraus, daſs der Dividend gröſser, oder wenigstens nicht kleiner als der Divisor sey. Sind beide Zahlen, der Dividend und Divisor, einander gleich, so ist der Quotient 1. Ist aber der Dividend kleiner, als der Divisor, z. B. wenn 3 durch 4 dividirt werden sollte, so wird, da keine Theilung in ganzen Zahlen Statt findet, die Division nur angezeigt, oder beide Zahlen werden in Bruchsgestalt gesetzt, und in diesem Falle so ausgedrückt $\frac{3}{4}$.

Sollen sich z. B. 4 Knaben in 32 Aepfel theilen, so wird gewiſs ein jeder diese Aufgabe sogleich im Kopfe zu berechnen wissen, und sagen: jeder bekommt 8 Stücke. Die 32 Stück Aepfel sind der Dividend, die 4 Knaben sind der Divisor, und 8 ist der Quotient. Multiplizire ich nun den Quotienten 8 mit dem Divisor 4, oder nehme ich die 8 Stück Aepfel 4 mal wieder zusammen, so kommen die 32 Stück Aepfel als Product heraus. Wären es aber 33 Stück Aepfel, so würde jeder Knabe ebenfalls 8 Stücke bekommen; ein Apfel aber bliebe in diesem Falle übrig, den entweder nur einer erhalten kann, oder den man in 4 gleiche Theile theilen muſs, wovon dann jeder noch ein Viertel ($\frac{1}{4}$) erhält.

Anfänger werden sehr wohl thun, wenn sie die Quotienten von folgenden leichten Divisionsaufgaben gleich aus dem Kopfe angeben können:

Divisor.		*Dividend.*	*? Quotient.*
2 Knaben	in	12 Thaler.	
3 - -	-	18 Birnen.	
3 Mädchen	-	21 Stecknadeln.	
4 - -	-	28 Halstücher.	
4 Brüder	-	36 Ducaten.	
5 -	-	40 Speziesthaler.	
5 Schwestern	-	30 Paar Strümpfe.	
6 Kinder	-	42 Aepfel.	
6 -	-	54 Nüsse.	
6 -	-	60 Birnen.	
7 Kaufleute	-	63 Zentner Zucker.	
	u. s. w.		

Dann können diese und andere dergleichen Aufgaben etwas verändert oder anders ausgedrückt werden, als:

Dividire 42 Aepfel durch 6
- 54 : 6
- 63 : 7
Suche den 5ten Theil von 30
- - 6 - von 60 u. s. w.

§. 41.

1) *Divisionsaufgaben, wo der Divisor nur aus einer Ziffer besteht.* Dies sind die leichtesten, wie folgende Beispiele zeigen:

a) 5 Mädchen wollen sich in 620 Stecknadeln theilen, wie viel solcher Nadeln wird ein jedes bekommen?

```
5 : 620 | 100
    500 |  20
    ---     4
    120   ---
    100   124 Quotient.
    ---
     20
     20
    ---
```

Erklärung. Die 5 Mädchen theilen sich zuerst in die 6 Hunderte, und jedes erhält 100;

da nun noch zu theilen sind einhundert und zwanzig, oder 1 Hunderter und 2 Zehner, das sind 12 Zehner, so kommt wieder auf jedes 2 Zehner, oder 20; allein auch jetzt bleiben 2 Zehner oder 20 übrig, in welche sich die 5 Mädchen vollends theilen, und ein jedes noch 4 Einheiten erhält. Der Antheil eines jeden ist daher 100 + 20 + 4, d. i. 124 Stecknadeln.

b) 4 Erben theilen sich in 5381 Reichsgulden, wie viel wird der Antheil eines jeden seyn?

4 :	5381	1000
	4000	300
	———	40
	1381	5
	1200	$\frac{1}{4}$
	———	———
	181	$1345\frac{1}{4}$ Quotient.
	160	
	———	
	21	
	20	
	———	
	1	

Erklärung. Zuerst theilen sich die 4 Erben in 5 tausend, von diesen erhält jeder zu seinem Antheile 1000, und es bleiben noch 1381 zu theilen übrig; wenn sie sich nun in die 13 hundert theilen, so kommen auf jeden 300, und bleiben noch 181 übrig. Auch in diese theilen sie sich, so daſs jeder noch 4 Zehner oder 40 erhält; 4 mal 4 Zehner sind 16 Zehner oder 160, von 181 abgezogen, bleiben 21 Rest. Diesen nochmals durch 4 dividirt, kommen auf jeden noch 5 Einer, oder einzelne Einheiten; 4×5 Einer = 20, von 21 abgezogen, bleibt noch 1 Gulden, diesen endlich auch durch 4 dividirt, gibt noch $\frac{1}{4}$. Folglich ist der ganze

Quotient 1000 + 300 + 40 + 5 + $\frac{1}{4}$ oder $1345\frac{1}{4}$.

Probe auf obiges Exempel.

$$4 : 4000 = 1000$$
$$4 : 1200 = 300$$
$$4 : 160 = 40$$
$$4 : 20 = 5$$
$$4 : 1 = \frac{1}{4}$$
$$4 : 5381 = 1345\frac{1}{4}.$$

So würde die Berechnung einer Divisionsaufgabe und die dabei zum Grunde liegende Verfahrungsart in ihrer ganzen Vollständigkeit erscheinen, und es wird gewiſs die besten Folgen haben, wenn Anfänger die im §. 44. gegebenen Uebungsbeispiele auf die nämliche Art berechnen.

§. 42.

Allein weit kürzer, wenn gleich mit Aufopferung der genauesten Richtigkeit des Ausdrucks, kann man die im vorigen § gegebenen Beispiele berechnen, wenn man die jedesmalige Zahl des Quotienten in die ihr zukommende richtige Stelle setzt, wie hier folgt:

```
a) 5 : 620 | 124          b) 4 : 5381 | 1345¼
       5.. |                     4... |
       —                         —
       12.                       13..
       10.                       12..
       —                         —
        20                        18.
        20                        16.
       —                         —
                                   21
                                   20
                                   —
                                    1
```

Noch kürzer wird die Berechnung, wenn man die jedesmalige Zahl des Quotienten mit dem Divisor in Gedanken multiplizirt und von

dem Theile des Dividenden abzieht, dabei aber nur den Rest anmerkt, als:

a) 5 : 620	124		b) 4 : 5381	$1345\frac{1}{4}$
12-			1121	

Bei einziffrigen Divisoren kann man auch den Quotienten, zur Ersparung des Raumes, gerade unter den Dividenden setzen, und beide durch eine Horizontallinie trennen, z. B.

a) 5 : 620	b) 4 : 5381
124 Quot.	$1345\frac{1}{4}$ Quot.

§. 43.

Bei der Division merke man noch Folgendes:

1) Man fängt die Division allemal zur Linken des Dividenden an, damit man das, was bei der einzelnen Theilung der höhern Stellen oder gröſsern Sorten übrig bleibt, zu der nächsten niedern Stelle nehmen kann.

2) Bei der einzelnen Theilung des Divisors in den Dividenden darf man nie über 9 in dem Quotienten nehmen.

3) Darf nie so viel, als der Divisor beträgt, übrig bleiben, noch weniger mehr; die höchste Zahl, die übrig bleiben darf, ist 1 weniger als der Divisor.

4) Man darf aber auch im Quotienten keine zu groſse Zahl nehmen, weil sonst durch die Multiplication der beiden Factoren eine gröſsere Zahl herauskommen würde, als die ist, in welche man theilet; sondern es muſs entweder gerade aufgehen, oder noch etwas übrig bleiben.

5) Bleibt bei der letztern Theilung noch

ein kleiner Rest, so kann dieser, wenn der Dividend Münzen, Maaſse oder Gewichte enthält, durch die Multiplication in die nächst niedrige Sorte verwandelt, und dann die Division auch in dieser kleinern Sorte vollzogen werden Z. B. wenn 195 Pfunde, durch 4 dividirt werden sollen, so ist die Rechnung folgende:

```
4 : 195 Pfund
    ─────
    48 Pf. + 3
             32 Lothe
             ───
             96 —
          4)───
             24 Lothe.
```

Der Quotient ist also $48\frac{3}{4}$ Pfd. oder 48 Pfd. 24 Loth. Mehreres hiervon wird bei der Division mit ungleichbenannten Zahlen vorkommen.

§. 44.

Uebungsbeispiele.

1)	Dividire	11294	Pfund Mandeln	durch	2
2)	-	14856	Pfd. Rosinen	:	3
3)	-	3476	Pud Seife	:	4
4)	-	3040	Pud Hanf	:	5
5)	-	96588	Arschinen Segeltuch	:	6
6)	-	167349	Arschinen Leinwand	:	7
7)	-	66832	Yards f. Tuch	:	8
8)	-	68922	Varas Leinwand	:	9

§. 45.

2) *Wenn der Divisor aus zwei oder mehrern Ziffern besteht.* Da scheint die Division etwas schwerer; allein es scheint auch nur so, und ein aufmerksamer Rechenschüler wird bald mit drei, vier und mehrern Ziffern dividiren lernen. Auch hier wird es sehr nützlich seyn, wenn wir die Divisionsaufgaben nach der in §. 41. gezeigten weitläuftigern Art berechnen.

Wer übrigens die §. 36. befindlichen grofsen Multiplicationstabellen gut gefafst hat, und sie auswendig weifs, dem werden sie auch bei der Division grofse Vortheile gewähren.

Ex. 1) 12 fleifsige Schüler sollen sich in einen Sack voll Nüsse theilen, in welchem sich 4464 Stücke befinden; wie viel wird der Antheil eines jeden betragen?

a) 12 : 4464 | 300
3600 | 70
——— | 2
864
840
———
24
24
——

Probe.
12 : 3600 = 300
12 : 840 = 70
12 : 24 = 2
———————
12 : 4464 = 372

Oder: b) 12 : 4464 | 372
36
—
86
84
—
24
24
—

Oder: c) 12 : 4464 | 372
82 ..

Oder: d) 12 : 4464
———
372 Quot.

Erklärung. Nr. a. und b. 12 in 4 Tausende zu theilen geht nicht an, man nimmt daher die 4 Hunderte dazu, und sagt: 12 in 44 (nämlich Hunderte) habe ich 3 mal, diese 3 kommt im Quotienten in die Stelle der Hunderte. Nun multiplizirt man die beiden Factoren und zieht das unter 44 hundert gesetzte Product 36 hundert davon ab, es bleiben noch 8 hundert. Zu diesen nimmt man die oben stehenden 6 Zehner, und erhält dadurch 86 Zehner, oder 860 zu theilen. 12 in 86 habe ich 7 mal, denn $7 \times 12 = 84$, von 86 abgezogen, bleiben 2 Zehner übrig. Zu diesen die oben folgenden 4

Einer, so sind noch 24 durch 12 zu theilen, welches 2 Einer im Quotienten gibt. Nr c. ist so berechnet worden, daſs das jedesmalige Product der beiden Factoren vom Dividenden in Gedanken abgezogen, und nur der Rest unter demselben bemerkt wurde. Bei Nr. d. wurde das Product der beiden Factoren nicht nur in Gedanken abgezogen, sondern auch der Rest im Sinne behalten, und nur der Quotient unter die Linie geschrieben.

Dieser letztern Art zu dividiren, kann man sich bei allen einziffrigen Divisoren und auch bei solchen bedienen, deren Vielfaches man von 2 bis 9 auswendig weiſs, als 12; 16; 24; 32. (§. 36.)

§. 46.

Ex. 2) Wie viel Mark lübisch machen 126364 Schillinge, da auf 1 Mark 16 Schillinge gehen?

16 : 126364	7000			Probe.		
112000	800	16	:	112000	=	7000
14364	90	16	:	12800	=	800
12800	7	16	:	1440	=	90
1564	$\frac{12}{16}$	16	:	112	=	7
1440		16	:	12	=	$\frac{12}{16}$
124		16	:	126364	=	$7897\frac{12}{16}$
112						
12 Rest.						

Oder. 16 : 126364 | $7897\frac{12}{16}$
112...
143..
128..
156.
144.
124
112
12 Rest.

Oder. 16 : 126364 | $7897\frac{12}{16}$
14522

Oder. 16 : 126364
$7897\frac{12}{16}$

Da sich hier 16 in 12 Zehntausende nicht theilen lassen, so daſs jeder ein Zehntausend erhielt, so nimmt man die folgende Ziffer 6 noch dazu, und theilt nun 12 in 126 Tausend, die Zahl im Quotienten ist 7 (eigentlich 7000), denn $7 \times 16 = 112$, diese von 126 abgezogen, bleiben 14 (Tausend oder 140 Hunderte etc.) Doch das Uebrige ist aus dem Vorigen leicht zu erklären.

§. 47.

Mit drei und mehrern Ziffern im Divisor verhält sichs eben so; man darf nur die äuſserste Ziffer des Divisors in die äuſserste des Dividenden theilen, und zugleich auf die darneben stehenden Ziffern des Theilers mit Rücksicht nehmen.

Ex. 3) Dividire 5809376 Thaler durch 236. Die Rechnung ist auf doppelte Art folgende:

```
236 : 5809376 | 24616
      472....
      1089...
       944...
        1453..
        1416..
          377.
          236.
          1416
          1416
```

Oder.

```
236 : 5809376 | 24616
      1089...
       1453..
         377.
        1416
```

Erklärung. Hier heiſst es: 236 in 580 oder 2 in 5 habe ich 2 mal, denn 2 mal 6 sind 12, 2 mal 3 sind 6 und 1 dazu sind 7, und 2 mal 2 sind 4; oder $2 \times 236 = 472$, diese vom Dividenden abgezogen, bleiben 108. Bei der zweiten Theilung sagt man, 236 in 1089, oder 2 in 10 habe ich 4 mal, denn 4 mal 6 sind 24 u. s. w.

Je mehr man Ziffern im Divisor hat, desto genauer muſs man Achtung geben, daſs nicht zu viel übrig bleibe, und auch durch die Multiplication der Factoren nicht zu viel herauskomme, wie §. 43. bereits bemerkt worden.

Ex. 4) Dividire 619387626 durch 6789.

```
6789 : 619387626 | 91234
       61101....
          8377...
          6789...
          15886..
          13578..
           23082.
           20367.
            27156
            27156
```

Oder:

```
6789 : 619387626 | 91234
       8377 ...  |
       15886 ..
        23082 .
         27156
         -----
```

Erklärung. Da sich hier bei der ersten Theilung die 6 zwar in 6, die 7 aber nicht in 1, oder 67 nicht in 61 theilen läfst, so mufs die 6 in 61 getheilt und 9 mal genommen werden. Das Uebrige ist bekannt und leicht.

§. 48.

In manchen Rechenbüchern wird auch Anweisung zu folgender Operation gegeben, nämlich den gegebenen Divisor vorher mit den Zahlen 1 bis 9 zu multiplíziren. Man nennt dies Tafeln der Vielfachen des Divisors. Bei einer jeden Theilung sieht man dann in dieser Tafel nach, welche Zahl sich am besten schickt. Obgleich ich nicht viel davon halte, so mag doch für Liebhaber hier ein Beispiel dieser Art folgen.

Tafel der Vielfachen des Divisors.

	789
1	789
2	1578
3	2367
4	3156
5	3945
6	4734
7	5523
8	6312
9	7101

```
789 : 5.1 6.2 5 9 2 6 9 | 654321
      4 7 3 4 . . . . . |
      -----
        4.2 8 5 . . . .
        3 9 4 5 . . . .
        -------
          3 4.0 9 . . .
          3 1 5 6 . . .
          -------
            2 5.3.2 . .
            2 3 6 7 . .
            -------
              1 6.5.6 .
              1 5 7 8 .
              -------
                  7 8 9
                  7 8 9
                  -----
```

Erklärung. Da hier der Divisor 789 in 5162 getheilt werden soll, so sucht man in der darneben stehenden Tafel der Vielfachen des Divisors eine Summe auf, die, wo nicht eben so groſs, doch auch nicht zu klein gegen 5162 sey, dies ist 4734, welche Zahl 6 mal so groſs ist, als der Divisor. Man setzt daher die 6 in den Quotienten, das Product derselben aber unter 5162. Zieht man nun hiervon das Product von 6 ab, so bleiben 428 übrig; hierzu die oben folgende 5, so werden es 4285. Nun sucht man wieder eine hierzu passende Zahl in der Tafel, und findet 3945 u. s. w.

§. 49.

Uebungsbeispiele.

1) Dividire 288 Pfennige durch 12
2) — 78 — : 12
3) — 117 Stück : 12
4) — 75 — : 15
5) — 225 — : 15
6) — 289 holl. Pfennige : 16
7) — 5212 Schilling lüb. : 16
8) — 540 preuss. Pfenn. : 18
9) — 3798 gute Groschen : 21 oder wenn ein meiſsnischer Gulden 21 gute Groschen gilt, wie viel solcher Gulden sind in den angegebenen guten Groschen enthalten?
10) Wie heiſst der Quotient von 803 amsterdamer Ellen : 22.
11) Wie — von 1168 vlämischen Ellen : 32?
12) Wie — von 2409 brabanter Ellen : 33?
13) 126 gute Groschen, wie viel sind es Thaler?
14) 372 — — — — — — — — ?
15) 543 — — — — — — — — ?
16) Dividire 5394 schlesische Ellen : 31
17) — 6263 hamb. Ellen : 36
18) — 2209 botzner Ellen : 47
19) — 8527 engl. Yards : 53

20) Dividire 89780 genues. Palmi durch 67
21) — 187230 Braccie in Florenz : 79
22) — 65833 russ. Arschinen : 86
23) 7616 Pfund Leinöl, wie viel sind es Zentner, wenn in Hamburg 1 Zentner 112 Pfunde hat?
24) Dividire 39256 Pfund Hanföl durch 112
25) — 222440 Stück durch 536
26) — 1492668 Gulden : 4607
27) — 481536 Dukaten : 20064
28) — 199000 Louisd'or : 999
29) — 46090521 Ruthen : 6789
30) — 300049248 durch 1209876.

§. 50.

Division mit zerfälltem Divisor.

Man zerfällt den Divisor, wie den Multiplicator beim Multipliziren, in zwei oder mehrere kleinere Factoren, so dafs kein Rest bleibt, denn mit Plus und Minus kann man *ohne grofse Weitläuftigkeit* nicht dividiren. Nun theilt man mit der ersten Zahl des zerfällten Divisors in den gegebenen Dividenden, den erhaltenen Quotienten aber dividirt man durch den andern kleinern Factor. Der nun erhaltene zweite Quotient ist der gesuchte, wenn nämlich der Divisor nur in zwei kleinere Factoren zerfällt worden. Ist er aber in drei kleinere Factoren zerfällt worden, so mufs der zweite Quotient auch durch die dritte Zerfällungszahl getheilt werden. Einige Beispiele werden dies deutlicher machen.

Ex. 1) Dividire 130368 gute Groschen durch 24.

24 : 130368 gute Groschen

4 × 6 4) 32592

6) 5432

Erklärung. Der Divisor 24 läfst sich in die zwei kleinern Factoren 4 mal 6 zerfällen,

denn $4 \times 6 = 24$. Er hätte übrigens auch in 3×8 zerfällt werden können. Das Verfahren selbst liegt vor Augen, und wird aus der gegebenen Anweisung leicht zu erklären seyn.

Auch ist es gleichviel, mit welcher Zahl des zerfällten Divisors man zuerst dividirt; man nimmt gern diejenige, wo beim ersten Quotienten kein Rest bleibt. Obiges Exempel kann also auch folgendermaſsen ausgerechnet werden:

$$\begin{array}{ccl} 24 & : & 130368 \text{ Ggr.} \\ \hline 4 \times 6 & 6) & 21728 \\ & 4) & 5432 \end{array}$$

Wer aber die 2 bis 9fachen Producte von 24 auswendig weiſs, der wird diese Aufgabe, wie viel Thaler in 130368 Ggr. enthalten sind, noch kürzer auf folgende Art berechnen:

$$\begin{array}{ccl} 24 & : & 130368 \\ & & \overline{5432 \text{ Thaler.}} \end{array}$$

Ex. 2) Dividire 321520 durch 48; oder wie viel Thaler sind in 321520 Sechsern enthalten? Die Berechnung ist folgende:

$$\begin{array}{ccl} 48 & : & 321520 \\ \hline 6 \times 8 & 8) & 40190 \\ & 6) & 6698\frac{2}{6} \end{array}$$

Hier bleiben bei der zweiten Division 2 übrig, in welche sich die 6 noch theilen sollen, da dies aber in ganzen Zahlen nicht geschehen kann, so zeigt man die Division bloſs an, indem man den Divisor darunter setzt. Man kann aber den Betrag des Bruches bald erfahren, wenn man sich diesen Bruch als zweimal den 6ten Theil von einem Thaler denkt. Der 6te Theil

von einem Thaler sind 4 gute Groschen; zweimal der 6te Theil sind also 8 gute Groschen.

Ex. 3) Wie viel beträgt der Quotient, wenn 26280 Gulden durch 72 dividirt werden sollen? Antwort: 365 Gulden, wie hier folgt:

72 : 26280		Oder:	72 : 26280	
8 × 9	8) 3285		9 × 8	9) 2920
	9) 365			8) 365

§. 51.

Zerfällung des Divisors in mehr als zwei kleinere Factoren.

Man suche eine Zahl, (und zwar immer lieber eine größere als kleinere, weil man dann nicht so vieler Zahlen bedarf,) die in dem gegebenen Divisor ohne Rest aufgeht. Den dadurch erhaltenen Quotienten suche man wiederum durch eine Ziffer ohne Rest zu theilen, und setze dies fort, bis zulezt 1 zum Quotienten kommt. Die verschiedenen kleinern Divisoren sind nun eben die kleinern Factoren, in welche sich der gegebene Divisor zerfällen läßt.

Hierbei merke noch folgende Vortheile:

1) Ist *die erste Ziffer* des Divisors eine 5 oder 0, so läßt er sich allemal durch 5, und im letztern Falle auch durch 10 theilen.

2) Ist es eine gerade Zahl, z. B. 2, 4, 6, 8; so kann man den Divisor, oder den erhaltenen Quotienten, auch durch eine gerade Zahl aufheben.

3) Ist es aber eine ungerade Zahl, z. B. 1, 3, 7, 9; so läßt sich der Divisor nur durch eine ungerade Zahl aufheben.

4) Enthalten die Ziffern des Divisors, oder des erhaltenen Quotienten, als Einer addirt, lau-

ter 9, so läſst sich derselbe allemal durch 9 ohne Rest dividiren.

Hierzu folgende zwei Beispiele.

1) Zerfälle den Divisor 17280 in kleinere Factoren.

Hier kann man sich gleich des ersten Vortheils bedienen, und denselben durch 10 theilen, nämlich:

10 : 1728|0

Da nun in dem Quotienten 1728 die erste Ziffer eine gerade Zahl ist, so versucht man es mit der gröſsten geraden Zahl, mit der 8, wie folgt:

8 : 1728
———
216

Die erste Ziffer ist zwar wieder eine gerade Zahl, da aber die drei Ziffern 2 + 1 + 6 = 9 sind, so kann man diesen Quotienten durch 9 theilen, als:

9 : 216
———
24

Dieser erhaltene Quotient 24 läſst sich nochmals in 4 × 6 oder in 3 × 8 zerlegen. Die ganze Zerfällung des Divisors erscheint in folgender Gestalt:

10 : 1728|0
8 : ———
216
9 : ———
24
6 : ———
4
4 : ———
1

2) Zerfälle den Divisor 72576 in kleinere Factoren.

9 :	72576	Oder: 8 :	72576
8 :	8064	9 :	9072
8 :	1008	9 :	1008
6 :	126	7 × 16	112
7 × 3	21		

Die Zerfällung des Divisors in mehrere Factoren würde aber meistentheils einen unnöthigen Zeitverlust verursachen, da noch dazu sehr viele Zahlen sich gar nicht zerfällen lassen. Sie ist daher mehr eine nützliche Uebung, um zu einer genauern Bekanntschaft mit den Zahlen zu gelangen.

§. 52.

Uebungsbeispiele.

1)	Dividire	5268	Albus	durch	32
2)	—	9896	Sechser	:	48
3)	—	2960	gute Groschen	:	24
4)	—	32868	Matthier	:	72
5)	—	28422	Mariengroschen	:	36
6)	—	653784	Groot	:	72
7)	—	52118	Schillinge	:	96
8)	—	65536	Stück	:	256 (4. 8. 8)
9)	—	6221880	-	:	504 (8. 7. 9)
10)	—	11405520	-	:	1680 (10. 7. 24)

§. 53.

Vortheile beim Dividiren.

Erster Vortheil.

Befinden sich zur Rechten des Divisors und des Dividenden Nullen, so kann man von beiden gleichviel Nullen abschneiden. Dadurch wird sowohl der Divisor als Dividend durch 10, 100, 1000 etc. dividirt und verkleinert, der Quo-

tient aber bleibt unverändert. Dividire z. B. 156,000 durch 300. Die Rechnung ist ziemlich kurz folgende:

$$\frac{3\not{0}\not{0} : 1560\not{0}\not{0}}{520 \text{ Quot.}}$$

Oder dividire 3136000 durch 56000. Es stehet als o:

$$\begin{array}{c} 56\not{0}\not{0}\not{0} : 3136\not{0}\not{0}\not{0} \\ 7 \times 8 \quad 7)\overline{448} \\ 8)\overline{56.} \end{array}$$

Zweiter Vortheil.

Soll der Dividend durch 10; 100; 1000 u. s. w. dividirt werden, so schneidet man von demselben gleich so viel Ziffern ab, als der Divisor Nullen hat. Die abgeschnittenen Ziffern sind der Rest, die übrigen Ziffern aber sind der Quotient, als:

Ex. 1) 10 : 687|5 = $687\frac{5}{10}$
Ex. 2) 100 : 68|75 = $68\frac{75}{100}$
Ex. 3) 1000 : 6|875 = $6\frac{875}{1000}$.

Erklärung. Wird *eine* Null vom Dividenden abgeschnitten, so werden dadurch alle Theile oder Ziffern desselben um eine Stelle herunter gerückt, oder zehnmal verkleinert. Die Ziffer nun, welche vorher Tausende ausdrückte, enthält jetzt Hunderte, und die Ziffer, welche vorher Hunderte enthielt, bedeutet jetzt Zehner u. s. w. Eben so verhält sichs auch, wenn zwei, drei und mehrere Nullen abgeschnitten werden.

Dritter Vortheil.

Auf dieselbe Art kann man verfahren, wenn der Divisor aus 20; 30; 40 etc. 200; 300 etc. 2000; 3000 etc. besteht, wo man erst so viel

Ziffern, als der Divisor Nullen hat, abschneidet, dann aber die Division mit der ganzen Zahl des Divisors verrichtet. Bleibt ein Rest, so wird derselbe zur Linken der abgeschnittenen Ziffern nebst dem ganzen Divisor als Bruch hinzugefügt, als:

Ex. 1) Dividire 6963 holl. Stüver durch 20.

Die Berechnung ist ziemlich kurz folgende:

$$20 : 696|3$$
$$2)\overline{\quad\quad}$$
$$348\tfrac{3}{20}$$

Ex. 2) Dividire 17854 Pfund russischen Talg durch 40.

$$40 : \overset{1}{1785}|4$$
$$4)\overline{\quad\quad}$$
$$446\tfrac{14}{40}$$

Ex. 3) Dividire 6437505 durch 5000.

$$5000 : 6437|505$$
$$\quad\quad 2$$
$$5)\overline{\quad\quad\quad}$$
$$1287\tfrac{2505}{5000}$$

Erklärung. Schneidet man, wegen der Null am Divisor 20, eine Ziffer vom Dividenden 6963 ab, so wird dieser dadurch um zehnmal kleiner gemacht, oder durch 10 dividirt; theilt man nun den Quotienten 696,3 oder $696\frac{3}{10}$ nochmals durch 2, so erhält man $348\frac{3}{20}$, und der gegebene Dividend ist durch 10×2, d. i. durch 20 dividirt worden. Beim dritten Exempel wurde der vorgelegte Dividend zuerst durch 1000 dividirt, indem drei Ziffern von demselben abgeschnitten wurden; der erhaltene Quotient 6437,505 oder $6437\frac{505}{1000}$ wurde hierauf nochmals durch 5 dividirt, und gab $1287\frac{2505}{5000}$. Der Rest bei der letztern Theilung ist 2, hierzu die abgeschnittenen Ziffern, so ist es $\frac{2505}{5000}$. Dies

letztere kann erst bei der Dezimalbruchrechnung deutlich erklärt werden.

Vierter Vortheil.

Beträgt der Divisor gerade 25 (den 4ten Theil von 100), so kann man den Quotienten auf folgende leichte Art finden: Man multiplizirt nämlich den Dividenden mit 4, und schneidet vom Producte zwei Ziffern ab; die abgeschnittenen Ziffern sind der Rest, und bekommen den Namen Hunderttel. Z. B. dividire 875 durch 25. Die Rechnung ist folgende:

25 : 875
———— (4 multipl.
35|00

875 : 25 = 35.

Erklärung. Wird sowohl der Dividend als der Divisor mit einerlei Zahl dividirt, so bleibt der Quotient unverändert. Multiplizire ich nun den gegebenen Dividenden 875 und den Divisor 25 mit 4, so erhalte ich 100 zum Divisor und 3500 zum Dividenden, und dividire dann nach dem obigen zweiten Vortheile also:

100 : 3500 = 35 Quot.

Dividire 2456 durch 25. Es stehet also:

25 : 2456
———— (4
98|24 = $98\frac{24}{100}$ Quot.

Dieser Vortheil ist auch bei der Multiplication anzuwenden, wo man dem Multiplicanden zwei Nullen anhängt, und denselben durch 4 dividirt; z. B.

35 × 25 = 3500
4) ————
875

Da derselbe aber Kenntnifs der Division

voraussetzt, so konnte er oben im §. 36. noch keine Stelle finden.

§. 54.

Uebungsbeispiele zu den angezeigten Vortheilen.

1) 6480 gr. preuss. in Königsberg : 90 (oder wie viel sind es Thaler?)

2) 16200 gr. preuss. in Warschau : 30 (od. wie viel sind's Gulden?)

3) 56349 Kopeken : 100 (od. wie viel sind's Rubel?)

4) 86950 Pfennige fls. in Amsterdam : 100 (od. wie viel sind's Thaler?)

5) 76938 Pfennige holländ. : 800 (od. wie viel sind's Thaler?)

6) 56320 Pfennige holländ. : 320 (od. wie viel sind's Gulden?)

7) 2860 Silbergr. in Breslau : 30 (od. wie viel sind's Thaler?)

8) 22530 Kreuzer in Nürnberg : 60 (od. wie viel sind's Reichsgulden?)

9) 73585 Centimes in Frankreich : 100 (od. wie viel sind's Franken?)

10) 1530000 Schwaren in Bremen : 360 (od. wie viel sind's Thaler?)

11) 432960 Pfennige in Nürnberg : 240 (od. wie viel sind's Reichsgulden?)

12) 291600 Witten in Emden : 540 (od. wie viel sind's Reichsthaler?)

13) 8976 Witten : 10 (od. wie viel sind's Stüver?)

14) 24680 Schillinge fls. in Amsterdam : 20 (od. wie viel sinds Pfund fls?)

15) 98765 Stüver holl. : 50 (od. wie viel sind's Thaler?)

16) 3100 Stück Federposen : 25 (oder wie viel sind's Viertelhunderte?)
17) 5678 Buch Papier : 20 (od. wie viel sind's Ries?)
18) 175000 Bogen Druckpapier : 5000 (od. wie viel sind's Ballen?)
19) 31600 Pfund Talg in St. Petersburg : 400 (od. wie viel sind's Berkowitz?)
20) 12720 Pfund Hausenblase daselbst : 40 (od. wie viel sind's Pud?)
21) 5600 Pfund Wachs daselbst : 40
22) 12638 Pfund Wallfischbarten in Amsterdam : 100
23) 8950 Pfund Mandeln : 100
24) 31130 Pfund Salpeter in Magdeburg : 110
25) 10450 Pfund Stärke in Halle : 110
26) 30360 Pfund Fernambukholz in Danzig : 120
27) 3465 Pfund Cochenille in Malaga : 25 (od. wie viel sind's Arroben?)
28) 6839 Pfund Zucker in Cadix : 25
29) 173400 Pfund Flachs in Amsterdam : 300 (od. wie viel sind's Schiffspfunde?)
30) 19200 Pfund Wachs in Riga : 400 (od. wie viel sind's Schiffspfunde?)

§. 55.

Probe der Division und Multiplication.

Die *Probe der Division* geschieht durch die Multiplication, indem man den Quotienten mit dem Divisor multiplizirt, und wenn ein Rest geblieben ist, diesen dazu addirt. Hingegen dient die Division auch der *Multiplication zur Probe*, indem man das Product durch den Multiplicator dividirt. Im ersten Falle muſs, wenn

richtig gerechnet worden, der Dividend, im zweiten aber der Multiplicand wieder hervorkommen. Von beiden ein Beispiel.

1) *Ein Multiplicationsexempel nebst der Probe.*

Multiplicand. Multiplicator.
24657 .. × 151
24657
123285

3723207 Product.

P r o b e.

Obiger Multiplicator als Divisor.
Obiges Product als Dividend.

151 : 3723207 | 24657 Obiger Multiplicand als Quotient.
703
992
860
1057

2) *Ein Divisionsexempel nebst der Probe.*

Divisor. Dividend.
63ØØ : 3276ØØØ
7 × 9 9) 3640
7) 520 Quotient.

P r o b e.

Obiger Quotient als Multiplicand. Obiger Divisor als Multiplicator.

520 × 6300 =
(7 7 × 9 × 100
3640
(900
3276000

Obiger Dividend als Product.

Sechster Abschnitt.

Addition

mit ungleichbenannten Zahlen.

§. 56.

Ungleichbenannte oder auch *benannte Zahlen* sind solche, bei welchen gemeiniglich verschiedene Einheiten vorkommen, und wobei auch angegeben wird, ob es Geldsorten, z. B. Thaler, Groschen und Pfennige, Gulden und Kreuzer, Mark, Schillinge und Pfennige, Pfund Sterling, Schillinge und Pence u. s. w. oder Gewicht, z. B Zentner, Steine, Pfunde, Lothe u. s. w. oder Maase, als Wispel, Scheffel, Metzen; Last, Drömt, Tonnen, Scheffel, Eimer, Anker, Viertel, Quartier u. s. w. sind. Sie werden daher auch *sortirte* Zahlen genannt. Bei dergleichen vorkommenden Zahlen muſs man wissen, wie viel Einheiten der niedern Sorte eine gröſsere enthält, z. B. daſs 12 Pfennige auf 1 guten Groschen, daſs 24 Ggr. auf einen Thaler gehen; daſs 1 Wispel 24 Scheffel, 1 Scheffel 16 Metzen enthalte. Wer dies noch nicht weiſs, der kann es im Anhange zu diesem ersten Cursus nachschlagen.

§. 57.

Regeln.

1) Setze die gegebenen verschiedenen Sorten gehörig unter einander, so daſs Thaler, Groschen, Pfennige, unter Thaler, Groschen, Pfen-

nige, oder daſs Zentner, Pfunde und Lothe, unter Zentner, Pfunde und Lothe u. s. w. zu stehen kommen.

2) Schreibe aber auch, wie bereits oben §. 8. gelehrt worden, die Ziffern jeder Sorte richtig unter einander, nämlich Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. s. w.

3) Zähle dann die Einheiten der niedersten Sorte zusammen, und nimm die darin enthaltenen Einheiten der höhern Sorte zu dieser selbst gleich mit herüber. Z. B.

Eduard hat in seiner Sparbüchse 5 Rthlr. 16 Ggr. 9 Pf., erhält an seinem Geburtstage noch hierzu: vom Vater 1 Rthlr. 8 Ggr., von der Mutter 9 Ggr. 6 Pf. und vom Groſsvater 1 Rthlr. 12 Ggr. Will nun Eduard wissen, wie viel Geld jetzt in der Sparbüchse sich befindet, so wird er die bekannten Posten wahrscheinlich folgendermaſsen addiren:

5 Rthlr.	16 Ggr.	9 Pf.
1 —	8 —	— —
— —	19 —	6 —
1 —	12 —	— —
7 Rthlr.	55 Ggr.	15 Pf.

Dies wäre zwar richtig zusammengezählt, allein der Ausdruck der Summe läuft wider den Sprachgebrauch; denn 12 Pfennige nennt man 1 guten Groschen, und 24 Ggr. 1 Thaler. 15 Pf. sind daher 1 Ggr. und 3 Pf.; folglich können nur die 3 Pf. unter die Pfennige geschrieben, der 1 Ggr. aber muſs zu den folgenden guten Groschen übergetragen werden; daraus entstehen nun 56 Ggr., welches 2 Rthlr. und 8 Ggr. sind. Die 8 Ggr. schreibt man unter die guten Groschen, und nimmt die 2 Rthlr. zu der folgenden höhern Sorte, zu den Thalern. Jetzt ist

die richtig ausgedrückte Summe: 9 Rthlr. 8 Ggr. 3 Pf., wie hier stehet.

5 Rthlr.	16 Ggr.	9 Pf.
1 —	8 —	— —
— —	19 —	6 —
1 —	12 —	— —
2	1	
9 Rthlr.	8 Ggr.	3 Pf.

Nachstehendes Exempel ist auf ähnliche Art zu erklären:

	15 Zentner	84 Pfund	16 Loth
	9 —	36 —	24 —
	3 —	10 —	— —
Summe	27 Zentner	130 Pfund	40 Loth
richtiger	28 Zentner	21 Pfund	8 Loth.

Die erste unter dem Striche stehende Summe ist ebenfalls wider den Sprachgebrauch; denn 40 Lothe geben 1 Pfd. und 8 Lothe, das eine Pfund zu den 130 Pfunden addirt, gibt 131 Pfd., das ist 1 Zentner und 21 Pfund. Der 1 Zentner aus den Pfunden wird zu den Zentnern übergetragen, und nun heisst die richtig ausgedrückte Summe: 28 Ztn. 21 Pfd. 8 Lth.

§. 58.

Die in den niedern Sorten enthaltenen Einheiten der höhern Sorte kann man auf folgende Art sicher und richtig finden:

Man summire die kleinere Sorte, und suche die Einheiten der höhern durch die *Reductionszahl* (§. 71). Diese zeigt dann allemal an, wie viel Einheiten der niedern Sorte auf die höhere gehen; der Quotient aber zeigt an, wie viel Einheiten der höhern Sorte in der niedern enthalten sind. Als Beispiel diene folgende Schneiderrechnung:

Sr. Wohlgeb. dem Herrn Rath Kopf.

Braunschweig, den 31. Dezemb. 1804.

1804.		Rthlr.	Ggr.	Pf.
30. April	Dem Hrn. Rath 1 schwarzseidene Weste u. 1 Pr. Beinkleider zu machen	1	8	—
	für Seide, Zwirn und Kameelgarn	—	10	9
	Ms. Karl einen Frack gemacht	—	18	—
	für $5\frac{3}{4}$ Elle f. Zeuch à 8 Ggr. 4 Pf.	2	—	—
	f. 2 Ell. Parchent z. Futter à 8 Ggr.	—	16	—
	für Seide, Zwirn und Kameelgarn	—	7	9
	für $1\frac{1}{2}$ Duzend Knöpfe à 12 Ggr.	—	18	—
4. Jun.	Ms. Karl 1 Weste und 1 Pr. Beinkleider gemacht	—	22	—
	$4\frac{1}{2}$ Ell. Sommermanchester à 13 Ggr. 6 Pf.	2	12	9
	für Seide, Zwirn u. andere Zuthaten	—	10	6
15. Sept.	dem Hrn. Rath einen Ueberrock gemacht	1	6	—
	für Seide, Halbseide u. Steifleinen	—	12	—
	für $1\frac{1}{2}$ Duzend Knöpfe à 18 Ggr.	1	3	—
	6 Ellen Chalons zum Unterfutter à 7 Ggr.	1	18	—
	$1\frac{1}{2}$ Elle Parchent in die Ermel à 8 Ggr.	—	12	—
	dem Hrn. Rath eine Kasimirweste gemacht	—	12	—
	für Seide, Halbseide u. Knopfformen	—	6	—
17. Oct.	Ms. Karl einen Ueberrock verfertigt	—	19	—
	3 Ellen Tuch à 2 Rthlr. 10 Ggr.	7	6	—
	4 Ellen Zeuch zum Futter à 5 Ggr.	—	20	—
	1 Elle Parchent in die Ermel .	—	8	—
	für Seide, Halbseide und Steifleinen	—	6	6
11. Nov.	für 2 Paar Beinkleider auszubessern	—	10	9
13. Dec.	dem Hrn. Rath eine Hose gemacht	—	14	—
	$1\frac{1}{2}$ Elle Tuch à 3 Rthlr. 8 Ggr. .	5	—	—
	$2\frac{1}{2}$ Elle Parchent à 8 Ggr. . .	—	20	—
	für Seide, Halbseide u. Knopfformen	—	9	8
	Summe	32	18	8

Zu gehorsamstem Danke bezahlt erhalten.

Karl Steudner.

Hier summirt man zuerst die Pfennige, und erhält 56 Pf.; dividirt dieselben durch 12 (weil 12 Pf. = 1 Ggr.), und erhält $4\frac{8}{12}$ zum Quotienten; dies sind 4 Ggr. und 8 Pf. Die in den Pfenni-

gen enthaltenen guten Groschen aber lassen sich in dieser Rechnung auch auf folgende Art leicht finden: die 4 mal 9 Pf. machen 3 Ggr., 2 mal 6 Pf. oder 2 Sechser machen 1 Ggr., zusammen also 4 Ggr.; die noch übrigen 8 Pf. schreibt man gleich darunter. Die 4 Ggr. nimmt man nun zu der höhern Sorte, zu den guten Groschen, deren Summe 306 beträgt; diese durch 24 dividirt, (weil 24 Ggr. = 1 Rthlr.) gibt 12 Rthlr. und 18 Ggr. Letztere 18 Ggr. schreibt man unter die guten Groschen, und nimmt die 12 Rthlr. zu den nun folgenden Thalern. Die Summe dieser Schneiderrechnung beträgt also: 32 Rthlr. 18 Ggr. 8 Pf., wie es auch Meister Steudner richtig summirt hatte.

§. 59.

Noch einige Beispiele nebst deren Berechnung.

1) *Peter den Hengst* in Amsterdam hat nach seinen Büchern folgende Schulden ausstehen:

	456 fl.	6 Stvr.	3 Pf. holl. Curr.	
	3175 -	14 -	6 -	
	608 -	16 -	8 -	
	2389 -	12 -	— -	
	978 -	18 -	12 -	60 Pf. : 16 = 3 Stv. 12 Pf.
	1659 -	— -	— -	
	6754 -	18 -	10 -	129 Stv. : 20 = 6 fl. 9 Stv.
	125 -	9 -	9 -	
	72 -	18 -	12 -	
	4031 -	15 -	— -	
	20247 fl.	126 Stv.	60 Pf.	
	6	3		
Summe	20253 fl.	9 Stv.	12 Pf.	

2) *Heinrich Schorch* in Magdeburg verkaufte an Getraide:

9 Wisp.	14 Schfl.	8 Metzen	
15 -	16 -	12 -	68 Metz. : 16 = 4 Schfl. 4 Metz.
21 -	11 -	14 -	
8 -	23 -	15 -	95 Schfl. : 24 = 3 Wsp. 23 Schfl.
19 -	9 -	9 -	
23 -	18 -	10 -	
7 -	— -	— -	
$\frown$ 3	$\frown$ 4		
105 Wisp.	23 Schfl.	4 Metzen.	

3) *Karl Schott* in Bremen verkaufte an Wein:

6 Ohm	3 Ank.	4 Vrtl.	— Quart
8 -	2 -	3 -	6 -
23 -	3 -	2 -	4 -
15 -	3 -	4 -	— -
19 -	— -	1 -	— -
8 -	3 -	4 -	8 -
$\frown$ 4	$\frown$ 4	$\frown$ 2	
83 Ohm	2 Ank.	— Vrtl.	— Quart.

18 Qrt. : 9 = 2 Vrtl.
20 Vrtl. : 5 = 4 Anker.
18 Ank. : 4 = 4 Ohm + 2 Anker.

4) Fr. *W.* in Augsburg hat in einem Jahr an dreizehnlöthigem Silber verarbeitet:

23 Mrk.	13 Lth.	12 Pf.	1 Mark hat 16 Lth.
16 -	14 -	8 -	à 16 Pfennige.
31 -	— -	10 -	
43 -	15 -	4 -	
27 -	11 -	— -	
19 -	10 -	10 -	
$\frown$ 4	$\frown$ 2		
163 Mrk.	1 Lth.	12 Pf.	

Zur Erklärung dieser Beispiele ist, nach den beiden vorigen §, nichts weiter hinzuzufü-

gen, da auch hier zugleich mit bemerkt ist, wie viel Einheiten der niedern Sorte auf eine Einheit der höhern Sorte gehen. Bei Berechnung der im §. 61. enthaltenen Uebungsbeispiele aber wird es wohl nöthig seyn, daſs Anfänger den Anhang zu diesem ersten Cursus fleiſsig nachschlagen, um die ihnen noch unbekannten Eintheilungen der Münzen, Maase und Gewichte aufzusuchen.

§. 60.

Noch eine Probe der Addition.

Man addire die Aufgabe umgekehrt, von der linken zur rechten Hand, und subtrahire die Summe von der bereits ausgerechneten. Bleibt dann bei der kleinsten Sorte kein Rest, so ist die Richtigkeit der berechneten Aufgabe probemäſsig erwiesen. Z. B.

	8643	Mark	12	Schill.	4	Pf.	hamb. Curr.
	978	-	14	-	8	-	
	1732	-	6	-	10	-	
	567	-	13	-	6	-	
	3103	-	7	-	10	-	
	99	-	15	-	11	-	
	4		4				
Summe	15126	Mark	7	Schill.	1	Pf.	
Probe.	333(4		64		48		
			71		49	Pf.	
			3(4		0		

Die durch das Zusammenzählen der vorgelegten Posten erhaltene Summe ist: 15126 Mark 7 Schillinge 1 Pfennig hamburger Current. Um nun zu wissen, ob man richtig gerechnet habe, so summirt man rückwärts, nämlich: 8 + 1 + 3 (der Tausende) = 12, diese von den oben stehenden 15 Tausenden abgezo-

gen, bleiben 3 Tausend oder 30 Hunderte. Die Colonne der Hunderte beträgt 28, von 31 abgezogen, bleiben 3 Hunderte oder 30 Zehner. Die Colonne der Zehner gibt 29 und läſst, von den 32 Zehnern subtrahirt, 3 Zehner oder 30 Einer Rest. Die Colonne der Einer beträgt 32, von 36 abgezogen, bleiben 4 Mark übrig. Diese verwandelt man durch die Multiplication mit 16 in die nächst niedere Sorte, in Schillinge, und addirt die obenstehenden 7 Schillinge dazu, die Summe ist 71 Schl. Subtrahirt man nun hiervon die wieder rückwärts summirten 67 Schl., so bleiben 4 Schl. Rest, welche mit 12 multiplizirt 48 Pf., und mit dem obigen 1 Pf., 49 betragen. Gerade so viel beträgt auch die rückwärts erhaltene Summe der Pfennige, und man kann folglich hiervon auf die Richtigkeit der Berechnung mit der gröſsten Gewiſsheit schlieſsen.

Diese Rückzählungsprobe kann bei allen dergleichen Aufgaben, so wie auch bei Rechnungen in groſsen Summen, angewandt werden.

§. 61.

Uebungsbeispiele.

1) Wilhelm hat nach und nach in seine Sparbüchse gethan: 7 Pf. + 5 Pf. + 5 Pf. + 8 Pf. + 2 Pf. + 3 Pf. + 7 Pf. + 9 Pf. + 10 Pf. Wie viel Ggr. und Pf. wird er darin haben?

2) Wie viel Thaler und gute Groschen betragen folgende Posten: 16 Ggr. + 18 Ggr. + 22 Ggr. + 11 Ggr. + 9 Ggr. + 15 Ggr. + 13 Ggr. + 20 Ggr.?

3) Karl verdiente sich nach und nach: 3 Ggr. 6 Pf. + 5 Ggr. 9 Pf. + 12 Ggr. 3 Pf.

+ 7 Ggr. + 18 Ggr. 7 Pf. + 20 Ggr. 9 Pf. + 13 Ggr. 3 Pf. + 23 Ggr. 11 Pf. Wie viel Rthlr. Ggr. und Pf. sind dies?

4) In Leipzig.

2	Rthlr.	2	Ggr.	2	Pf.
6	—	6	—	6	—
15	—	16	—	3	—
36	—	12	—	9	—
27	—	18	—	7	—
30	—	21	—	—	—
18	—	—	—	—	—
—	—	22	—	8	—
—	—	19	—	—	—

5) Conventionsgeld.

409	Rthlr.	18	Ggr.	—	Pf.
754	—	21	—	9	—
3517	—	—	—	6	—
666	—	16	—	8	—
99	—	23	—	11	—
1074	—	9	—	4	—
950	—	4	—	—	—
1005	—	18	—	—	—
809	—	19	—	9	—

6) In Berlin.

55	Rthlr.	15	Ggr.	5	Pf.
166	—	22	—	3	—
708	—	14	—	2	—
1090	—	10	—	10	—
376	—	—	—	8	—
2584	—	21	—	—	—

7) Preussisches Current.

13407	Rthlr.	18	Ggr.	4	Pf.
9786	—	21	—	9	—
25675	—	13	—	5	—
99	—	20	—	—	—
3040	—	9	—	8	—
15008	—	17	—	7	—

8) In Braunschweig.

396	Rthlr.	14	Ggr.	9	Pf.
1075	—	17	—	6	—
898	21	—	—	—	—
5974	—	—	—	—	—
8090	—	6	—	9	—

9) Ebendaselbst.

72	Rthlr.	28	mgr.	6	Pf.
19	—	30	—	4	—
7	—	20	—	—	—
56	—	—	—	4	—
33	—	33	—	2	—

10) In Kassel.

580	Rthlr.	31	Alb.	8	Pf.
7954	—	9	—	4	—
876	—	24	—	6	—
1356	—	20	—	4	—
97	—	18	—	—	—
280	—	16	—	5	—

11) Ebendaselbst.

37	Rthlr.	16	Alb.	11	Hell.
375	—	21	—	10	—
54	—	30	—	9	—
86	—	24	—	8	—
407	—	15	—	7	—
48	—	18	—	3	—

12) Hannöv. Cassengeld.

57800	Rthlr.	14	Ggr.	9	Pf.
987	—	23	—	—	—
3054	—	18	—	11	—
10400	—	20	—	10	—
209	—	—	—	—	—
3841	—	9	—	6	—

13) Hannvöv. Goldvaluta.

2754	Rthlr.	23	Ggr.	11	Pf.
197	—	15	—	5	—
3004	—	9	—	9	—
535	—	21	—	—	—
79	—	—	—	8	—
2436	—	18	—	3	—

13) *Paulus Harrer* in Nürnberg nahm folgende Posten ein: 387 fl. 40 Xr. 2 Pf. + 264 fl. 54 Xr. 3 Pf. + 1087 fl. 32 Xr. + 979 fl. 56 Xr. 3 Pf. + 3000 fl. + 56 fl. 19 Xr. 2 Pf.

14) Wie viel betragen folgende Posten in hamburger Current: 33750 Mark 15 Schillinge 11 Pf. + 16785 Mk. 12 Schill. 6 Pf. + 4981 Mk. 10 Schill. + 900 Mk. + 3007 Mk. 8 Schillinge?

15) Wie viel betragen in *Lübeck*: 5849 Mk. 12 Schill. 7 Pf. + 761 Mk. 10 Schill. 9 Pf. + 1639 Mk. 14 Schill. 10 Pf. + 3927 Mk. 13 Schill. 6 Pf. + 4000 Mk.?

16) In Leipzig.

132	Zentn.	84	Pfd.	16	Lth.
256	—	96	—	24	—
99	—	109	—	31	—
137	—	55	—	16	—
87	—	22	—	21	—
375	—	79	—	29	—
79	—	85	—	30	—

17) In Berlin.

15	Zentn.	109	Pfd.	4	Lth.
30	—	80	—	20	—
145	—	102	—	16	—
79	—	93	—	21	—
97	—	39	—	12	—
218	—	79	—	—	—
54	—	101	—	30	—

18) In Braunschweig.

999	Zentn.	113	Pfd.
87	—	75	—
194	—	104	—
368	—	87	—
69	—	33	—

19) In Breslau.

99	Zentn.	131	Pfd.
104	—	104	—
359	—	76	—
151	—	38	—
84	—	—	—

20) In Hamburg.

99	Zentn.	111	Pfd.
305	—	105	—
88	—	66	—
194	—	39	—
576	—	102	—

21) In Hamburg.

19 Stn.	19 Pfd. Flachs
346 —	18 —
87 —	17 —
119 —	10 —
48 —	15 —

22) In Magdeburg.

6 Wisp.	23 Schfl.	15 Metz.
18 —	16 —	10 —
9 —	19 —	9 —
30 —	20 —	14 —
7 —	14 —	— —

23) In Hildesheim.

Mltr.	Schfl.	Himt.
120	2	1
18	2	—
39	1	1
200	2	1
44	2	1
36	—	—

24) In Braunschweig.

Wsp.	Schfl.	Himt.
15	3	9
45	2	8
136	3	4
73	2	7
86	3	2

25) In Frankfurt a. M.

Fud.	Ohm.	Vrtl.	Maas
9	4	19	3
10	3	18	2
37	4	10	3
8	2	8	3
18	4	15	1

26) In Wien.

Fud.	Eim.	Ms.
9	31	39
20	16	20
36	27	36
18	30	24
41	26	25
17	18	—

27) *Heinrich Seebach* in *Breslau* ist folgende Posten schuldig: 340 Rthlr. 29 Sgr. 11 Pf. + 89 Rthlr. 24 Sgr. 8 Pf. + 154 Rthlr. 19 Sgr. 9 Pf. + 318 Rthlr. + 51 Rthlr. 10 Pf. + 28 Sgr. 6 Pf. + 21 Rthlr. 18 Sgr. 10 Pf. Wie viel macht hiervon die Summe?

28) *Ferd. Wuppermann* in *Wesel* hat an verschiedenen Manufacturwaaren eingenommen: 217 Rthlr. 59 Stüver 11 Pf. + 89 Rthlr. 34 Stvr. 10 Pf. + 374 Rthlr. 40 Stvr. + 54 Rthlr. 50 Stvr. + 408 Rthlr. 38 Stvr. + 96 Rthlr. 10 Pf. Wie viel also zusammen:

29) Druckpapier.

Blln.	Rs.	Bch.	Bog.
14	9	19	20
19	4	15	15
28	7	9	15
11	8	16	—
17	8	18	—

30) Schreibpapier.

Blln.	Rs.	Bch.	Bog.
18	9	19	23
17	8	16	—
15	7	13	20
13	6	—	20
—	5	10	9

31)

Mfl.	Ggr.	Pf.
28	7	4
19	15	9
35	20	10
79	19	11
21	—	8
—	17	7
—	15	6
—	11	—

1 meiſsn. Gulden = 21 Ggr.

32)

a. Schk.	Ggr.	Pf.
93	19	11
17	15	10
71	13	8
132	18	7
68	14	6
293	17	8
75	—	—
114	—	10

1 altes Schock = 20 Ggr.

33) A. heirathete, als er 24 Jahre 20 Wochen alt war; in dieser Ehe lebte er 18 Jahre 32 W. 6 Tg., als Wittwer 1 Jahr und 5 Tage; heirathete hierauf zum zweitenmal, und lebte noch 16 Jahre 11 Wochen und 3 Tage. Wie alt ist er geworden?

34) B. verwechselt an C. die von seinem Bruder geerbten Goldstücke, und erhält:

		Rthlr.	Ggr.	Pf. pr. Cr.
für 6	dänische Speziesdukaten	18	10	6
— 2	curländische Dukaten	6	4	—
— 5	baiersche Maxd'or	22	12	5
— 8	preuss. Friedrichsd'or	42	22	4
— 5	braunschweig. Karlsd'or	26	19	9
— 3	engl. Guineen	20	9	—
— 12	holländische Ducaten	37	2	6

Wie viel hat er von C. dafür erhalten?

Siebenter Abschnitt.

Vom Subtrahiren ungleichbenannter Zahlen.

§. 62.

Wer sich die oben im dritten Abschnitte §. 15. gegebenen Regeln aufs neue bekannt macht, der wird die Subtraction mit ungleichbenannten (oder sortirten) Zahlen gewiſs sehr leicht finden. Hat man den *Subtrahenden* nach allen seinen Theilen richtig unter den *Minuenden* gesetzt, so wird man den *Rest* mit wenig Mühe berechnen können.

Fritz z. B. habe in seiner Sparbüchse 3 Rthlr. 12 Ggr. 9 Pf. und nehme 1 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf. heraus, wie viel bleibt noch in der Sparbüchse zurück? Die Aufgabe ist so leicht, daſs sie gleich im Kopfe ausgerechnet werden kann. Um aber das Verfahren beim Subtrahiren auf der Tafel zu zeigen, so stehet dieselbe ausgerechnet also:

Von	3 Rthlr.	12 Ggr.	9 Pf.
ab	1 —	4 —	8 —
Rest	2 Rthlr.	8 Ggr.	1 Pf.

Da der Minuend in allen drei Sorten grö-

ſser ist, als der Subtrahend, so sagt man: 8 Pf. von 9 Pf. bleibt 1 Pf.; ferner 4 Ggr. von 12 Ggr. bleiben 8 Ggr., und 1 Rthlr. von 3 Rthlr. bleiben 2 Rthlr. Es müssen also noch 2 Rthlr. 8 Ggr. 1 Pf. in der Sparbüchse seyn.

Eben so leicht ist auch folgende Aufgabe auszurechnen:

Von	36 Zentn.	84 Pfd.	28 Lth.
werden verkauft	20 —	56 —	24 —
Rest	16 Zentn.	28 Pfd.	4 Lth:

§. 63.

Sollten aber 16 Lothe von 24 Pfunden abgezogen werden, so könnte man nicht sagen: 16 von 24 bleiben 8, *weil nur gleichartige Dinge subtrahirt werden können.* In diesem Falle müſste man von den 24 Pfunden eins wegnehmen, oder borgen, und dasselbe in Lothe verwandeln, dann erst könnte man abziehen und sagen: 16 von 32 Lothen bleiben 16. Die 24 Pfunde aber werden folglich um 1 vermindert. Die Berechnung auf der Tafel selbst sieht nun so aus:

Von 8. Pfd.			oder 7 Pfd.	32 Lth.
ab —	—	16 Lth.	— —	16 —
Rest 7 Pfd.		16 Lth.	7 Pfd.	16 Lth.

Eben so verhält sich's bei Geldsorten, bei den verschiedenen Maasen u. s. w. Z. B. einer hat 8 Ggr. bei sich, und gibt 8 Pf. davon aus, so behält er noch 8 Ggr. weniger 8 Pf. d. i. 7 Ggr. 4 Pf. Die Ausrechnung ist folgende:

Von 8. Ggr.			oder 7 Ggr.	12 Pf.
ab —	—	8 Pf.	— —	8 —
Rest 7 Ggr.		4 Pf.	7 Ggr.	4 Pf.

Gesetzt aber, dieser hätte 8 Rthlr. bei sich gehabt, und 2 Rthlr. 12 Ggr. ausgegeben, wie viel würde er noch haben? Die Berechnung ist folgende:

Von	8 Rthlr.	— Ggr.	oder	7 Rthlr.	24 Ggr.	
ab	2 —	12 —		2 —	12 —	
Rest	5 Rthlr.	12 Ggr.		5 Rthlr.	12 Ggr.	

§. 64.

Wie man aber verfahre, wenn die niedern Sorten des Minuenden alle kleiner sind, als die des Subtrahenden, zeigt nachstehendes Beispiel:

Einnahme	3.5.6. Rthlr.	6. Ggr.	3 Pf.
Ausgabe	2 9 8 —	18 —	6 —
Rest	5 7 Rthlr.	11 Ggr.	9 Pf.

Da sich hier 6 Pf. von 3 Pf. nicht abziehen lassen, so borgt man von der nächst höhern Sorte, von den guten Groschen, eine Einheit, und bemerkt dies durch einen dabei angebrachten Punkt. Dieser geborgte 1 Ggr. hat 12 Pf., wovon man nun die 6 Pf. entweder gleich abziehen, und die oben stehenden 3 Pf. dazu addiren kann, oder man addirt die 12 Pf. zu den obigen 3 Pf., es macht 15 Pf. und zieht dann erst die im Subtrahenden stehenden 6 Pf. davon ab; in beiden Fällen bleiben 9 Pf. Rest. Ferner sagt man: 18 Ggr. lassen sich von 5 Ggr. auch nicht abziehen, man borgt daher bei der nächst höhern Sorte, bei den Thalern, eine Einheit, diese enthält 24 Ggr. Von diesen zieht man nun die 18 Ggr. ab, es bleiben 6, und nimmt die obern 5 Ggr. dazu, so ist der Rest 11 Ggr. Daſs diese Reste jedesmal unter die Linie, und zwar unter die Sorte, wohin sie gehören, ge-

schrieben werden müssen, braucht wohl nicht erst erinnert zu werden. Endlich subtrahirt man auch die Thaler auf eben die Art, wie gleichbenannte Zahlen subtrahirt werden. Der ganze Rest beträgt demnach 57 Rthlr. 11 Ggr. 9 Pf. oder so viel ist mehr eingenommen, als ausgegeben worden, oder so viel ist von der Einnahme noch übrig.

Eben so verfährt man bei folgenden zwei Exempeln:

a) *Ferdinand Eggeling* in *Hamburg* hat an *Martin Sachse* zu fordern: 6304 Mark 8 Schill. 4 Pf. hamburger Current und erhält von diesem abschläglich 2456 Mk. 10 Schill. 8 Pf.; wie viel bleibt ihm Sachse noch schuldig? Antwort 3847 Mk 13 Schill. 8 Pf. wie hier stehet:

Von	6.3.0 4. Mk.	8. Schill.	4 Pf.
ab	2 4 5 6 —	10 —	8 —
Rest	3 8 4 7 Mk.	13 Schill.	8 Pf.

b) *Paul Sederer* in *Nürnberg* hat auf dem Lager 35 Fuder 7 Eimer 15 Viertel Rheinwein, und verkauft davon 19 Fuder 10 Eimer 20 Viertel; wie viel bleibt ihm noch übrig? Antwort 15 Fud. 8 Eim. 27 Vrtl. wie hier folgt:

Von	35. Fud.	7. Eim.	15. Vrtl.
ab	19 —	10 —	20 —
Rest	15 Fud.	8 Eim.	27 Vrtl.

§. 65.

Oefters kommen auch solche Aufgaben vor, wo der Minuend nur *eine* höhere Sorte enthält, der Subtrahend aber aus mehrern Sorten besteht. Z. B. wenn einer von 1000 Rthlr. baarem Gelde 563 Rthlr. 14 Ggr. 6 Pf. ausgibt, wie

viel behält er noch? Diese Aufgabe kann man auf folgende doppelte Art berechnen:

a			oder	b		
999 Rthlr.	23 Ggr.	12 Pf.		1000 Rthlr.	— Ggr.	— Pf.
563 —	14 —	6 —		563. —	14. —	6 —
Rest 436 Rthlr.	9 Ggr.	6 Pf.		436 Rthlr.	9 Ggr.	6 Pf.

Da im Minuenden weder gute Groschen noch Pfennige enthalten sind, so wurde a) von den 1000 Rthlr. ein Thaler abgenommen oder geborgt, und es blieben nun noch 999 Rthlr., der geborgte Thaler aber wurde in 23 Ggr. 12 Pf. verwechselt. Das übrige Verfahren ist sehr leicht. Bei b) aber borgte ich von den 14 Ggr. des Subtrahenden einen guten Groschen; allein, anstatt daſs die Zahlen des Minuenden, wenn bei denselben geborgt wird, um 1 vermindert werden, so werden hingegen die Zahlen des Subtrahenden, wenn bei denselben geborgt wird, um eins vermehrt. Denn wenn ich beim Subtrahenden, oder bei der Ausgabe, eins borge, so wird dadurch die Ausgabe um eins vermehrt. Die 14 Ggr. im Subtrahenden wurden nun für 15 Ggr. angenommen und von dem geborgten Thaler abgezogen.

Noch ein Beispiel.

Ein Buchdrucker hat aus der Papiermühle 15 Ballen Druckpapier erhalten, und davon zu einer Schrift verbraucht: 9 Ballen 4 Ries 14 Buch und 20 Bogen. Wie viel Vorrath wird er von diesem Papier noch haben? Antw. 5 Ballen 5 Rs. 5 Buch 5 Bgn., wie hier stehet:

	9	19	25
15. Blln.	— Rs.	— Bch.	— Bg.
9 —	4 —	14 —	20 —
5 Blln.	5 Rs.	5 Bch.	5 Bg.

Oder:

15 Blln.	— Rs.	— Bch.	— Bg.
9. —	4. —	14. —	20 —
5 Blln.	5 Rs.	5 Bch.	5 Bg.

§. 66.

Bisweilen gibt es Fälle, wo man wohl drei, vier und mehrere Posten abzuziehen hat; da verfährt man also: Man setzt den Minuenden oben an, und unter denselben die einzelnen Posten, welche abgezogen werden sollen, umzieht dieselben linker Hand mit zwei Bogenstrichen, addirt hierauf diese Posten, und zieht die erhaltene Summe von dem oben stehenden Minuenden gehörig ab; z. B.

Einer erbt als Universalerbe 9800 Rthlr., muſs aber, nach dem letzten Willen des Verstorbenen, davon auszahlen: a) der dasigen Arbeitsanstalt 850 Rthlr. 16 Ggr., b) zur Erhöhung der Schullehrerbesoldung 875 Rthlr. 16 Ggr., c) zur Errichtung einer Schulbibliothek 210 Rthlr., d) einem treuen hinterlassenen Diener 130 Rthlr. 20 Ggr. 8 Pf. Wie viel wird nach Abzug dieser 4 Posten seine Erbschaft noch betragen? Antw. 7732 Rthlr. 19 Ggr. 4 Pf. Die Rechnung ist folgende:

9800 Rthlr.		
850 Rthlr.	16 Ggr.	— Pf.
875 —	16 —	— —
210 —	— —	— —
130 —	20 —	8 —
2067 Rthlr.	4 Ggr.	8 Pf.
7732 Rthlr.	19 Ggr.	4 Pf.

§. 67.

Uebungsbeispiele.

1) *Fritz* hatte 2 Schock 3 Mandel Nüsse, verspielte davon 1 — 2 — wie viel blieben ihm übrig?

2) Dessen Bruder *Karl* hatte auch 2 Schock 3 Mandel Nüsse, und da dieser nach beendigtem Spiele seine Nüsse zählte, hatte er 4 Schock 1 Mandel 5 Stück. Wie viel hatte er gewonnen?

3) Der kleine *Ferdinand* in Lübeck hatte in seiner Sparbüchse 13 Mk. 4 Schill. 6 Pf., gibt davon aus für einige Bücher und Landcharten 5 Mk. 10 Schill. 10 Pf., wie viel behält er noch in der Sparbüchse?

4) Dr. *Kunz* in *Nürnberg* hat 12000 Gulden ausstehen, davon wird ihm bezahlt 1039 fl. 35 Xr. und dann wieder 6560 fl. 25 Xr.; wie viel hat er noch ausstehen?

5) *Isaak Bamberger* in *Ansbach* brachte von der leipziger Ostermesse an Waaren mit für 6950 fl. 45 Xr., davon liefs er einem seiner Freunde wieder ab für 2988 fl. 56 Xr. Wie viel behielt er für sich?

6) Subtrahire 519 fl. 20 Xr. 2 Pf. von 684 fl. 18 Xr.

7) Subtrahire 6304 fl. 24 Xr. 3 Pf. von 9784 fl. 20 Xr.

8) 8750 Rthlr. 16 mgr. 4 Pf. minus 5860 Rthlr. 30 mgr. 6 Pf.; wie viel bleibt Rest?

9) Ein Kaufmann in *Bremen* nahm ein 17932 Rthlr. 24 Gt. 2 Schwar; seine Ausgabe betrug 9958 Rthlr. 40 Gt. 4 Schwar. Wie viel bleibt ihm übrig?

10) Subtrahire 503 Rthlr. 31 Grot 3 Schw. von 683 Rthlr. 21 Grot.

11) *Gruner* in Hamburg kaufte 37 Zent. 81 Pfd. Leinöl, und verkaufte davon 28 Zentn. 90 Pfd.; wie viel hat er noch vorräthig?

12) *Schubert* in Bremen erhielt 15 Last 6 Tonnen schwedische Häringe, gab davon wieder weg 6 Last 10 Tonnen; wie viel behielt derselbe?

13) *Gerike* in *Hamburg* hatte nach einem entstandenen Brande noch 2 Schpfd. 12 Lspfd. 8 Pfd. Hanf; vorher hatte er 33 Schpf. 8 Lspfd. 4 Pfd.; wie viel ist ihm verbrannt?

14) *Krüger* in *Breslau* sendet an seinen Freund in F. statt 15 Stein 16 Pfd. Anis, 150 Stn. 6 Pfd.; wie viel hat er zuviel gesandt?

15) Hannover sendet nach Z. von 77 Zentn. 25 Pfd. durch einen Fuhrmann 39 Zentn. 84 Pfd., und durch einen andern Fuhrmann den Rest. Wie viel Fracht erhielt dieser letztere?

16) *Jobst Bär* in *Cassel* sollte 65 Zentn. 54 Pfd. nach G. fahren; er selbst nahm 32 Zentn. 85 Pfd., und überlieſs seinem Knechte den Rest; wie viel betrug dieser?

17) Ein Pachter bei Leipzig hatte 45 Wisp. 6 Scheffel 10 Metz. Roggen vorräthig, verkaufte davon 31 Wsp. 17 Schfl. 12 Metz.; wie viel hat er noch?

18) Ein Landmann bei Nürnberg säete 8 Simra 14 Metzen 12 Ms. Weizen aus, und ärndtete 65 Simra 8 Metz. Wie viel hat er mehr geärndtet als ausgesäet?

19) *Schott* in *Lübeck* hatte an Wein vorräthig: 84 Ohm 3 Vrtl., und verkaufte davon: 13 Ohm 17 Vrtl. 4 Qrt. + 14 Ohm 15 Vrtl. 6 Qrt.

+ 21 Ohm 13 Vrtl. 5 Qrt. + 17 Ohm 19 Vrtl.; wie viel hat er noch auf dem Lager?

20) *Hecker* in *Leutenberg* hat 154 Ballen 3 Ries 7 Buch Druckpapier vorräthig, sendet davon an F. nach Sondershausen 109 Ballen 5 Ries 18 Buch; wie viel beträgt nun sein Vorrath?

21) *Wolf Herz* in *Lüneburg* hat an 12 löthigem Silber liegen: 135 Mark 10 Loth 1 Qt. 2 Pf. und läſst davon verarbeiten 76 Mark 14 Loth 3 Qt. 3 Pf. Wie viel behält er noch?

22) Derselbe hat an Golde eingekauft 53 Mark 9 Loth 2 Qt. 1 Pf., und davon verarbeiten lassen 35 Mark 13 Loth 2 Qt. 2 Pf.; wie viel hat er noch übrig?

23) *Reinhold* in *Augsburg* sendet seinen Knecht auf das Land, um Getraide einzukaufen und gibt ihm 125 fl. 12 Xr. Dieser gibt davon aus: für Weizen 33 fl. 30 Xr., für Roggen 38 fl. 24 Xr., für Gerste 16 fl. 36 Xr., für Hafer 21 fl. 50 Xr. und verzehrt 38 Xr. Wie viel wird er seinem Herrn wieder bringen?

24) D. kaufte sein Haus für 753 meiſsn. Gulden 7 Ggr. 5 Pf. und verkaufte es wieder für 1000 Mfl.; wie viel hat er daran gewonnen?

25) Fr. in G. legt eine Pharaobank an mit 600 Rthlr., gewinnt den ersten Tag 380 Rthlr. 15 Ggr., den zweiten verliert er 89 Rthlr. 21 Ggr., den dritten gewinnt er 29 Rthlr. 6 Ggr., den vierten aber verliert er 920 Rthlr. Wie viel hat er von den 600 Rthlr. noch übrig?

§. 68.

Von der Zeitrechnung.

Sie begreift zwar auch die Berechnung der Zinsen mit in sich, allein davon wird in der Re-

gel de tri das Nöthige vorkommen; hier wollen wir daher nur so viel berühren, als dazu erfordert wird, das *Alter der Menschen* oder andere Zeiträume nach Jahren, Monaten, Tagen u. s. w. zu berechnen.

Dabei kommt alles auf den Ansatz an, und dafs man genau weifs, in welchem Jahre, Monate, und an welchem Tage, ja — soll die Rechnung recht genau werden — zu welcher Stunde die Person geboren worden. Wenn ich z. B. mein Alter ausrechnen wollte, so setze ich zuvörderst die jetzige Jahrzahl, nebst dem Datum als Minuend oben an, und das Jahr nebst dem Datum, da ich geboren wurde, wird der Subtrahend. Jetzt haben wir das Jahr 1812 und zwar heute den 9. Februar. Ich bin geboren den 26. Mai 1767. Nun setze ich das jetzige Datum nach Jahren, Monaten und Tagen als die gröfsere Zahl oben an, und unter diese die Jahre, Monate und Tage meiner Geburt, und ziehe beide Zahlen gehörig von einander ab, nämlich also:

d. 9ten Febr.	1812.	Jahre	1	Mon.	9	Tage.
d. 26ten Mai	1767	—	4	—	26	—
	44	Jahre	8	Mon.	14	Tage.

Im Minuenden wurde 1 Monat und 9 Tage angesetzt, weil der Februar der zweite Monat ist, und folglich seit Anfange dieses 1812ten Jahres 1 voller Monat und 9 Tage verflossen sind. Ebenso ist im Subtrahenden der 26ste Mai mit 4 Monaten und 26 Tagen angesetzt worden, weil nur 4 volle Monate und 26 Tage in dem Jahre, da ich geboren wurde, verflossen waren. Nun werden Tage, Monate und Jahre von einander abgezogen. Da aber nicht

alle Monate gleich viel Tage haben, so muſs man wissen, wie viel Tage der Monat hat, den man borgt. Hier lassen sich 26 Tage von 9 Tagen nicht abziehen, ich borge daher 1 Monat, und da im Minuenden nur 1 Monat stehet, so ist es klar, daſs der geborgte Monat der Jänner sey, welcher 31 Tage hat. 26 von 31 bleiben 5, dazu die obern 9, so bleiben 14 Tage.

Noch ein Beispiel.

Friedrich Kirchhof ward geboren im Jahre 1712 den 24. Februar Abends um 8 Uhr, und starb 1796 den 10. Julius Vormittags um 9 Uhr; sein Alter wird also berechnet:

gest. d. 10. Jul. Vorm. 9 Uhr.	1796 J.	6 Mon.	10 Tg.	9 Std.
geb. d. 24. Febr. Abends 8 Uhr.	1712	1 -	24 -	20 -
	84 J.	4 Mon.	15 Tg.	13 Std.

Hier wurden im Subtrahenden 20 Stunden gesezt, weil der Tag von Mitternacht anfängt; bis Mittag sind 12 Stunden, dazu die 8 Stunden von Mittag bis Abends 8 Uhr, so sind es 20 Stunden. Beim Abziehen der Tage muſste 1 Monat geborgt werden, welches der 6te oder Junius ist und 30 Tage hat.

Eigentlich sollten auch nur die völlig verflossenen Tage gerechnet werden, so wie wir nur die völlig verflossenen Monate rechnen. Da aber bei der Subtraction einerlei heraus kommen muſs, wenn beide Zahlen um gleichviel gröſser (hier um 1 gröſser) angenommen werden, so können die Zahlen der laufenden Tage ohne Fehler beibehalten werden. Es könnte auch bei den Monaten geschehen, wenn es nicht wegen Verschiedenheit derselben zu manchen Irrungen führte. Bei Zinsrechnungen, und überhaupt

bei kaufmännischen Rechnungen wird jeder Monat zu 30 Tagen angenommen.

Hierzu noch einige Beispiele nebst beigefügter Berechnung.

Mit Anwendung der Addition.

Fried. Gutjahr borgt am 5. Mai 1812 ein Kapital von 600 Rthlr. und verspricht dasselbe, nach 2 Jahren 3 Monaten und 20 Tagen wieder zurückzuzahlen. Wenn muſs dieſes geschehen?

1812 J.	4 Mon.	5 Tg.
2 -	3 -	20 -
1814 J.	7 Mon.	25 Tg.

oder den 25. August 1814.

Wenn ist *D. Luther* gestorben, welcher den 10. November 1483 geboren war und sein Alter auf 62 Jahre 3 Mon. 8 Tage gebracht hat.

1483 J.	10 Mon.	10 Tg.
62 -	3 —	8 -
1546 J.	1 Mon.	18 Tg.

oder den 18. Febr. 1546.

Mit Anwendung der Subtraction.

Kaiser *Alexander I.* war bei seinem Regierungsantritte den 21. März 1801, 23 Jahr 2 Mon. 26 Tage alt; wenn ist derselbe geboren?

1801 J.	2 Mon.	21 Tg.
23 -	2 -	26 -
1777 J.	11 Mon.	23 Tg.

Franz, ein hoffnungsvoller Knabe, war geboren 1800 den 15. Sept. Abends halb 8 Uhr, und starb den 3. März 1812 früh 15 Minuten nach 6 Uhr, wie lange hat derselbe nun gelebt?

1812 J.	2 Mon.	3 Tg.	6 Std.	15 Min.
1800 -	8 -	15 -	19 -	30 -
11 J.	5 Mon.	15 Tg.	10 Std.	45 Min.

§. 69.

Uebungsbeispiele.

1) *Friedrich II.* oder der Große, war geboren den 24. Jänner 1712, und starb den 17. August 1786; wie hoch hat er sein ruhmvolles Leben gebracht?

2) *Joseph II.* starb den 20. Febr. 1790; Sein Geburtstag war der 13. März 1741. Wie alt wurde er?

3) *Catharina II.* Kaiserin von Rußland, war geboren den 2. Mai 1729, und starb den 16 November 1796. Wie alt ist sie geworden?

4) *Kaiser Franz II.* ist geboren den 12. Febr. 1768, und succedirte seinem Vater, Kaiser Leopold II. den 1. März 1792. Wie alt war er beim Antritte seiner Regierung?

5) Die letztverstorbene Königin von Preussen, *Louise*, ward den 10 März 1776 geboren und vermählte sich den 24. Dec. 1793 mit *Friedrich Wilhelm III.*; wie alt war sie damals?

6) *König Friedrich Wilhelm III.* ist geboren den 3. Aug. 1770, und succedirte seinem Vater, als er 27 Jahre 3 Mon. 13 Tage alt war; wann trat er die Regierung an?

7) *Napoleon Bonaparte* ist geboren den 15. August 1769, zu Ajaccio in Corsica, und wurde den 24 *Junius* 1804 zum Kaiser der Franzosen *erklärt*. Wie alt war derselbe damals?

8) *D. M. Luther* ward zu Eisleben geboren den 10. Nov. 1483, und starb den 18. Febr. 1546. Wie lange hat dieser höchst merkwürdige Mann gelebt?

9) *Gellert* war geboren den 4 Julius 1715, und starb den 18. December 1769. Wie alt ist dieser vortreffliche Dichter geworden?

10) Hr. B. verheirathete sich den 24. März 1768, und starb den 5. November 1803. Wie lange ist er verheirathet gewesen?

Achter Abschnitt.

Vom Multipliziren ungleichbenannter Zahlen.

§. 70.

Die Multiplication mit ungleichbenannten Zahlen lehrt uns vornämlich zweierlei:

1) ausrechnen, wie viel Einheiten der niedern Sorte in einer höhern enthalten sind, z. B. wie viel Pfennige in 32 Rthlr. oder wie viel Lothe in 45 Zentnern etc. enthalten sind?

2) ausrechnen, wie eine gegebene Summe von verschiedenen Sorten mehreremal genommen werden müsse, z. B. wie viel 8 mal 9 Rthlr. 3 Ggr. 6 Pf. oder wie viel 12 mal 31 fl. 6 Stüv. 8 Pf. holländisch betragen?

Das Multipliziren und Dividiren mit ungleichbenannten Zahlen deutet in vielen Fällen zwar schon auf verdeckte Proportionen, oder auf Regeldetri - Exempel hin; allein ich habe beim Auswählen der Beispiele besonders auf solche Rücksicht genommen, die man ohne vorher-

gegangene Erläuterung der Proportionsregel leicht berechnen kann, und die doch im gemeinen Leben sehr häufig vorkommen. Wir werden also den Anfang damit machen, auszurechnen, wie viel Einheiten der niedern Sorte in einer höhern enthalten sind.

§. 71.

Regel. Eine höhere Sorte in eine niedere, z. B. Thaler in gute Groschen und in Pfennige, oder Zentner in Pfunde u. s. w. *zu verwandeln, muſs man die höhere Sorte mit der Reductionszahl multipliziren; will man aber eine niedere Sorte in eine höhere verwandeln*, z. B. Pfennige in gute Groschen, oder Pfunde in Zentner, *so muſs man die niedere Sorte durch die Reductionszahl dividiren.*

Reductionszahl ist diejenige Zahl, welche anzeigt, wie viel Einheiten der niedern Sorte auf *eine* Einheit der höhern Sorte gehen; oder auch umgekehrt, wie viel eine Einheit der höhern Sorte Einheiten in der niedern Sorte enthält.

Ex. 1) Wie viel Pfennige sind in 32 Thalern enthalten? Die Rechnung ist folgende:

```
  32 Rthlr.
  24 Reductz.
 ----
 128
 64
 ----
 768 Ggr.
  12 Reductz.
 ----
1536
768
 ----
9216 Pf.
```

Um die 32 Thaler in die nächst niedere Sorte, in gute Groschen, zu verwandeln, multiplizirt man sie mit der Reductionszahl 24, denn 1 Rthlr. = 24 Ggr. 32 Thaler haben folglich 24 mal 32 oder 32 mal 24 Ggr., das ist 768 Ggr. Hierauf verwandelt man auch die guten Groschen in Pfennige, indem man sie mit der Reductionszahl 12 multiplizirt, weil 1 Ggr. 12 Pf. hat. 768 Ggr. müssen also 768 × 12 oder 12 × 768 Pf., das ist 9216 Pf. enthalten.

Auf eine kürzere Art aber kann die obige Aufgabe berechnet werden, wenn man die 2 bis 9fachen Producte von den beiden Reductionszahlen auswendig weiſs, dann hat die Ausrechnung diese compendiöse Form:

32 Rthlr.
——————(24
768 Ggr.
——————(12
9216 Pf.

Ex. 2) Wie viel betragen 45 leipziger Zentner in Lothen?

45 Zentn.	oder	45 Zentn.
110 Rdctz.		110
450		4950 Pfd.
45		(4 — 32 Redcz. = 4.8
4950 Pfd.		19800
32 Rdctz.		(8
9900		158400 Lth.
1485		
158400 Lth.		

Das Verfahren liegt nach der weitläuftigern und kürzern Art vor Augen. Die Reductionszahl bei den Zentnern ist 110, weil 1 Zentn. in Leipzig 110 Pfd. hat. Die Pfunde aber wurden

durch die Multiplication mit 32 zu Lothen gemacht, da bekanntlich jedes Pfund aus 32 Lothen besteht.

§. 72.

Kommen aber mehrere Sorten vor, die alle in die niederste verwandelt werden sollen, so wird jede Sorte, entweder nach geschehener Multiplication, oder während derselben, zu derjenigen Sorte addirt, zu welcher sie gehört.

Ex. 3) 37 Wispel 16 Scheffel und 6 Metzen in Berlin, wie viel sind es Metzen?

```
37 Wsp. 16 Schfl. 6 Mtz.      oder: 37 Wsp. 16 Schfl. 6 Mtz.
 24                                  ———(24
———                                  904 Schfl.
148                                  ———(16
74                                 14470 Mtz.
———
888 Schfl.
 16   -  add.
———
904   -
 16
———
5424
904
————
14464 Mtz.
    6  -  add.
————
14470 Metzen.
```

Bei der Ausrechnung auf die weitläuftige oder gemeine Art wurde die niedere Sorte jedesmal besonders untergesetzt und dazu addirt; bei der zweiten kürzern Art aber wurde sie gleich während der Multiplication mit der Reductionszahl in Gedanken dazu addirt. Dieser letztern kürzern Art bedienen sich geübtere Rechner.

Ex. 4) 76 Zentner 64 Pfunde 26 Lothe in Braunschweig, wie viel sind es Lothe?

76 Zentn. 64 Pfd. 26 Lth. oder: 76 Zentn. 64 Pfd. 26 Lth.

114

304

76

76

8664 Pfd.

64 - add.

8728 Pfd.

32

17456

26184

279296 Lth.

26 - add.

279322 Lth.

.. $\times$ 114

76

304

8728 Pfd.

(4 32 = 4.8

34912

(8

279322 Lth.

S. oben §. 27. u. 29.

§. 73.

Uebungsbeispiele.

1) Wie viel Pfennige sind 8 Ggr. 4 Pf.?
2) Wie viel gute Groschen sind 4 Rthlr. 4 Ggr.?
3) Wie viel Pfennige enthält 1 Thaler?
4) 41 Rthlr. 16 Ggr., wie viel sind es gute Groschen?
5) 3 Rthlr. 11 Ggr. 4 Pf., wie viel sind es Pfennige?
6) 1 Rthlr. 6 Ggr. 5 Pf., wie viel sind es Pfennige?
7) 15 Rthlr. 5 Ggr., wie viel sind es Pfennige?
8) Wie viel Quentchen hat 1 Pfund?
9) Wie viel Quentchen gehen auf 1 Zentn. von 110 Pfd.?
10) — — — — — — 1 Zentn. von 114 Pfd.?
11) 11 Pfunde 13 Lothe, wie viel sind es Lothe?
12) 71 Zentn. 2 Pfd. 16 Lth. in Leipzig, wie viel sind es Quentchen?
13) 87 Zentn. 82 Pfd. in Braunschweig, wie viel sind es Pfunde?
14) 5050 Zentn. 66 Pfd. in Breslau? — Pfunde?
15) 321 Zentn. 60 Pfd. 7 Lth. in Prag? — Lothe?
16) 312 Zentn. 50 Pfd. in Wien, wie viel sind es Lothe?
17) 19 Jahre 12 Wochen, wie viel sind es Wochen?
18) 114 Jahre 56 Tage 16 Stunden? — Stunden?
19) 16 Schock 2 Mandel 10 Stück? — Stück?
20) 166 — 2 — 10 — ? — Stück?

21) Einer reiste von Bamberg nach Ansbach und Baireuth und verzehrte 23 fl. 45 Xr. 3 Pf., wie viel beträgt es in Pfennigen?

22) 365 fl. 30 Xr. in Nürnberg, wie viel sind es Kreuzer?

23) 10905 fl. 21 Xr. in Augsburg, wie viel sind es Kreuzer?

24) 154 Rthlr. 11 Mgr. 4 Pf. in Braunschweig, — Pfennige?

25) 925 Rthlr. 33 Mgr. — — — —, — Mattier?

26) 30 Rthlr. 62 Grot 1 Schwar iu Bremen, — Schwar?

27) 576 Rthlr. 26 Sgr. 8 Denaren in Breslau, — Denaren?

28) 3579 fl. 28 Gr. 16 Pf. in Danzig, — Pfennige?

29) 999 Rthlr. 53 Stüv. 9 Witten in Emden, wie viel sind es Witten?

30) 17 Rthlr. 8 Ggr. 8 Pf. in Frankfurt a. d. O., wie viel sind es Pfennige?

31) 34 Rthlr. 17 Ggr. 4 Pf. in Gotha, wie viel sind es Pfennige?

32) 59876 Mark 14 Schill. 9 Pf. in Hamburg, — Pfennige?

33) 36400 Rthlr. 30 Mgr. in Hildesheim, — Mariengroschen?

34) 8600 Rthlr. 30 Albus in Cassel, — Pfennige?

35) 27000 Mk. 10 Schill. 10 Pf. in Lübeck, wie viel sind es Pfennige?

36) 54321 Franken in Paris, wie viel sind es Centimen?

37) 12345 Franken 78 Cent. in Marseille, wie viel sind es Centimen?

38) 5869 Lire 15 Soldi 8 Denari in Mailand, wie viel sind es Denari?

39) 9685 Lire 15 Soldi 8 Denari in Genua, wie viel sind es Denari?

40) 8659 Dukati 18 Soldi 4 Denari in Florenz, wie viel sind es Denari?

41) 6958 Scudi 8 Paoli in Rom, wie viel sind es Bajocchi?

42) 6589 Dukati 9 Carlini 9 Grani in Neapel, wie viel sind es Grani?

43) 9856 Silberrealen in Madrid, wie viel sind es Maravedis?

44) 9865 Crusaden 236 Rees in Lissabon, wie viel sind es Rees?

45) 8956 Lsterl. 16 Schilling 8 Pence in London, wie viel sind es Pence?

46) 631 Wisp. 3 Schfl. 8 Himten 2 Vierfaſs in Braunschweig, wie viel sind es Vierfaſs.

47) 753 Malt. 2 Schfl. 3 Viertelmetzen in Hildesheim, wie viel sind es Viertelmetzen?

48) 38 Last 2 Wisp. 8 Schfl. Roggen in Hamburg, wie viel sind es Fafs?

49) 108 Ohm 16 Viertel Wein in Lübeck, wie viel sind es Quartier?

50) 67 Fud. 19 Eim. 32 Maas Wein in Wien, wie viel sind es Maas?

§. 74.

Die Multiplication mit ungleichbenannten Zahlen lehrt uns 2) *wie eine gegebene Summe von verschiedenen Sorten mehreremal genommen werden müsse*, z. B wie viel 4 mal 49 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf. betrage? Das Product hiervon kann man auf eine weitläuftige, und auf eine kurze Art finden. Wer die letztere Art zu rechnen nicht kennt, der mufs erst die 49 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf. in lauter Pfennige verwandeln, und die nun gefundene Summe 4 mal nehmen. Da aber das Product Pfennige enthält, so müssen diese dann durch die Division mit 12 zu guten Groschen, und die guten Groschen mit 24 zu Thalern reducirt werden. Diese weitläuftige Rechnung ist folgende:

```
        49 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf.
        24
      ------
       196
       98
      ------
      1176 Ggr.
        13  -  add.
      ------
      1189 Ggr.
        12
      ------
      2378
     1189
     ------
     14268 Pf.
         8  -  add.
     ------
     14276 Pf.
         4 mal so viel
     ------           24
12 : 57104 Pf.    |  4758  | 198 Rthlr.
     48...        |  24..  |
     ----           ----
      91..           235.
      84..           216.
      ----           ----
       70.            198
       60.            192
       ---            ---
       104              6 Ggr.
        96
       ---
         8 Pf.
```

Weit leichter und kürzer aber wird das nämliche Product auf folgende Art gefunden:

```
49 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf.  × 4
 2         2
--------------------------(4
198 Rthlr.  6 Ggr. 8 Pf.
```

Es wird nämlich zu wissen verlangt, wie viel das vierfache Product von 49 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf. betrage, oder wie viel 4 mal 49 Rthlr., 4 mal 13 Ggr. und 4 mal 8 Pf. sey? Da man nun schon bei gleichbenannten Zahlen die Zah-

len der niedern Stellen *zuerst* multiplizirt, so fängt man auch bei ungleichbenannten Zahlen die Multiplication mit der niedersten Sorte an, um die darin enthaltenen Einheiten der höhern Sorte zu den höhern mit übertragen zu können. 4 mal 8 Pf. sind 32 Pf. oder 2 Ggr. 8 Pf. Diese letztern 8 Pf. schreibt man unter die Linie (nämlich gerade unter die Pfennige) und nimmt die 2 Ggr. aus den Pfennigen mit zu der nächst höhern Sorte, zu den guten Groschen. Ferner 4 × 13 Ggr. = 52 Ggr = 2 Rthlr. + 4 Ggr. oder 4 mal ein halber Thaler und 4 mal 1 Ggr. = 2 Rthlr. + 4 Ggr., hierzu die 2 Ggr. aus den Pfennigen, so erhält man 2 Rthlr. 6 Ggr. Die 2 Rthlr. werden bei der folgenden höhern Sorte bemerkt, die 6 Ggr. aber unter die Linie, und zwar unter die guten Groschen, geschrieben. Endlich multiplizirt man auch die Thaler, und sagt 4 mal 49 oder lieber 4 mal 9 sind 36, hierzu die 2 Rthlr. aus den guten Groschen, sind 38, schreibt die 8 Einer unter die Einer der Thaler, und nimmt die 3 Zehner zur folgenden höhern Stelle; nämlich 4 × 4 sind 16, dazu die 3 Zehner, so sind es 19. Das Product 198 Rthlr. 6 Ggr 8 Pf. ist demnach auf eine sehr leichte und kurze Art gefunden worden.

Noch ein Beispiel.

Wie viel betragen 8 mal 32 Zentner 58 Pfd. 16 Loth leipziger Gewicht? Antwort 260 Zentn. 28 Pfd., wie hier folgt:

32 Zentn. 58 Pfd. 16 Lth. × 8
4 4
———————————— (8
260 Zentn. 28 Pfd. — Lth.

8 × 16 Lothe = 8 mal ein halbes Pfund,

folglich 8 halbe oder 4 ganze Pfunde. 8 × 58 Pfd. + 4 Pfd. = 468 Pfd. Diese durch die Reductionszahl 110 dividirt, gibt 4 Zentn. und 28 Pfd. Noch kürzer aber kann man dies finden, wenn man 55 Pfd., als einen halben Zentner, mit 8 multiplizirt, so sind 8 halbe Zentner 4 ganze, die übrigen 3 Pfunde ebenfalls mit 8 vermehrt, gibt noch 24, hierzu die 4 Pfd. aus den Lothen, so sind es 28 Pfd., folglich ebenfalls 4 Zentn. 28 Pfd.

§. 75.

Besteht der Multiplicator aus zwei oder mehrern Ziffern, so zerfällt man denselben, wie oben §. 29. und 32. gelehrt worden. Es wird daher sehr nützlich seyn, die angezeigten §§. hier zu wiederholen.

Ex. 1) Wie viel betragen 42 mal 30 Rthlr. 4 Ggr. 9 Pf.? oder wenn 42, durch eine Feuersbrunst verunglückten Einwohnern, jedem 30 Rthlr. 4 Ggr. 9 Pf. gegeben werden sollen, wie viel Geld wird dazu erfordert? Die Rechnung ist folgende:

30 Rthlr.	4 Ggr.	9 Pf.	×	42
$\frown$ 1	$\frown$ 4			
			(6	6.7
181 -	4 -	6 -		
$\frown$ 1	$\frown$ 3			
			(7	
1268 Rthlr.	7 Ggr.	6 Pf.		

Der Multiplicator 42 wird in 6 mal 7 zerfällt. Das Product der ersten Zerfällungszahl (6) gibt 181 Rthlr. 4 Ggr. 6 Pf; multiplizirt man nun dies 6fache Product nochmals mit 7, so erhält man 1268 Rthlr. 7 Ggr. 6 Pf., welches das 42fache Product von 30 Rthlr. 4 Ggr. 9 Pf. ist.

Ex. 2) 24 Kaufleute in London legen zusammen, jeder 416 Lsterl. 13 Schill. 4 Pence, wie viel beträgt es?

```
416 L. 13 S.  4 D.  ×  24
   ⌒2    ⌒1           ――――
──────────────────(4  4 × 6
1666 - 13 -  4 -
   ⌒4    ⌒2
──────────────────(6
10000 L. — S. — D.
```

Oder:

```
416 L. 13 S.  4 D.  ×  24
   ⌒2    ⌒1           ――――
──────────────────(3  3 × 8
1250 - — - — -
──────────────────(8
10000 L. — S. — D.
```

Oder:

```
416 L. 13 S.  4 D.  ×  24
  ⌒16    ⌒8
──────────────────(24
10000 L. — S. — D.
```

Ex. 3) Wie viel betragen 29 mal 3907 fl. 11 Stüver 11 Pf. in Amsterdam?

```
3907 fl. 11 Stv. 11 Pf.  ×  29
   ⌒2     ⌒2               ――――
───────────────────────(4  4 × 7 + 1
15630 -  6 -  12 -
   ⌒2    ⌒5
───────────────────────(7
109412 -  7 -  4 -
  3907 - 11 - 11 -  (+ 1
───────────────────────
113319 fl. 18 Stv. 15 Pf.
```

Oder:

```
3907 fl. 11 Stv. 11 Pf.  ×  29
    ⌒1     ⌒2              ――――
───────────────────────(3  3 × 10 − 1
11722 - 15 -  1 -
    ⌒7
───────────────────────(10
117.22.7. - 10 - 10 -
     3907 - 11 - 11  (− 1
───────────────────────
113319 fl. 18 Stv. 15 Pf.
```

Oder indem man jede Sorte des Multiplicanden gleich mit dem ganzen Multiplicator vermehrt, als:

3907 fl. 11 Stüv. 11 Pf. × 29
$\widehat{16}$ $\widehat{19}$

113319 fl. 18 Stüv. 15 Pf.

3907 fl. + 16	11 Stüv. + 19	16)	11 Pf.
29	29		29
35163	319		319 \| 19 Stüv.
7814	19 +		16
16 + 20)	33\|8 \| 16 fl.		159
113319	1(1		144
			15 Pf.

Ex. 4. Wie viel betragen in Hamburg 56 mal 19 Last 8 Schpfd. 16 Lspfd. 4 Pf.

19 Lst. 8 Schpfd. 16 Lspfd. 4 Pfd. × 56 (7·8)
$\widehat{5}$ $\widehat{5}$ $\widehat{2}$ (7

138 · 1 · 14 · —
$\widehat{1}$ $\widehat{5}$ (8

1105 Lst. 1 Schpfd. 12 Lspfd. — Pfd.

Hoffentlich wird jeder fleissige und aufmerksame Rechenschüler, wenn er besonders die obigen angezeigten §§. wieder nachgelesen hat, diese Beispiele ohne alle weitere Erklärung nachzurechnen im Stande seyn.

§. 76.

Obgleich bei der Multiplication (s. §. 25.) es einerlei ist, welchen der gegebenen Factoren man zum Multiplicator macht, so richtet sich doch die Benennung des Products theils nach der Benennung des wahren Multiplicanden, theils nach dem Sinne der Aufgabe. Wenn ich z. B.

8 Ellen und 4 Rthlr. multipliziren soll, so kommen entweder 32 Ellen, oder 32 Thaler zum Producte, je nachdem der Sinn der Aufgabe ist. Gilt 1 Elle 4 Rthlr., so gelten 8 Ellen 8 × 4, d. i. 32 Rthlr. Bekomme ich aber 8 Ellen für 1 Rthlr., so erhalte ich für 4 Rthlr. 4 × 8 = 32 Ellen. Dort sind Ellen, hier aber sind Thaler der wahre Multiplicand. Wenn ferner Einer sagt: er habe 16 Pfund Thee à 3 Gulden gekauft, so weiſs man sogleich, daſs ihm die 16 Pfd. 16 × 3 oder 3 × 16 Gulden = 48 Gulden kosten. Hätte derselbe aber von einer andern Waare 16 Pfd. für 1 Gulden gekauft, so würde er für 3 Gulden von der nämlichen Waare 48 Pfd. bekommen.

Ex. 5) Einer erhält von Petersburg 51 Pud Wachs à 20 Rubel; wie viel beträgt es? Antwort 51 × 20 Rub. oder, weil 20 ein bequemerer Multiplicator ist, 20 × 51 Rub. = 1020 Rubel, wie hier stehet:

$$\begin{array}{r} 51 \\ 20 \\ \hline 1020 \end{array}$$ Rubel.

Ex. 6) *Georg Voigt* in W. kauft in der leipziger Ostermesse 60 Ellen Band für 1 Thaler, wie viel Ellen wird er für 23 Rthlr. bekommen? Antw. 60 × 23 oder 23 × 60 Ellen = 1380 Ellen.

§. 77.

Ist aber der Multiplicator eine so groſse Zahl, daſs man denselben ohne viele Mühe und Weitläuftigkeit nicht zerfällen kann, so nimmt man die kleinern Sorten des Multiplicanden als Theile von den höhern Sorten an; allein dies

setzt schon einige Kenntniſs von der Bruchrechnung voraus, daher dies auch bis dahin, und besonders bis in die Regel de tri verspart wird. Hier mag nur ein Beispiel noch folgen, wie man sich in einem solchen Falle etwa helfen kann.

Ex. 7) Wenn das Pfund Muskatnüsse in Amsterdam 14 fl. 15 Stüver kostet, wie theuer kommen 384 Pfd.? Antw. 384 × 14 fl. + 384 × 15 Stüv., das folgendermaſsen berechnet werden kann:

14 fl. 15 Stv. ×	384 Stüv.	384 fl.
	15	14
	576ø	
2ø	288 fl.	1536
		384
		5376 fl.
hierzu die fl. aus den Stüv.		288
		5664 fl.

Hier kann man sich, wie bei dem vorigen 5. u. 6. Ex. einer arithmetischen Licenz bedienen, die freilich als moralische Licenz durchaus verwerflich seyn würde, weil sie in einer Anwendung *verkehrter* Mittel besteht, um dadurch seinen Zweck zu erreichen. In der Arithmetik besteht dieser Zweck nicht bloſs so unbedingt darin, daſs man das Facit einer vorliegenden Aufgabe aufsuchen will; sondern es findet hierbei in der Praxis auch noch die billige Bedingung Statt, dasselbe auf dem kürzesten Wege aufzusuchen, und aufsuchen zu lernen. Daher ist in der Arithmetik der verkehrte Weg öfters der kürzeste, und der geübte Practicus macht sich's daher in einem solchen Falle jedesmal zur Regel, diesen Weg einzuschlagen. Er kehrt also z. B. die obige Aufgabe in Gedanken um, als ob zu berechnen wäre, wie viel 15 mal 384 Stüver

und 14 mal 384 fl. betragen? Diese sogenannte arithmetische Licenz kann man noch weiter ausdehnen, und da an den 15 Stüv. nur 5 Stüver fehlen, um noch einen Gulden zu erhalten, so kann man die 14 fl. 15 Stüv. für 15 fl. weniger 5 Stüver, d. i. weniger $\frac{1}{4}$ fl. annehmen. Dann wird die Berechnung noch kürzer, als:

$$
\begin{array}{rl}
 & 384 \times 15 \text{ fl.} - \frac{1}{4} \\
 & \underline{} \text{(15} \\
 & 5760 \\
\text{ab } \frac{1}{4} & \underline{96} \\
 & 5664 \text{ fl.}
\end{array}
$$

Doch dies wird zu seiner Zeit in der Regel de tri ausführlicher erklärt werden.

§. 78.

Als gute Hülfsmittel zur geschwindern Uebersicht der Zahlen, können die oben §. 36. enthaltenen Multiplicationstabellen auch in nachstehende Tabellen umgeändert werden.

1) Pfennigtabelle.

Pf.	Ggr.	Pf.	Ggr.	Pf.	Ggr.	Pf.	Ggr.
12	1	84	7	156	13	228	19
24	2	96	8	168	14	240	20
36	3	108	9	180	15	252	21
48	4	120	10	192	16	264	22
60	5	132	11	204	17	276	23
72	6	144	12	216	18	288	24

2) Tabelle für hamb. Schillinge, und für holländ. Pfennige.

Schl. Pf.hl.	Mk. Stüv.	Schl. Pf.hl.	Mk. Stüv.	Schl. Pf.hl.	Mk. Stüv.	Schl. Pf.hl.	Mk. Stüv.
16	1	112	7	208	13	304	19
32	2	128	8	224	14	320	20
48	3	144	9	240	15	336	21
64	4	160	10	256	16	352	22
80	5	176	11	272	17	368	23
96	6	192	12	288	18	384	24

3) Tabelle für gute Groschen.

gGr.	Rthl.	Ggr.	Rthl.	Ggr.	Rthl.	Ggr.	Rthl.
24	1	168	7	312	13	456	19
48	2	192	8	336	14	480	20
72	3	216	9	360	15	504	21
96	4	240	10	384	16	528	22
120	5	264	11	408	17	552	23
144	6	288	12	432	18	576	24

4) Lothtabelle.

Lth.	Pfd.	Lth.	Pfd.	Lth.	Pfd.	Lth.	Pfd.
32	1	224	7	416	13	608	19
64	2	256	8	448	14	640	20
96	3	288	9	480	15	672	21
128	4	320	10	512	16	704	22
160	5	352	11	544	17	736	23
192	6	384	12	576	18	768	24

Anwendung und Gebrauch dieser Tabellen.

Will Einer z. B. wissen, wie viel 204 Pf. gute Groschen betragen, so sucht er in der ersten Tabelle diese Zahl, und findet in der darneben stehenden Spalte 17, folglich sind 204 Pf. = 17 Ggr. Hätte er aber 212 Pf., so erreicht diese Zahl noch nicht die darauf folgende 216, sondern es fehlen 4 daran; es ist daher leicht einzusehen, daſs 212 Pf. noch nicht 18 Ggr., sondern nur 17 Ggr. 8 Pf. ausmachen. Eben so verhält sich's auch mit den drei übrigen Tabellen. Oefteres Durchlesen wird einen aufmerksamen Schüler bald in den Stand setzen, dergleichen Zahlen und Producte auswendig zu merken, und dieses wird ihm dann das Rechnen sehr erleichtern.

Hierbei merke man sich noch eine Eigenschaft der ersten und dritten Tabelle: Eine gewisse Summe Pfennige beträgt als gute Groschen allemal halb so viel Thaler, als jene gute Gro-

schen beträgt. Eine gewisse Summe guter Groschen hingegen, als Pfennige betrachtet, gibt gerade noch einmal so viel gute Groschen, als jene Thaler. Z. B. 288 Pf. sind 24 Ggr., 288 Ggr. aber sind 12 Rthlr., oder 528 Ggr. sind 22 Rthlr., und 528 Pf. sind 44 Ggr. Die nämliche Eigenschaft bemerkt man auch bei der 2ten und 4ten Tabelle. Diese Bemerkung aber trägt sehr viel zum leichtern Behalten der Summen bei.

§. 79.

Uebungsbeispiele.

1) Multiplizire 87 Rthlr. 6 Ggr. 8 Pf. mit 3.
2) — 124 fl. 51 Xr. mit 5.
3) — 84 Schock 3 Mand. 8 Stück mit 4.
4) Wie heifst das Product von 6 mal 1 Rthlr. 2 Ggr. 8 Pf. oder: was kosten ½ Duzend Stühle à 1 Rthlr. 2 Ggr. 8 Pf.?
5) Ein Fleischer kauft 6 Schafe, jedes zu 2 Rthlr. 12 Ggr. 6 Pf., wie viel mufs er dafür bezahlen?
6) 8 Stück Leinwand à 4 Rthlr. 10 Ggr. 4 Pf., wie viel betragen sie?
7) Eine Köchin kauft 7 Gänse, und gibt für jede 22 Ggr. 8 Pf., wie viel hat sie dafür bezahlt?
8) 24 Pfd. Butter à 4 Ggr. 8 Pf., wie viel beträgt es?
9) 48 Pfd. Rindfleisch à 2 Ggr. 6 Pf., wie viel beträgt es?
10) Wie viel beträgt das Product von 26 mal 81 fl. 45 Xr.?

Amsterdam.

11) Wie theuer kommen daselbst 31 Zentner Rosinen à 20 fl.?
12) 42 Zentn. Korinthen à 24 fl. 12 Stüv.?
13) 16 Zentn. Feigen à 22 fl. 10 Stvr.?
14) 100 Pfd. Wallfischbarten gelten 83 fl., wie viel kosten 12 mal so viel?
15) a) 56 Pfd. Kaneel à 154 Stüv. ?Stüver? b) wie viel in holl. Gulden?
16) a) 45 Pfd. Muskatnüsse à 198 Stüv. ?Stv.? b) wie viel holl. fl.?

17) a) 54 Pfd. Thee Pecco à 96 Stüv. 10 Pf. ? Stv. und Pf.? b) wie viel fl. holl.?

18) a) 71 Pfd. Indigo, Karolina, à 67 Stv. 12 Pf. ? Stv. u. Pf.? b) wie viel fl. Stv. u. Pf.?

19) a) 81 Pfd. Indigo, St. Domingo à 123 Stüv. 15 Pf.? b) wie viel fl. u. s. w.

20) 100 Pfd. edamer Käse kosten 29 fl. 16 Stüv., wie theuer kommen 50 mal so viel?

Berlin.

21)	Was kosten	33	Pfd. Indigo à	15	Rthlr.	—	Ggr.?
22)	— —	44	Pfd. Berlinerblau à	1	—	11	— ?
23)	— —	50	Pfd. dito, fein à	2	—	23	— ?
24)	— —	7	Pfd. Karmin à	110	—	18	— ?
25)	— —	29	Pfd. Cochenille à	16	—	18	— ?
26)	— —	27	Zentn. Butter à	29	—	8	— ?
27)	— —	8	Zentn. Graupen à	18	—	7	— ?
28)	— —	84	Stein Landwolle à	7	—	10	— ?
29)	— —	10	Ries f. Herrenpap. à	2	—	10	— ?
30)	— —	22	Ballen Makulatur à	7	—	18	— ?

Bremen.

31)	Was kosten	15	Zentn. Reiſs à	15	Rthlr.	36	Groot.?
32)	— —	25	Zentn. Syrup à	9	—	30	—
33)	— —	124	Pfd. smirn. Baumw. à	—	—	34	—
34)	— —	8	Zt. bittere Mandeln à	34	—	40	—
35)	— —	9	Zentner Anies à	8	—	54	—
36)	— —	7	Last (od. 84 Tonnen) schwedische Häringe à	47	—	45	—
37)	— —	6	Last Weizen à	102	—	60	—
38)	— —	35	Last Roggen à	84	—	44	—
39)	— —	21	Tonn. braune Seife à	22	—	36	—
40)	— —	23	Oxh. Weinessig à	11	—	32	—

Breslau.

41)	Was kosten	98	Stein Wolle, feine, à	15	Rthlr.	20	Sgr.
42)	— —	101	— dito mittlere, à	13	—	15	—
43)	— —	120	— dito ordinaire, à	10	—	20	—
44)	— —	9	Schock Ellen Leinw. à	19	—	24	—
45)	— —	8	— — dito à	20	—	22	—
46)	— —	30	Pfund Kampher à	7	—	22	—
47)	— —	7	Stein schw. Pfeffer à	11	—	26	—
48)	— —	12	- Pomeranzensch. à	3	—	10	—
49)	— —	85	- Süſsholz à	3	—	—	—

50) Was kosten 17 Zentn. Stockfische à 19 Rthlr. 25 Sgr.
51) — — 35 T. schwed. Häringe à 22 — 18 —
52) — — 42 T. holländ. dito à 47 — 20 —

B o r d e a u x.

53) Wie theuer kommen 240 Pfd. Mokka-Kaffee à 1 Fr. 95 Cent.
54) — — — 360 Pfd. Mart. Kaffee à 1 — 40 —
55) — — — 27 Zentn. Baumw. à 305 — 20 —
56) — — — 63 Pfd. Elfenbein à 4 — 75 —
57) — — — 44 Pfd. Nelkenpfeff. à 1 — 25 —
58) — — — 15 Zentn. Zucker à 98 — 50 —
59) — — — 40 Tonnen Medok à 2200 — — —
60) — — — 32 — Pontak à 1600 — — —

H a m b u r g.

61) Was kosten 7 Zentn. Syrup à 31 Mk. 8 Schl.
62) — — 8 — Mandeln à 56 — 12 —
63) — — 9 — dän. Alaun à 23 — 8 —
64) — — 15 — Weinstein à 48 — 6 —
65) — — 18 Stück Leinwand à 7 — 4 —
66) — — 72 — Segeltuch à 70 — 8 —
67) — — 45 Ztn. Bleiweifs, holl. à 29 — 12 —
68) — — 25 - bittere Mand. à 105 — — —
69) — — 8 - Wallfischbart. à 18 Rthlr. 2 Mk. 8 Schill.
70) — — 31 Schpfd. Kupfer à 80 —
71) — — 43 — petersb. Hanf à 30 — 2 Mk.
72) — — 80 Ton. Butter à 44 — —
73) — — 51 - grüne Seife à 68 Mk. —
74) — — 119 - Steinkohl. à 5 — —
75) — — 213 Oxhoft Franzw. à 28 — —

L o n d o n.

76) Was kosten 7 Ton. engl. Alaun à 22 L. 10 S.
77) — — 12 - Gelbholz à 12 - 16 -
78) — — 27 Ztn. Mokka-Kaffee à 7 - 5 -
79) — — 40 — Java-Kaffee à 4 - 15 -
80) — — 88 Pfd. Baumwolle à — - 2 - 8 D.

Neunter Abschnitt.

Vom Dividiren ungleichbenannter Zahlen.

§. 80.

Die Division mit ungleichbenannten Zahlen lehrt uns ebenfalls zweierlei, nämlich:

1) ausrechnen, wie viel Einheiten der höhern Sorte in einer gegebenen Summe der niedern Sorte enthalten sind, z. B. 5678 Pfennige, wie viel sie gute Groschen und Thaler betragen?

2) ausrechnen, wie eine gegebene Summe von verschiedenen Einheiten oder Sorten, unter einige und mehrere vertheilt werden muſs, z. B. wie 2848 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf. unter 5 Erben zu vertheilen sind?

Hier ist es zuförderst nöthig, sich wieder an die oben §. 71. gegebene Regel zu erinnern, nämlich: *Eine höhere Sorte in eine niedere zu verwandeln, muſs man die höhere Sorte mit der Reductionszahl multipliziren; will man aber eine niedere Sorte in eine höhere verwandeln*, z. B. Pfennige in gute Groschen, und diese in Thaler, oder Pfunde in Zentner, *so*

muſs man die geringere Sorte durch die Reductionszahl dividiren. Durch die Division mit der *Reductionszahl* (§. 71.) wird die niederste Sorte zu der nächst höhern, und diese wieder zu der nächst höhern reduzirt; oder es werden dadurch die Einheiten der höhern Sorten aus den nächst niedern herausgenommen.

§. 81.

Ex. 1) 5678 Pfennige, wie viel enthalten sie in den höhern Sorten, nämlich in Groschen und Thalern? Nach der gemeinen Art wird diese Aufgabe folgendermaſsen berechnet:

```
                        24
12) 5.678 Pf.  |  473 Ggr.  |  19 Rthlr.
    48..       |  24.       |
    ----          ---
     87.          23.3
     84.          216
     ---          ---
      38          17 Ggr.
      36
      --
       2 Pf.
```

Die Reductionszahl bei Pfennigen zu Groschen ist 12, weil 12 Pf. = 1 Ggr., daher wurden die 5678 Pf. durch 12 dividirt; der Quotient gibt 473 Ggr. 2 Pf. Dividirt man ferner diese erhaltenen Groschen durch 24, (weil 24 Ggr. = 1 Rthlr.) so bekommt man zum Quotienten 19 Rthlr. + 17 Ggr. 5678 Pf. betragen folglich 19 Rthlr. 17 Ggr. 2 Pf.

Auf eine weit kürzere Art aber werden diejenigen diesen Quotienten finden, welche die zwei- bis neunfachen Producte von 12 und 24 gut inne haben, und die Aufgabe auf folgende Art berechnen können:

```
       5678 Pf.
12) ─────────────
       473 Ggr. + 2 Pf.
24) ─────────────
       19 Rthlr. + 17 Ggr. + 2 Pf.
```

§. 82.

Ex. 2) 90240 Pfd. Sterl. in London, wie viel sind es L. oder Pfund Sterl.? Die Antwort kann man durch folgende doppelte Berechnung finden:

```
                      20
12)  9.0 2 4 0 D.  | 7520 S. | 376 L.
     8 4 . . .     | 60 . .  |
     ───────         ─────
      6 2 . .        152 .
      6 0 . .        140 .
      ───────        ─────
        2 4 .         120
        2 4 .         120
        ─────         ───
          0
```

O d e r:

```
        90240 D.
12) ─────────────
        752|0 S.
2|0) ────────────
        376 L.   (S. §. 53.)
```

Ex. 3) 37164 Pfennige in Amsterdam, wie viel sind es Gulden u. s. w.?

```
                       2|0
16)  37164 Pf.  | 232|2 | 116 fl.
       51 . .   |  32 . |
        36 .       122
        44         ───
       ───          2 Stüv.
       12 Pf.
```

O d e r:

```
16)  37164 Pf.
     ─────────
       232|2 Stv. + 12 Pf.
2|0 ──────────
       116 fl. 2 Stv. 12 Pf.  (S. §. 53.)
```

Ex. 4) 25064 Metzen Weizen in Leipzig, wie viel sind es Wispel?

16) 25064 Mtz.	24) 1566 Schfl.	65 Wisp.
90..	126	
106.	6 Schfl.	
104		
8 Mtz.		

Oder:

16 : 25064 Mtz.

1566 Schfl. + 8 Mtz.

24) 65 Wsp. 6 Schfl. 8 Mtz.

Ex. 5) 553154 Quentchen, wie viel sind es Pfunde?

4) 553154 Qt.	32) 138288 Lth.	4321 Pfd.
15....	102..	
33...	68.	
11..	48	
35.	16 Lth.	
34		
2 Qt.		

Oder:

553154 Qt.

4) 138288 Lth. + 2 Qt.

32) 4321 Pfd. 16 Lth. 2 Qt.

§. 83.

Sind aber die Reductionszahlen so beschaffen, daſs man die Vielfachen derselben nicht auswendig weiſs, und auch nicht leicht im Gedächtnisse behalten kann, wenn solche besonders seltner vorkommen; so kann man dieselben ebenfalls zerfällen, und sich dadurch die

Rechnung öfters sehr erleichtern. Nur merke man hierbei die Regel: *die höhere Sorte, zu welcher man eine geringere erheben will, bleibt auch bei der Division mit der Reductionszahl übrig, und ist ein Theil der höhern Sorte schon bei dem ersten Factor des zerfällten Divisors* (oder der zerfällten Reductionszahl).

Ex. 1) 36980 Mariengroschen in Hannover, wie viel Thaler betragen sie?

$$\frac{36}{6 \times 6} : 36980 \text{ Mgr.}$$

6) 36980 Mgr. (Rest 2)
6163 Rthlr. 12 Mgr.

6) 6163 Rthlr. 12 Mgr. (Rest 1)
1027 Rthlr. 8 Mgr.

Hier bleiben bei der Division mit der ersten Zerfällungszahl (6) 2 übrig, die dem Quotienten 6163 als ein Bruch ($\frac{2}{6}$ oder $\frac{1}{3}$) beigefügt werden könnten; allein dies setzte schon Kenntniſs der Division mit Brüchen voraus. Man nimmt daher den Rest 2 für 2 Rthlr. an, diese haben 72 Mariengroschen, und dividirt die dadurch erhaltenen Mgr. wieder durch 6, der Quotient ist 12. Bei der Division mit dem zweiten Factor 6 bleibt wieder 1 Rthlr. übrig, den man in Mariengroschen verwandelt, und die obigen 12 Mgr. dazu addirt; 36 + 12 = 48 Mgr., diese durch 6 dividirt, kommen 8 Mgr. Es betragen demnach 36980 Mgr. 1027 Rthlr. 8 Mgr.

Die Zerfällungszahl 36 kann auch in 4 × 9 zerstreuet werden, dann bleibt bei der Division mit dem ersten Factor 4 kein Rest, nämlich also:

$$\frac{36}{4 \times 9} : \begin{array}{l} 36980 \text{ Mgr.} \\ 4)\overline{\quad\quad\quad} \\ 9245 \\ \widehat{2} \\ 9)\overline{\quad\quad\quad} \\ 1027 \text{ Rthlr. } 8 \text{ Mgr.} \end{array}$$

Ex. 2) 88902 Groot in Bremen, wie viel betragen sie in Thalern à 72 Groot? Die Berechnung ist folgende:

$$\frac{72}{8 \times 9} : \begin{array}{l} 88902 \text{ Pf.} \\ \widehat{6} \\ 8)\overline{\quad\quad\quad} \\ 11112 \text{ Rthlr. } 54 \text{ Pf.} \\ 6 \\ 9)\overline{\quad\quad\quad} \\ 1234 \text{ Rthlr. } 54 \text{ Pf.} \end{array}$$

Oder da man aus der Summe der Groote, wenn man sie als Einer addirt, sogleich sieht, daſs sich dieselben durch 9 ohne Rest dividiren lassen, so ist die Berechnung auf folgende Art, wo man mit der Zerfällungszahl 9 zuerst dividirt, leichter:

$$\frac{72}{8 \times 9} : \begin{array}{l} 88902 \text{ Pf.} \\ 9)\overline{\quad\quad\quad} \\ 9878 \\ \widehat{6} \\ 8)\overline{\quad\quad\quad} \\ 1234 \text{ Rthlr. } 54 \text{ Pf.} \end{array}$$

Ein geübter Rechner muſs nach und nach einen so scharfen Blick erhalten, daſs er sogleich übersehen kann, auf welche Art und mit welchen Zahlen das Geschäft am leichtesten zu vollenden sey. So wird sich ein Fuſsgänger, der öfters eine und dieselbe Reise zu machen hat, mit den verschiedenen Wegen so bekannt machen, daſs er dann immer den besten und kürzesten auswählen wird.

Ex. 3) In einer Papiermühle werden 2385600 Bogen Druckpapier verfertigt, wie viel

sind es Ballen, Ries etc.? Die Berechnung ist auf doppelte Art folgende:

25	:	2385600 Bog.
5 × 5	5)	477120
	5)	9542\|4 Buch.
2\|0	:	4771 Ries + 4 Buch.
10	:	477 Blln. + 1 Ries + 4 Buch.

Oder mit Anwendung der oben §. 53. angezeigten Vortheile also:

25	:	23856\|00 Bog. (4
		9542\|4 Buch.
2\|0	:	477\|1 Ries + 4 Buch.
1\|0	:	477 Blln. + 1 Ries + 4 Buch.

§. 84.

Noch einige Beispiele nebst deren Ausrechnung.

Ex. 4) 378596 Pfennige in Ansbach, wie viel betragen sie nach Gulden und Kreuzern?

4	:	378596 Pf.
	4)	9464\|9 Xr.
6\|0	:	1577 fl. 29 Xr.

Hier bleiben bei der Division mit 60, die nach dem obigen Vortheile (§. 53.) verrichtet wird, 2 übrig, diese zu der abgeschnittenen 9 geschrieben, so werden es 29, eigentlich $\frac{29}{60}$ fl. Der 60ste Theil eines Gulden ist 1 Kreuzer, 29 solcher Theile sind folglich 29 Kreuzer.

Ex. 5) 184584 Pfennige flämisch in Hamburg, wie viel sind es Mark und Schillinge? Da 2 Pf. fls. = 1 Schill. oder da 32 Pf. fls. = 1 Mk., so kann man diese Aufgabe auf zweierlei Art berechnen, nämlich:

2 : 184584 Pf. fls.
———————
92292 Schill.
16 : ———————
5768 Mk. + 4 Schill.

Oder:

32 : 184584 Pf. fls.
—— 4) ———————
4 × 8 46146
2
8) ———————
5768 Mk. + $\frac{2}{8}$ (= 4 Schill.)

Ex. 6) 654321 Centimen in Paris, wie viel sind es Franken? Da ein Frank 100 Centimen enthält, so ist die Rechnung nach §. 53. überaus leicht, nämlich:

100 : 6543|21 Cent. = 6543 Fr. 21 Cent.

Ex. 7) 182114 Quentchen in Cassel, wie viel sind es Zentner u. s. w. den Zentner zu 108 Pfd. gerechnet?

182114 Qt.
4 : ———————
45528 Lth. + 2 Qt.
32 : 4) ———————
—— 11382
4 × 8 8) ———————
1422 Pfd. + 24 Lth. + 2 Qt.
108 : 9) ———————
—— 158
9 × 12 12) ———————
13 Zentn. + 18 Pfd. + 24 Lth. + 2 Qt.

§. 85.

Uebungsbeispiele.

1) 100 Ggr.. wie viel sind es Thaler?
2) 100 Pf. — — — — gute Groschen?
3) 100 Pf. — — — — Mariengroschen?
4) 365 Pf. — — — — Thaler und Ggr.?
5) 365 Ggr. — — — — Thaler?
6) 365 Mgr. — — — — Thaler?
7) 1000 Pf. — — — — Thaler und Ggr.?
8) 1000 Pf. — — — — Thaler und Mgr.?
9) 1 Million Pf. — — — Thaler und Ggr.?
10) 1 Million Ggr. — — — Thaler?

11) 1 Million Pf., wie viel sind es Gulden u. Xr.?
12) 1000 Wochen — — — — Jahre?
13) 7654321 Minuten — — — — Jahre u. s. w.?
14) 6638 Garben — — — — Schock, Mand. u. Garben?
15) 76509 Stück Nüsse — — — Schock und Stück?
16) 1 Million Bog. Druckpap. — — Ballen?
17) 38768 Bog. Schreibpap. — — Ballen u. s. w.?
18) 12424 Grän Silber — — — Mark u. s. w.?
19) 789500 Grän Gold — — — Mark u. s. w.?
20) 59564 Skrupel — — — Pfunde?
21) Einem kostete die Reise von Baireuth nach Bamberg 5703 Pfennige, wie viel Gulden sind dies?
22) 73058 Pfd. in Hamburg — ? Schpfd.?
23) 36529 Pfd. in Breslau — ? Stein?
24) 13765 Pfd. in Hamburg — ? Zentner?
25) 887766 Pfd. in Prag — ? Zentner?
26) 567890 Pfd. in Leipzig — ? Zentner?
27) 123400 Pfd. in Wien — ? Zentner?
28) 384384 Metz. in Berlin — ? Wispel?
29) 337536 Mtz. in Magdeburg — ? Wisp.?
30) 51200 Gescheid in Bamberg — ? Malter?
31) 36925 Viertel in Augsburg — ? Schaf?
32) 65437 Himten in Braunschweig — ? Wisp.?
33) 69584 Viertelmetz. in Hildesheim — ? Malter?
34) 708050 Faſs Gerste in Hamburg — ? Last?
35) 44566 Faſs in Lübeck — ? Last?
36) 279650 Quart Wein in Hamburg — ? Oxhoft?
37) 487330 Qrt. in Bremen — ? Ohm?
38) 64231 Maas in Frankfurt a. M. — ? Ohm?
39) 64231 Maas in Bamberg — ? Eimer?
40) 1234567 Maas in Heidelberg — ? Fuder?
41) 135748 Seidel in Linz — ? Eimer?
42) 357480 Seidel in Wien — ? Eimer?
43) 166666 Kopeken in Petersburg — ? Rubel?
44) 83333 Groschen in Riga — ? Thaler?
45) 586089 Ferdinge in Riga — ? Rthlr. Curr.?
46) 6798354 Pf. preuss. in Königsberg, wie viel sind es Thaler?
47) 976830 Ggr. poln. in Warschau — — — — Thaler?
48) 473580 Pf. fls. in Amsterdam — — — — Lfls?
49) 273928 Denari in Genua — — — — Lire?
50) 1 Million Bajocchi in Rom — — — — Scudi?

§. 86.

Das Zweite, was uns die Division ungleichbenannter Zahlen lehrt, ist: wie eine gegebene Summe von verschiedenen Einheiten oder Sorten unter einige oder mehrere auf die leichteste Art zu vertheilen sey, z. B. wie 2848 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf. unter 5 Erben zu vertheilen sind, so daſs jeder gleichviel bekomme?

Nur einmal sey es mir erlaubt, hier in einem Beispiele zu zeigen, nach welcher weitläuftigen Art man ehedem dergleichen Aufgaben berechnete:

2848 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf. dividirt durch 5.

```
      24
   ------
   11396
   5696
   ------
   68356 Ggr.
      12
   ------
  136720
  68356
   ------         12              24
5) 820280 Pf. | 164056 Pf.  | 13671 Ggr. | 569 Rthlr.
   5....      | 12....      | 120..      |
   ---          ---           ---
   32....         44...        167.
   30....         36...        144.
   ---            ---          ---
    20...          80..         231
    20...          72..         216
    ---            ---          ---
     28.            85.          15 Ggr.
     25.            84.
     ---            ---
      30             16
      30             12
      ---            ---
                      4 Pf.
```

Man brachte nämlich die gegebenen verschiedenen Sorten unter einerlei Benennung,

und machte, wie hier, die Thaler zu Groschen und diese zu Pfennigen, dividirte dann die erhaltene niederste Sorte durch die Theilungszahl, und da folglich der Quotient ebenfalls Einheiten der niedersten Sorte enthielt, so mufsten dann, wie in dem angeführten Beispiele geschehen, die niedern Sorten durch die Division wieder in die höhern reduzirt werden.

Allein auf eine weit kürzere und bequemere Art dividirt man gleich mit der Theilungszahl in die höhere Sorte, verwandelt den Rest in die nächst niedere, und setzt die Division bis zur geringsten Sorte fort. Eine kürzere Berechnung der obigen Aufgabe ist nun diese:

5 : 2848 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf.
3 1

569 Rthlr. 15 Ggr. 4 Pf.

Wenn sich 5 in 2848 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf. theilen sollen, so bekommt folglich jeder den fünften Theil. Um diesen zu finden, dividirt man mit der Theilungszahl 5 zuerst in die 2848 Rthlr., der Quotient ist 569 Rthlr., so viel erhält nämlich ein jeder der 5 Erben von den Thalern. Da nun noch 3 Rthlr. übrig bleiben, die ebenfalls getheilt werden müssen, so verwechseln wir dieselben in Groschen (72 Ggr.), und nehmen gleich die obigen 4 Ggr. dazu. Die zu theilende Summe der Groschen ist also 76, durch 5 dividirt, kommen 15 Ggr., und es bleibt noch 1 Ggr. übrig, welcher 12 Pf. beträgt, hierzu die obigen 8 Pf., so sind noch 20 Pf. unter 5 zu theilen, wovon folglich jeder noch 4 Pf. erhält.

Ein anderes Beispiel.

Wenn sich 4 Kaufleute in Leipzig in 235

Zentner 9 Pfund Zucker theilen wollen, wie viel wird der Antheil eines Jeden betragen? Antw. 58 Zentn. 84 Pfd. 24 Lth.

4 : 235 Zentn. 9 Pfd.
3 3

58 Zentn. 84 Pfd. 24 Lth.

Jeder von diesen 4 Kaufleuten muſs, bei gleicher Theilung, den 4ten Theil der Waare erhalten. Der 4te Theil von 235 Zentn. beträgt 58 Zentn. und es bleiben noch 3 Zentner zu theilen übrig. Dieser Rest (3 Zentn.) wird in Pfunde verwandelt, und die noch überdies zu theilenden 9 Pfd. werden dazu addirt. Der 4te Theil von den nun auch zu theilenden 339 Pfd. beträgt 84 Pfd. und es bleiben noch 3 Pfd. zu theilen übrig. Diese 3 Pfd. machen 96 Lothe, wovon jeder noch den 4ten Theil, nämlich 24 Lothe, erhält. Folglich beträgt der Antheil eines jeden: 58 Zentn. 84 Pfd. 24 Lth.

§. 87.

Die hier folgenden und zugleich berechneten Divisionsaufgaben wird ein Jeder, der das Obige richtig verstanden, und den 38. bis 51. §. des fünften Abschnittes wiederholt hat, ohne beigefügte Erklärung selbst nachrechnen können.

Ex. 1) Ein Dutzend moderne Stühle kosten 14 Rthlr. 8 Ggr., wie theuer kommt 1 Stück?

12 : 14 Rthlr. 8 Ggr.
2 8

1 Rthlr. 4 Ggr. 8 Pf.

Ex. 2) 72 Paar Schuhe kosten 88 Rthlr. 18 Ggr., was kostet 1 Paar?

72 : 88 Rthlr. 18 Ggr.
8 × 9 8) 2
11 - 2 - 3 -
9) 2 5
1 Rthlr. 5 Ggr. 7 Pf.

Ex. 3) 16 Personen verzehren von Nürnberg bis nach Wien 131 fl. 20 Kreuzer; wie viel kommt auf Jeden?

16 : 131 fl. 20 Kr.
3
8 fl. 12 Kr. 2 Pf.

Ex. 4) 54 engl. Yards feines Tuch kosten in Manchester 47 Pfund 14 Schill. Sterl., wie theuer kommt 1 Yard?

54 : 47 L. 14 S. — -
6 × 9 9) 2
5 - 6 - — -
6) 4
— - 17 S. 8 D.

Ex. 5) Wenn man in Danzig die Last Weizen (oder 60 Scheffel) für 405 fl. 18 Gr. kauft, wie theuer kommt 1 Scheffel?

60 : 405 fl. 18 Gr.
6 × 10 6) 3
67 - 18 -
10) 7 8
6 fl. 22 Gr. $14\frac{4}{10}$ Pf.

§. 88.

Mit Plus und Minus aber kann man (§. 50.) *ohne große Mühe und vielen Zeitverlust nicht* dividiren. Kommen daher solche ungeschickte Divisoren vor, welche sich nicht ohne Rest zerfällen lassen, so thut man stets am besten, wenn man mit dem ganzen Divisor zuerst

in die höchste Sorte des gegebenen Dividenden dividirt; bleibt etwas übrig, so wird es in die nächst niedere Sorte verwandelt, das dazu gehörige addirt, und aufs neue dividirt u. s. w., wie folgende Beispiele zeigen.

Ex. 1) Wie hoch kommt in Triest der Zentner smyrnaische Feigen zu stehen, wenn 31 Zentn. für 511 fl. 30 Xr. eingekauft werden? Antw. 16 fl. 30 Xr.

```
31 : 511 fl. 30 Xr.
     31         | 16 fl.
     ---
     201
     186
     ---
      15
      60          |
     ---          |
31 : 930 Xr.      | 30 Xr.
     93
     ---
      0
```

Ex. 2) Wenn in Königsberg 59 Stein Stockfische für 787 fl. 20 Gr. verkauft werden, wie theuer kommt 1 Stein?

```
59 : 787 fl. 20 Gr.
     59         | 13 fl.
     ---
     197
     177
     ---
      20
      30
     ---
59 : 620        | 10 Gr.
     59
     ---
      30
      18
     ---
59 : 540        | 9 9/59 Pf.
     531
     ---
       9
```

1 Stein kostet 13 fl. 10 Gr. $9\frac{9}{59}$ Pf.

Ex. 3) 143 Pfd. Muskatnüsse kosteten in Amsterdam 1416 fl. 18 Stüver, wie hoch kommt 1 Pfd.

```
143 : 1416 fl. 18 Stüv.
      1287    | 9 fl.
      ----
       129
        20
      ----
143 : 2598 Stv. | 18 Stüv.
      143
      ----
      1168
      1144
      ----
        24
          (16
      ----
143 : 384 Pf.   | 2 98/143 Pf.
      286
      ----
       98
```

1 Pfd. kommt 9 fl. 18 Stüv. $2\frac{98}{143}$ Pf.

§. 89.

Endlich muſs ich noch einer, aber seltner vorkommenden Art Divisionsaufgaben erwähnen, wo nämlich nicht nur der Dividend, sondern auch der Divisor aus verschiedenen Sorten besteht. Sollte z. B. ausgerechnet werden, wie oft 25 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf. in 409 Rthlr. 2 Ggr. 8 Pf. enthalten wären, so könnte man dies zwar auch durch eine wiederholte Subtraction finden; kürzer aber wird die Berechnung in diesem Falle, wenn man sowohl dem Dividenden, als auch dem Divisor einerlei Benennung gibt, d. h. beide in Pfennige verwandelt, und dann erst die Division verrichtet, nämlich:

```
25 Rthlr. 13 Ggr. 8 Pf.  :  409 Rthlr. 2 Ggr. 8 Pf.
———(24                      ———— 24
 613 Ggr.                    9818 Ggr.
———(12                      ———(12
7364 Pf.                    1.178.24 Pf.
                             7364. | 16 mal.
                            ———————|
                             44184 |
                             44184
                            ———————
```

Hierbei ist zu bemerken, daſs in diesem Falle, wenn sowohl der Divisor, als auch der Dividend benannte Zahlen sind, der Quotient dann unbenannt ist, oder seine Benennung durch die Nebenbestimmungen der Aufgabe erhält.

Gesetzt Herr v. W. in Höchst habe 572 Ohm Wein auf dem Lager, und es würden bei demselben gewöhnlich 70 Ohm 16 Viertel verlangt, wie oft könnten diese geliefert werden?

```
70 Ohm 16 Viert. : 572 Ohm.
     20                 20
  ——————            ——————
  1416 Vrtl.        1144.0 | Vrtl.
                    11328  | 8 mal + 112/1416.
                   ————————
                      112
```

Antw. 8 mal, und es würden noch 112 Viertel oder 5 Ohm und 12 Vrtl. übrig bleiben.

Anmerkung. Wie man die Probe auf die Division mache, ist oben §. 55. bereits gezeigt worden, und wird auf ungleichbenannte Zahlen leicht anzuwenden seyn.

§. 90.

Uebungsbeispiele.

1) 4 Pferde kosten 100 Friedrichsd'or, wie viel kostet eins?
2) 3 Kaufleute theilen sich in 81 Zentn. 18 Pfd. Kaffee, wie viel beträgt der Antheil eines Jeden?

3) 5 Dutzend Taschentücher werden für 30 Rthlr. 20 Ggr. eingekauft, wie hoch kommt 1 Dutzend?

4) Wenn 12 Stück Taschentücher 6 Rthlr. 4 Ggr. kosten, was kommt 1 Stück?

5) 12 Stück Kattun kommen 147 Rthlr., was k. 1 Stück?

6) 80 Ellen rother Kasimir kosten 133 Rthlr. 8 Ggr., was kostet 1 Elle?

7) 3 Zent. englischer Pfeffer kosten 145 Rthlr., was kostet 1 Zentn.?

8) 15 Stück Dukaten gelten 45 Rthlr. 20 Ggr., was gilt 1 Stück?

9) 40 Stück Friedrichsd'or gelten 219 Rthlr., was gilt 1 Stück?

10) 300 Mark hamb. Banko gelten 148 Rthlr. 12 Ggr., was gilt 1 Mark?

Danzig.

11) 1 Last von 60 Scheffel Weizen kostet 500 fl., was kommt 1 Scheffel?

12) 1 Zentn. v. 110 Pfd. Salpeter k. 103 fl. 15 Gr., w. k. 1 Pfd?
13) 1 — v. 110 - Krapp - 137 - — - — 1 —
14) 1 Stein v. 22 - Anies - 18 - 22 - — 1 —
15) 1 — v. 22 - Kümmel - 45 - — - — 1 —
16) 1 — v. 33 - Mandeln - 50 - 22 - — 1 —
17) 1 Zentn. v. 110 - engl. Zinn - 169 - — - — 1 —

Elbing.

18) 8 Stein Flachs k. 89 fl. 4 Gr., w. k. 1 Stein?
19) 16 — Wolle - 386 - 20 — — 1 —
20) 1 Stn. v. 33 Pfd. glb. Wachs 42 - — — — 1 Pfd.
21) 1 - v. 20 Pfd. Oel (weiſs) 38 - — — — 1 —

Hamburg.

22) 100 Pf. Fernambukholz k. 56 Mk. 4 Schl. w. k. 1 Pfd?
23) 1 Zentn. v. 112 Pfd. Hanföl - 46 — 8 — — 1 —
24) 1 — — — Leinöl - 49 — — — — 1 —
25) 1 — — — Rüböl - 53 — — — — 1 —
25) 100 Pfd. Mandeln - 125 — — — — 1 —

Königsberg.

27) 7 Zentner Blei k. 184 fl. 10 Gr. w. k. 1 Zentn?
28) 9 Stein Flachs - 121 - 15 — — 1 Stein?
29) 15 — Pfeffer - 627 - 15 — — 1 —
30) 18 Ton. Leinsaat - 297 - — — — 1 Ton.?

31) 1 St. v. 33 Pfd. rig. Flachs 13 fl. — — w. k. 1 Pfd?
32) 42 Stein Talg - 562 - 24 Gr. — 1 Stein?
33) 1 Lst. v. 12 T. Häringe - 83 Rth. — — — 1 Tonne?
34) 135 Pfd. Thee Boe - 303 — 22 Gr. 9 Pf. — 1 Pfd?

Lissabon.

35) 40 Arroben Kaffee k. 237000 Rees w. k. 1 Arrobe?
36) 51 — Zucker - 214914 — — 1 —
37) 49 Pfund Indigo - 41895 — — 1 Pfd.?
38) 84 — Baumwolle - 24780 — — 1 —

London.

39) 1 Znt. v. 112 Pfd. Kaffee, Java, k. 105 S. sterl., w. k 1 Pfd?
40) 1 — — — — Martin. - 115 — — 1 —
41) 100 Pfd. Muskatnüsse - 7 L. 16 S. 8 D. — 1 —
42) 25 — Gewürznägelein - 4 - 13 - 9 - — 1 —
43) 36 Zentn. Zucker, Melis, - 156 - 12 - — 1 Zent.?
44) 54 — Zucker, Lumpen - 172 - 16 - — 1 —

Magdeburg.

45) 12 Zentner Salpeter 511 Rthlr. 12 Ggr. w. k. 1 Zentn.?
46) 1 Znt. v. 110 Pfd. Pottasche 11 — 12 — — 1 Pfd?
47) 1 - — — Butter 28 — 16 — — 1 —
48) 1 Pfd. — — Seife 18 — 8 — — 1 Lth.

Marseille.

49) 159 Pfd. Indigo v. St. Domingo k. 1574 Fr. 10 Cent., was kostet 1 Pfd.?
50) 433 Pfd. Kaffee, Levant. k. 1558 Fr. 80 Cent., w. k. 1 Pfd?
51) 100 - Baumwolle - 265 - — — — 1 —
52) 100 - Wachs - 268 - — — — 1 —
53) 100 - Mandeln - 170 - — — — 1 —
54) 56 Zentn. Baumöl - 10640 - — — — 1 Znt.?
55) 72 — Gelbholz - 900 - — — — 1 —
56) 23 — schwarz. Pfeffer - 4503 - 40 — — 1 —
57) 7 — span. Wolle - 2348 - 50 — — 1 —

Nürnberg.

58) 66 Pfund Muskatnüsse k. 1287 fl. w. k. 1 Pfd.?
59) 1 Zentn. weifser Pfeffer - 130 - — 1 —
60) 7 — schwarz. Pfeffer - 764 - 45 Xr. — 1 Znt.?
61) 1 — Zucker, Melis - 82 - — — — 1 Pfd.?
62) 1 — Kandis, brauner - 75 - 30 — — 1 —
63) 10 — dito weifser - 882 - — — — 1 Znt.?

64) 1 Zentn. gelbes Wachs	k. 102 fl. — —		— 1 Pfd.	
65) 1 — weißes Wachs	- 142 - — —		— 1 —	
66) 25 Pfd. Thee Boe	- 31 - 15 —		— 1 —	
67) 15 — Thee, grüner,	- 31 - 15 —		— 1 —	

Petersburg.

68) 1 Pud Indigo (v. 40 Pfd.)	k. 220 Rub.		w. k. 1 Pfund?	
69) 1 — Zucker, raffin.	- 36 —		— 1 —	
70) 7 Pud Cochenille	- 3363 —	50 Kop.,	— 1 Pud?	
71) 1 Berkow. Talg (v. 400 Pfd.)	- 56 —	25 —	— 1 Pfd?	
72) 8 Pud Juchten	- 118 —	— —	— 1 Pud?	
73) 1 — Hausenblase	- 75 —	— —	— 1 Pfd?	
74) 1 — Schweinsborsten	- 19 —	50 —	— 1 —	
75) 12 — Rhabarber	- 990 —	— —	— 1 Pud?	
76) 1 — Muskatnüsse	- 325 —	— —	— 1 Pfd?	
77) 1 — Kaneel	- 104 —	— —	— 1 —	
78) 1000 Stück Hasenfelle	- 716 —	— —	— 1 Stück?	
79) 1 Berkw. Talg (v. 10 Pud)	- 53 —	45 —	— 1 Pud?	
80) 1 — Campechenholz	- 36 —	65 —	— 1 —	

§. 91.

Fleißigen Rechenschülern will ich nunmehr, zur Wiederholung und Anwendung des bisher Gelernten, noch einige Aufgaben zur Berechnung geben, in welchen die vier Rechnungsarten vorkommen. Sobald man den Sinn dieser Aufgaben richtig gefaßt hat, so wird die Berechnung ebenfalls leicht werden.

Ex. 1) Ein Pachter im schwäbischen Kreise hat eine Heerde Schafe von 6530 Stück, nämlich 3804 Schafe, 1760 Hammel und 966 Lämmer. Ein Schaf gibt 7 Pfund Wolle, ein Hammel 8 Pfd und ein Lamm 4 Pfd. Der Wollhändler kauft den Stein von 22 Pfd. für 16 Gulden 30 Kreuzer ($16\frac{1}{2}$ fl.). Wenn er nun die Zahlung in Karolin leisten soll, wie viel Stück Karolin à 11 fl. wird er hierzu nöthig haben?

Zuerst berechnet man den Betrag der Wolle, nämlich also:

3804 Schafe à 7 Pfd.		26628 Pfd.	
1760 Hammel à 8 -		14080 -	
966 Lämmer à 4 -		3864 -	
Sämmtlicher Ertrag der Wolle		44572 Pfd.	
dividirt durch 22 :		—57	2026 Stein.
		132	

Da nun der Stein Wolle 16 fl. 30 Xr. kostet, so betragen 2026 Stein 2026 mal 16 fl. und 2026 mal 30 Xr., nämlich:

	2026 × 30 Xr.		2026 × 16 fl.
	30		12156
6ø :	60780ø		32416
	1013 fl.	+	1013
			33429 fl.

Für die 2026 Stein Wolle à 16 fl. 30 Xr. würde demnach der Verkäufer 33429 fl. erhalten. Da aber der Käufer seine Zahlung in Karolin leisten muſs, und 11 fl. auf ein Karolin gerechnet werden, so geben endlich, die 33429 fl. durch 11 in Karolin reduzirt, 3039 Stück Karolin, als:

11 : 33429 fl.

3039 Karolin.

So viel Stück Karolin wird der Wollhändler geben müssen.

Ex. 2) Fünf Erben haben 32750 Rthlr. 18 Ggr. 9 Pf. theils an baarem Gelde, theils an ausstehenden Schulden zu theilen, müssen aber hiervon vorher noch bestreiten: a) die Begräbniſskosten 132 Rthlr. 19 Ggr. 8 Pf., b) für öffentliche Bekanntmachung des Todesfalles nebst Porto 8 Rthlr. 16 Ggr., c) als Vermächtniſs den 4 Schullehrern, jedem 100 Rthlr., d) zur Errichtung einer

Sonntagsschule für Handwerksbursche 500 Rthlr., e) zur Unterstützung der Armen im Städrchen 200 Rthlr. Nachdem sie dies Alles berichtigt haben, finden sie ferner zu theilen: 20 Eimer Rheinwein, wovon der Eimer zu 42 Rthlr. verkauft wird; 3 Zentner Zucker à 68 Rthlr., 560 Pfd. Kaffee à 15 Ggr. Die Grundstücke nehmen sie unter einander selbst an für 9658 Rthlr. 20 Ggr.; das Haus nimmt einer derselben an für 1527 Rthlr. und aus den öffentlich versteigerten Mobilien und Büchern lösen sie, nach Abzug der Unkosten, 2679 Rthlr. 19 Ggr. 9 Pf. Von den ausstehenden Schulden aber gehen verloren: bei K. 509 Rthlr. 18 Ggr., bei L. 718 Rthlr. 21 Ggr. 4 Pf., bei M. 1000 Rthlr. Es wird nun gefragt, wie viel jeder dieser 5 Erben erhalten habe?

Der natürlichste Weg, diese Aufgabe zu berechnen, ist folgender: Man bringe erst die ganze Erbschaftsmasse in eine Summe; hierauf summire man die verschiedenen Posten, welche davon abgehen, und ziehe dann diese von jener ab. Der Rest enthält das, was die Erben zu theilen haben, und wird folglich durch 5, als der Anzahl der Theilenden, dividirt. Der Antheil eines jeden beträgt dann 8908 Rthlr. 1 Ggr. 6 Pf. wie folgende Berechnung zeigt:

Die Erben haben zu theilen

an baarem Gelde u. austehenden Capitalien	Rthlr.	32750 -	18 Ggr.	9 Pf.
20 Eim. Rheinwein à 42 Rthlr. . .		840 -	— —	— —
3 Zentner Zucker à 68 Rthlr. . . .		204 -	— —	— —
560 Pfd. Kaffee à 15 Ggr.		350 -	— —	— —
an Grundstücken		9658 -	20 —	— —
die Verkaufsumme des Hauses . . .		1527 -	— —	— —
an Mobilien und Büchern		2679 -	19 —	9 —
		2	1	
Summe	Rthlr.	48010 -	10 Ggr.	6 Pf.

Transp.	Rthlr. 48010	- 10 Ggr.	6 Pf.	
Hiervon aber gehen ab:				
a) Begräbnifsunkost.	Rthlr. 132	- 19 Ggr.	8 Pf.	
b) öffentl. Bekanntmach.	8	- 16	—	—
c) 4 Schullehr. à 100 Rthl.	400	- —	—	—
d) zur Sonntagsschule .	500	- —	—	—
e) den Armen	200	- —	—	—
f) Verlust bei K. . . .	509	- 18	—	—
g) — — L. . . .	718	- 21	—	4 —
h) — — M. . . .	1000	- —	—	—
	3	1		
Summe des Abzugs . .	3470	- 3	—	—
Die 5 Erben haben zu theilen	Rthlr. 44540	- 7	—	6 —
	5)			
Folglich erhält Jeder	Rthlr. 8908	- 1 Ggr.	6 Pf.	

Ex. 3) 6 hamburger Kaufleute führen einen gemeinschaftlichen Handel. Zu Ende des Jahres gehen deren zwei davon ab, um eine eigne Handlung zu etabliren. Die Handlungsbücher werden durchgegangen, und es findet sich folgender Stand der Handlung: 1) An baarem Gelde, laut Cassabuch, 19760 Mk. 14 Schill. 2) An Waaren, als: 4 Ballen smyrnische Baumwolle, netto 12 Zentner à 120 Mk., 4680 Pfd. ff. Martinique-Kaffee à 14 Schill., 20 Zentner Zucker à 150 Mk., 6 Zentner engl. Pfeffer à 115 Mk., 200 Pfd. Cochenille à 12 Mk. 8 Schill., 44 Zentner Blauholz à 13 Mk. 12 Schill., 32 Zentner Gelbholz à 11 Mk. 10 Schill. 3) An guten Debitoren, als: an *Ferd. Klug* in Hamburg 11406 Mk. 8 Schill., an *Heinr. Freund* in Lübeck 8750 Mk. 12 Schl. 6 Pf., an *C. Leroux* in Lion 5049 Mk. 11 Schill. 6 Pf., an *Peter den Hengst* in Amsterdam 15400 Mk., an *F. Seyfferth* in Gotha 6080 Mk. 12 Schill., an *Ludw. Hiller* in Leipzig 17034 Mk. 6 Schill. 4) Der Werth aller Vasen und Handlungspertinenzien

beträgt, laut Inventarium, 4546 Mk. 12 Schill. Dagegen finden sich folgende Creditoren oder Gläubiger, nämlich *S. v. Witzleben* in Triest mit 13416 Mk. 4 Schill., *Eduard Govett* in London mit 19400 Mk., *J. Debure* in Marseille mit 8390 Mk. 12 Schill. Wie viel werden nun die beiden abgehenden von den übrigen ausgezahlt erhalten?

Berechnung.

1) An baarem Gelde		Mk. 19760 - 14 - — -
2) An Waaren, als:		
12 Znt. Baumw. à 120 Mk.	Mk. 1440 - — - — -	
4680 Pfd. Mrt. Kaffee à 14 Schl.	4095 - — - — -	
20 Zentn. Zucker à 150 Mk.	3000 - — - — -	
6 Zentn. engl. Pfeffer à 115 Mk.	690 - — - — -	
200 Pfd. Cochenille à 12 M. 8 S.	2500 - — - — -	
44 Zentn. Blauholz à 13 M. 12 S.	605 - — - — -	
32 — Gelbholz à 11 M. 10 S.	372 - — - — -	
		- 12702 - — - — -
3) An guten Debitoren		
F. Klug in H. . . .	Mk. 11406 - 8 - — -	
H. Freund in Lübeck .	8750 - 12 - 6 -	
C. Leroux in Lion . . .	5049 - 11 - 6 -	
P. d. Hengst in A.	15400 - — - — -	
F. Seyfferth in G.	6080 - 12 - — -	
L. Hiller in L.	17034 - 6 - — -	
		- 63722 - 2 - — -
4) An Vasen u. Handlungspert.		4546 - 12 - — -
	Summe Mk.	100731 - 12 - — -
Hiervon gehen ab die Forderungen folg. Creditoren:		
S. v. Witzleben in Triest	Mk. 13416 - 4 Sch.	
E. Govett in London . .	19400 - — -	
J. Debure in Marseille .	8390 - 12 -	
Summe der Credit.		41207 - — - — -
	Bleibt zu theilen Mk.	59524 - 12 - — -

In der Aufgabe wurde zu wissen verlangt, wie viel die beiden abgehenden Compagnons von

den übrigen herausbekommen würden? Dies findet man nun durch die Division mit 3, weil die bemeldeten beiden den dritten Theil der Gesellschaft ausmachen, und ihnen folglich auch, bei gleicher Vertheilung, der dritte Theil der obigen Summe gehört. Sie erhalten also:

3 : 59524 Mk. 12 Schill.

19841 Mk. 9 Schill. 4 Pf.

§. 92.

Vermischte Uebungsbeispiele

über die vier Rechnungsarten mit gleich- und ungleichbenannten Zahlen.

1) 1680 Silbergroschen in Breslau, wie viel sind es Thaler?

2) 9436 Rthlr. 15 Ggr. 6 Pf. in Magdeburg, wie viel sind es Pfennige?

3) 153 Rthlr. 17 Ggr. 10 Pf. in Stettin, wie viel sind es Pfennige?

4) 147225 Ggr. in Stettin, wie viel sind es Thaler u. Ggr.?

5) 4879 Mk. 12 Schill. in Hamburg, wie viel sind es Schillinge?

6) 337568 Schill. lüb. in Hamburg, wie viel sind es Mark?

7) 337568 Schill. lüb. daselbst, wie viel sind es Thaler?

8) 100 Pfund Mandeln in Bremen k. 14 Rthlr. 36 Groot, was kostet 1 Pfd.?

9) Was betragen 49 Friedrichsd'or in Königsberg à 16 fl. 20 Gr.?

10) 18 Friedr.d'or wurden daselbst angenommen für 304 fl. 6 Gr., wie wurde ein Stück gerechnet?

11) *Weisker* in Schleiz hatte folgende Posten ausstehen: bei A. 124 Rthlr., bei B. 75 Rthlr., bei C. 39 Rthlr., bei D. 47 Rthlr., bei E. 219 Rthlr., bei F. 116 Rthlr. Wie viel ist die Summe, nach Abzug von 75 Rthlr., welche F. eben bezahlt hat?

12) Ein Vater schenkte seinen beiden Söhnen den Profit von einer verkauften Waare, jedem zur Hälfte. *Julius* kaufte sich für sein erhaltenes Geld 1) für 3 Rthlr. 8 Ggr. Bücher, 2) für 16 Ggr. Farben, 3) für 6 Ggr. 8 Pf. Bleifedern und Pinsel, 4) für 5 Ggr. 4 Pf. Papier, und 4 Rthlr. 12 Ggr. legte er in die Sparbüchse. *Egon* aber verwahrte Alles in der Sparbüchse. Wie viel betrug der Profit, den der Vater gemacht hatte?

13) Um wie viel ist 6 mal 18 Rthlr. 12 Ggr. 6 Pf. von 18 mal 6 Rthlr. 12 Ggr. 6 Pf. unterschieden?

14) *Jac. Schlegel* in Kopenhagen hatte bei einem Schuldner zu fordern 539 Rthlr. 4 Mk. 4 Schill. und erhielt darauf 249 Rthlr. 4 Mk. 12 Schill., wie viel betrug die Forderung noch?

15) Wie viel betragen 88 venet. Zechini in Venedig à 22 Lire?

16) Wie viel betragen daselbst 157 dänische Speciesducaten à 21 Lire?

17) Wie viel betragen 36 Souverainsd'or in Prag à 13 fl. 20 Xr.

18) Wie viel betragen 133 Speciesduc. in Botzen à 4 fl. 40 Xr.?

19) 100 Pfd. levant. Kaffee in Triest kosten 217 fl. 30 Xr.; was k. 1 Pfd.?

20) 100 Pfd. engl. Alaun kosten in Bremen 7 Rthlr. 36 Pf.; was k. 1 Pfd.?

21) 1 Gross (od. 12 Duzend) Tabakspfeifen in

Berlin kostet 3 Rthlr. 16 Ggr., was kommt à (1 Dutzend? u. b) 1 Stück?

22) Was betragen 15 Last Gerste in Danzig à 266 fl.?

23) Was betragen 39 Pud Hausenblase in Petersburg à 78 Rub.

24) Was betragen 61 Pud Juchten in Petersburg à 18 Rubel?

25) 6772 fl. 30 Xr. in Nürnberg, wie viel sind es Kreuzer?

26) 38965 Xr. daselbst, wie viel sind es fl. u. Xr?

27) Von 130 Pfd. Indigo werden verkauft 87 Pfd. 24 Lth. 2 Qt., wie viel bleibt übrig?

28) Von 2648 Pfd. Kaffee werden verkauft 687 Pfd. + 596 Pfd. + 198 Pfd., wie viel bleibt noch vorräthig?

29) Wenn *Perrin* in G. den 23. Junius 1804 40 Jahre alt wird, wann ist derselbe geboren?

30) *Minchen* H. ist geboren den 26. November 1794, wie alt ist sie den 18. Mai 1812?

31) 1093 Rthlr. 28 Mgr. in Braunschweig, wie viel sind es Pfennige?

32) 876 Rthlr. 18 Ggr. 9 Pf. daselbst, wie viel sind es Pfennige?

33) 246804 Pf. daselbst, wie viel sind es Rthlr., Ggr. u. Pf.?

34) 1357986 Groot in Bremen, wie viel sind es Rthlr.?

35) 187 Rthlr. 31 Groot 3 Schwar daselbst, wie viel sind es Schwar?

36) Wie viel betragen in Berlin 10 Friedr.d'or à 5 Rthlr. 15 Ggr., 7 dito à 5 Rthlr. 12 Ggr. und 3 dito à 5 Rthlr. 11 Ggr.?

37) Wie viel betragen in Nürnberg 64 Karolinen à 11 fl. 25 Xr., 48 Maxd'or à 7 fl. 35 Xr., 10 Goldgulden à 3 fl. 48 Xr.?

38) 100 Pfd. Mandeln kosten in Hamb. 58 Mk. 8 Schill., was 1 Pfd.?

39) 1 Zentner Salpeter (v. 110 Pfd.) in Magdeburg kostet 45 Rthlr. 15 Ggr., was 1 Pfd.?

40) 100 Pfd. Anies k. in Amsterdam 66 fl. 10 Stüver, wie theuer kommen 24 mal so viel?

41) 375900 Pf. holl. in Amsterd.? wie viel sind es fl.?

42) 474 fl. daselbst, wie viel sind es Pfund flämisch (Lfls)?

43) Wie viel betragen in Stettin 60 Anker Medok à 67 Rthlr. 12 Ggr?

44) Wie viel betragen in Stettin 80 Anker Franzwein à 68 Rthlr. 12 Ggr?

45) Wie viel betragen in Stettin 72 Ohm Moseler-Wein à 22 Rthlr. 9 Ggr.?

46) 1 Stein Wolle (v. 33 Pfd.) in Königsberg kostet 26 fl. 15 Gr., was 1 Pfd.?

47) 1 Stein Stockfische daselbst k. 13 fl. 10 Gr. 9 Pf., was kommen 6 Schpfd. oder 60 Stein?

48) 375920 Xr. in Ansbach, wie viel sind es Gulden?

49) 879 fl. preuſs. in Breslau, wie viel sind es Denaren?

50) 182 Lfls. (Pfund flämisch) in Amsterdam, wie viel sind es holl. Gulden?

51) 54368 Schl. fls. daselbst, wie viel sind es holl. fl.?

52) 54368 Schill. fls. in Hamburg, wie viel sind es Mark?

53) 1985 Pfd. Martin. Kaffee daselbst à 14 Schill., wie viel beträgt es?

54) 1 Pfd. Karmin kostet in Berlin 86 Rthlr., was 1 Loth?

55) Was kosten in Paris 740 Pfd. Mandeln à 170 Centimes?

56) 100 Pfd. franz. Wolle kosten daselbst 480 Fr., was 1 Pfd.?

57) 100 Pfd. spanische dito kosten daselbst 675 Fr., was 1 Pfd.?

58) 100 Pfd. Baumwolle kosten in Marseille 175 Fr., was 1 Pfd.?

59) Was kosten 8 Faſs Bourdeaux-Wein in Amsterdam à 81 Lfls.?

60) Ein hamburger Kaufmann hat an baarem Gelde vorräthig: 780 Speciesducaten à 7 Mk. 14 Schill., 150 dito à 7 Mk. 12 Schill., 75 dito à 7 Mk. 13 Schill. 6 Pf., 139 alte Louisd'or à 13 Mk. 9 Schill. 6 Pf., 254 vollwichtige dito à 12 Mk. 14 Schill. 9 Pf. und 1869 Mk. 12 Schill. Wie viel beträgt es zusammen?

61) 1 Stein Prov. Oel (v. 24 Pfd.) kostet in Breslau 9 Rthlr., was 1 Pfd.?

62) 1 Loth Karmin kostet in Berlin 3 Rthlr. 9 Ggr., was 1 Pfd.?

63) 70590 Ferdinge in Riga, wie viel sind es Thaler Current?

64) 2589 Pfd. Tabak in Amsterdam à 8 Stüver, was betragen sie?

65) 10 Pud (oder 1 Berkowitz) Flachs in Petersburg k. 77 Rub. 50 Kop., was k. 1 Pud?

66) 113 portug. Pistolen in London à 18 Schill. Sterl., wie viel betragen sie?

67) 1 Zentn. (von 112 Pfd.) Elephantenzähne daselbst k. 16 L. 10 S., was 1 Pfd.?

68) Wie viel betragen folgende Goldmünzen in Frankfurt am Main: 45 Goldgulden à 3 fl. 51 Xr., 78 Maxd'or à 7 fl. 43 Xr., 44 Karolinen à 11 fl. 40 Xr., 128 Speciesducaten à 5 fl. 24 Xr., 81 franz. Schildlouisd'or à 11 fl. 16 Xr.?

69) Ein Kaufmann in Cassel nimmt folgende

Goldmünzen an: 120 alte Louisd'or à 5 Rthlr. 3 Albus, 90 franz. Schildlouisd'or à 6 Rthlr. 5 Alb., 64 Karolinen à 6 Rthlr. 7 Alb., 80 Max-d'or à 4 Rthlr. 17 Alb., wie viel beträgt es zusammen?

70) Wie viel betragen in Venedig: 183 venet. Zechini à 22 Lire, 100 detti, Milan, à 21 Lire 2 Soldi; 144 teutsche Speciesduc. à 21 Lire 2 Soldi; 64 kaiserl Souverainsd'or à 62 Lire 6 Soldi; 130 franz. alte Louisd'or à 37 Lire 11 Soldi; 63 franz. Schildlouisd'or, ältere, à 41 Lire 15 Soldi; 90 detti, neuere, à 41 Lire 18 Soldi; 192 franz. Laubthaler à 11 Lire 5 Soldi und 406 teutsche Convent. Speciesthaler à 10 Lire?

Zehnter Abschnitt.

Von den vier Rechnungsarten mit Brüchen.

§. 93. a)

Nutzen der Bruchrechnung.

Eine gründliche Kenntniſs der Bruchrechnung ist ein überaus gutes Hülfsmittel zur leichten und schnellen Berechnung sehr vieler Rechnungsaufgaben. Der practische Rechner verwandelt überall, wo es mit Vortheil geschehen kann, die in der Aufgabe vorgetragenen ganzen Zahlen in Bruchtheile der höhern Sorte, z. B.

die Groschen in Theile vom Thaler, die Kreuzer in Theile vom Gulden, die Pfunde in Theile vom Zentner u. s. w. Selbst der Landmann hat die damit verbundenen Vortheile schon längst eingesehen, und rechnet, durch Hülfe der ihm bekannten Bruchtheile höherer Sorten, manche Aufgabe eben so schnell im Kopfe aus, als öfters der geübteste Rechner auf der Tafel nicht im Stande ist.

Hätte unser teutsches Münz-, Maas- und Gewichtssystem eine eben so vortheilhafte Eintheilung als das französische, so würden wir die gemeine Bruchrechnung beinahe ganz entbehren können. So lange dies aber nicht geschieht, ist es durchaus nöthig, sich mit derselben genau bekannt zu machen, und sich vornämlich von den Gründen des Verfahrens eine deutliche Ueberzeugung zu verschaffen.

§. 93. b)

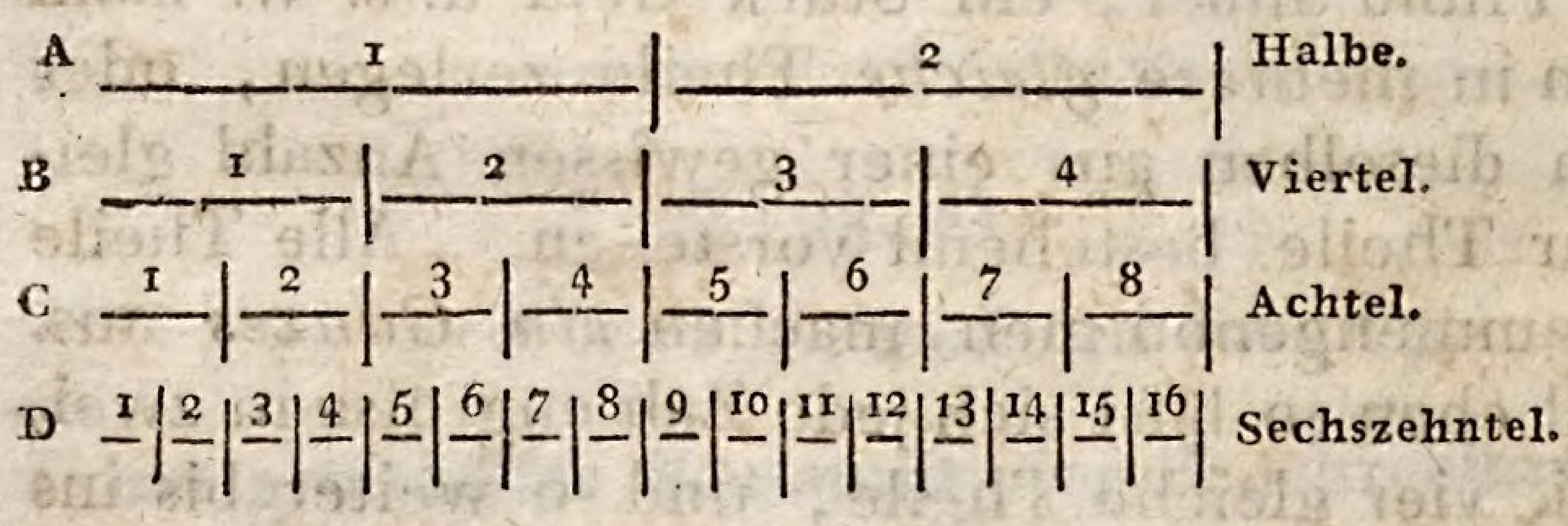
Entstehung der Brüche.

Jede körperliche Gröſse, z. B. einen Apfel, ein Pfund Silber, ein Stück Geld u. s. w. kann man in mehrere *gleiche* Theile zerlegen, oder sich dieselben aus einer gewissen Anzahl gleicher Theile bestehend vorstellen. Alle Theile zusammengenommen machen *ein Ganzes* aus. Und eben so läſst sich jede Zahlengröſse in zwei, drei, vier gleiche Theile, und so weiter bis ins Unendliche, eintheilen. Dadurch entstehen also gleichsam lauter Bruchstücke eines Ganzen, gröſsere oder kleinere, je nachdem das Ganze in wenigere eder mehrere Theile getheilt worden. Sondert man von allen den Theilen, die ein Ganzes ausmachen, einen oder einige ab,

so hat man nicht mehr die ganze Zahl, oder das Ganze selbst, sondern nur ein oder einige Bruchstücke oder Theile desselben. Diese Theile nennt man in der arithmetischen Kunstsprache *Brüche*, oder gebrochene Zahlen. Ein Bruch ist daher eine Gröſse, welche einen oder mehrere gleiche Theile einer Einheit anzeigt.

Ein Bruch entsteht also, wenn ein Ganzes in gleiche Theile getheilt, und eine gewisse Anzahl solcher Theile bestimmt angegeben wird. Wenn ich einen Apfel mitten durch zerschneide, so erhalte ich zwei gleiche Theile, und jeder dieser Theile heiſst ein Halbes. Beide zusammen machen wieder den ganzen Apfel aus. Zerschneide ich den Apfel in vier gleiche Theile, so wird jeder Theil desselben ein Viertel genannt.

Kleiner und immer kleiner werden die Theile, oder die Bruchstücke eines Ganzen, in eben dem Grade, in welchem die Anzahl der Theile sich vergröſsert, worein dasselbe eingetheilt wird, welches aus folgenden vier Linien A B C D deutlich zu ersehen ist:



A ist nur in zwei, B in vier, C in acht, D hingegen in sechszehn gleiche Theile getheilt. Der Augenschein lehrt, daſs in der Linie D, welche in 16 gleiche Theile getheilt worden, die kleinsten Theile enthalten sind. Ein jeder einzelne dieser 16 Theile heiſst ein *Sechszehn-*

tel, und zwei solcher Theile betragen eben nicht mehr, als in der Linie C ein Theil, welcher ein *Achtel* genannt wird. Hiernach gehen auf die Hälfte eines Ganzen 2 Viertel, oder 4 Achtel, oder 8 Sechszehntel. 12 Sechszehntel = 6 Achtel = 3 Viertel. 14 Sechszehntel = 7 Achtel u. s. w.

Anmerkung. Die Endsylbe *tel* ist das abgekürzte Wort Theil; endigt sich aber das Zahlwort auf ein g, z. B. zwanzig, funfzig, so fügt man demselben gewöhnlich die Sylbe *stel* bei, und sagt Zwanzigstel, Funfzigstel.

§. 94.

Vom Nenner und Zähler.

Kunstmäfsig und der Kürze wegen wird in der Zahlenschrift der Name, welcher anzeigt, in wie viel Theile das Ganze getheilt worden, (der *Nenner*) eben so gut durch eine Ziffer angedeutet, wie der *Zähler*, welcher die Theile, die aus dem Ganzen hieher gehören, bestimmt angibt. 7 Sechszehntel schreibt man daher $\frac{7}{16}$; $\frac{3}{8}$ wird gelesen 3 Achtel; $\frac{1}{4}$ heifst ein Viertel. Die Zahl unter dem Striche, oder der *Nenner* zeigt also an, in wie viel Theile das Ganze getheilt worden; die Zahl über dem Striche aber, oder der *Zähler* gibt bestimmt an, wie viel Theile, wie viel Viertel, Achtel, Sechszehntel u. s. w. hieher gehören, oder zu berechnen sind. Der Nenner ist immer nur als eine der Zahl beigefügte Benennung zu betrachten, und wird deswegen eben so wenig addirt, subtrahirt, multiplizirt und dividirt, als die Benennungen Thaler, Gulden, Zentner, Pfunde u. s. w. Der Bruch $\frac{3}{4}$ Rthlr. zeigt den vierten Theil

eines Thalers dreimal genommen an. $\frac{5}{8}$ Zentn. bedeutet den achten Theil eines Zentners 5 mal genommen, oder daſs von einem Zentner, welcher in acht gleiche Theile getheilt worden, deren 5 hieher gehören oder zu berechnen sind.

Die Bezeichnung der Brüche ist einerlei mit der Bezeichnungsart der Division (§. 38), und dies gründet sich darauf: weil jeder Bruch als ein Quotient, dessen Dividend der Zähler, und dessen Divisor der Nenner ist, angesehen werden kann. Solche Brüche entstehen, wie man sich noch aus der Division mit gleichbenannten Zahlen (§. 41) erinnern wird, aus den Resten, welche bei der Division zuletzt übrig bleiben, und wo man diesen Rest dem Quotienten als Bruch anhängt.

§. 95.

Man theilt die Brüche:

1) in *ächte* und *unächte;*

2) in *reine* und *gemischte;*

3) in *einfache* und *zusammengesetzte.*

Ein Bruch, dessen Zähler kleiner ist, als der Nenner, ist ein *ächter Bruch*, z. B. $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{9}{16}$; $\frac{5}{24}$; $\frac{31}{32}$.

Ein Bruch, dessen Zähler gröſser ist, als der Nenner, ist ein *unächter Bruch*, weil er in diesem Falle ein Ganzes oder wohl mehrere Ganze enthält, z. B. $\frac{7}{4}$; $\frac{11}{6}$; $\frac{15}{4}$; $\frac{25}{8}$; $\frac{97}{24}$. Wenn ich mir das Ganze aus so vielen Theilen bestehend denke, als deren der Nenner anzeigt, der Zähler aber mehr solcher Theile enthält, so beträgt er folglich auch mehr als ein Ganzes. Sind Zähler und Nenner einander gleich, so enthält der Bruch gerade ein Ganzes, z. B. $\frac{2}{2}$; $\frac{3}{3}$; $\frac{4}{4}$;

$\frac{8}{8}$; $\frac{12}{12}$; $\frac{16}{16}$; $\frac{32}{32}$. Sind aber im Zähler mehr Theile, als der Nenner anzeigt, und will man wissen, wie viel Ganze ein solcher unächter Bruch enthalte, so *dividirt man den Zähler durch den Nenner.* So oft nun letzterer im ersten enthalten ist, so viel sind auch Ganze darin; z. B. $\frac{25}{8}$, hier ist der Nenner 8 in dem Zähler 25 drei und $\frac{1}{8}$ mal enthalten, folglich beträgt der Bruch 3 Ganze und $\frac{1}{8}$. Ein solcher Bruch deutet immer auf eine noch unvollendete Division hin, der Zähler 25 ist der Dividend, und der Nenner 8 der Divisor, der Quotient beträgt daher $3\frac{1}{8}$.

Ein *reiner Bruch* ist ein jeder Bruch, der keine ganze Zahl neben sich hat; ein *gemischter Bruch* aber besteht aus einer ganzen Zahl und einem Bruche; z. B. $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{12}$; $\frac{11}{24}$ sind reine Brüche; $1\frac{3}{4}$; $4\frac{5}{8}$; $7\frac{11}{12}$; $96\frac{7}{16}$ sind gemischte Brüche. (Wie gemischte Brüche eingerichtet werden, s. §. 10).

Ein *einfacher Bruch* hat nur einen Zähler und einen Nenner, z. B. $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{11}{16}$; $\frac{7}{4}$; $\frac{11}{3}$ u. s. w.

Ein *doppelter* oder *zusammengesetzter Bruch* hat dem Scheine nach 2 Nenner, als: $\frac{\frac{1}{2}}{4}$, $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$; $\frac{3\frac{1}{2}}{8}$ wo im ersten und zweiten Beispiel $\frac{1}{2}$ der Zähler, und 4 im ersten und $\frac{3}{4}$ im zweiten Beispiele der Nenner ist. Bei $\frac{3\frac{1}{2}}{8}$ ist $3\frac{1}{2}$ der Zähler und 8 der Nenner. Dieser, der Nenner nämlich, zeigt auch hier die Anzahl der gleichen Theile an, welche zusammen die Einheit ausmachen; der Zähler aber zeigt an, wie viel solcher Theile zu berechnen sind Einen zusammengesetzten Bruch kann man leicht in einen einfachen verwandeln, wenn man die beiden

Nenner multiplizirt und den Zähler unverändert läſst; so ist $\frac{\frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{8}$; $\frac{\frac{1}{2}}{8} = \frac{1}{16}$; $\frac{\frac{1}{3}}{12} = \frac{1}{36}$. Sind aber Zähler und Nenner eines Bruches gebrochene Zahlen, so multiplizirt man die beiden Zähler und die beiden Nenner, als: $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{8}$; $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{5}{8}} = \frac{5}{16}$. Ferner $\frac{3\frac{1}{2}}{8} = \frac{7}{16}$; $\frac{2\frac{1}{2}}{4} = \frac{5}{8}$. Doch hiervon bei der Division gebrochener Zahlen ein Mehreres. Hier nur noch die Bemerkung, daſs dergleichen Doppelbrüche meistentheils nur von dem unwissenden Laien gebraucht werden, weil dessen Bruchrechnungs - Gelehrsamkeit selten bis zu den Achteln sich erstreckt, sondern schon bei den Vierteln ihre Endschaft erreicht hat. Zu ihm spricht man daher aus Herablassung, z. B. beim Ellenhandel: von anderthalbviertel $\left[\frac{1\frac{1}{2}}{4}\right]$ Ellen u. s. w.

§. 96.

Einige Veränderungen,
die man mit Brüchen vornehmen kann.

1) Multiplizirt man den *Zähler* eines Bruchs mit einer beliebigen Zahl, so wird der Werth des Bruches dadurch um so vielmal vergröſsert, als die erwählte Zahl Einheiten hat. Wenn ich z. B. in $\frac{5}{24}$ den Zähler 5 mit 4 multiplizire, so erhalte ich $\frac{20}{24}$, welches viermal so viel ist, als $\frac{5}{24}$. Nehmen wir statt des Nenners eine andere Benennung, z. B. gute Groschen, so sind 5 Ggr. 4mal genommen oder 4×5 Ggr. $= 20$ Ggr. Wird hingegen, bei unverändertem Nenner, der *Zähler* eines Bruches durch irgend eine Zahl *dividirt*, so wird der Werth des Bruches da-

durch um so vielmal kleiner oder geringer, als die erwählte Zahl Einheiten hat; z. B. $\frac{9}{16}$ dividirt durch 3 = $\frac{3}{16}$; oder $\frac{20}{24}$ Rthlr. : 4 = $\frac{5}{24}$ Rthlr.

2) Wird hingegen der *Nenner* eines Bruches mit irgend einer Zahl *multiplizirt*, so wird der Bruch dadurch um so vielmal kleiner, als der Multiplicator Einheiten hat. Multiplizire ich z. B. in $\frac{3}{4}$ den Nenner 4 mit 2, so kommen $\frac{3}{8}$, welches zweimal weniger, oder halb so viel ist, als $\frac{3}{4}$. Hiervon kann sich Jeder recht anschaulich überzeugen, wenn man zwei Aepfel, den einen in vier gleiche Theile, und den andern in acht gleiche Theile zerschneidet. Nimmt man nun von jedem dieser beiden in vier und acht Theile zerschnittenen Aepfel einen Theil weg, so wird man sehen, daſs, in je mehr Theile man die Aepfel zerlegt, desto kleiner dieselben auch ausfallen.

Eben so verhält sich's auch umgekehrt, wenn ich den Nenner eines Bruches durch eine beliebige Zahl dividire, wodurch dann der Bruch um so vielmal gröſser wird, als der Divisor Einheiten hat. Dividire ich z. B. in $\frac{5}{24}$ den Nenner 24 durch 4, so erhalte ich $\frac{5}{6}$, welches viermal mehr ist, als $\frac{5}{24}$, weil die Theile, in welche das Ganze zertheilt worden, viermal gröſser sind, als jene.

3) *Wird aber sowohl der Zähler als der Nenner des Bruchs mit einer und derselben Zahl multiplizirt oder dividirt, so bleibt der innere Werth des Bruches unverändert.* Wenn ich den Zähler und Nenner in $\frac{3}{4}$ mit 6 multiplizire, so kommen $\frac{18}{24}$, welcher Bruch nicht mehr und nicht weniger ist, als $\frac{3}{4}$. Oder $\frac{5}{8}$ multiplizirt mit $\frac{4}{4} = \frac{20}{32} \times \frac{8}{8} = \frac{160}{256}$. Dieser letz-

tere Bruch $\frac{160}{256}$ ist nicht mehr und nicht weniger, als $\frac{5}{8}$. Dies nennt man einen Bruch *erweitern*, und es geschieht, wie wir gesehen haben, durch die Multiplication des Zählers und Nenners mit einer und derselben Zahl.

§. 97.

Brüche zu abbreviren.

Einen Bruch abbreviren oder abkürzen heifst: einen mit gröfsern Zahlen ausgedrückten Bruch, unbeschadet seines innern Werthes, in kleinern Zahlen darstellen. Eine *Kleinerung der Brüche* aber kann es durchaus nicht genannt werden, weil der innere Werth derselben unverändert bleibt. Die obige, §. 93 enthaltene, versinnlichende Darstellung zeigt ganz deutlich, dafs $\frac{8}{16} = \frac{4}{8}$ und diese $= \frac{2}{4}$ und diese $= \frac{1}{2}$. Eben so sind $\frac{6}{16}$ äqual $\frac{3}{8}$; $\frac{12}{16} = \frac{6}{8}$ oder $\frac{3}{4}$; $\frac{14}{16} = \frac{7}{8}$.

Wird demnach der Zähler und Nenner eines Bruches durch eine und dieselbe Zahl dividirt, so wird der Bruch dadurch blofs in kleinern Zahlen ausgedrückt. Da man nun die mit kleinern Zahlen ausgedrückten Brüchen nicht nur leichter übersehen, sondern auch viel bequemer mit denselben umgehen kann, als im Gegentheil mit Brüchen von grofsen Zählern und Nennern; so ist es gewifs von mannichfaltigem Nutzen, sich im Abbreviren der Brüche recht zu üben. Den Bruch $\frac{2}{3}$ Rthlr. z. B. kann ein Jeder gleich beim ersten Anblicke richtig schäzzen, nicht sogleich aber $\frac{1458}{2187}$ Rthlr., welcher letztere Bruch doch weder mehr noch weniger beträgt, als $\frac{2}{3}$ Rthlr.

Wie aber ein durch gröfsere Zahlen ausgedrückter Bruch mit leichter Mühe in kleinern

Zahlen dargestellt werden kann, hierzu werden die folgenden §§. einige Anweisung enthalten.

§. 98.

Die prompte Ausmittelung des *gemeinschaftlichen Theilers*, wo vermittelst desselben der Zähler und Nenner eines Bruches durch *eine* Zahl *ohne* Rest dividirt, und eben dadurch in kleinern und bequemern Zahlen ausgedrückt werden kann, läſst sich, als eine der arithmetischen Kunstfertigkeiten, nicht leicht durch Regeln erlernen; man muſs sich vielmehr bestreben, durch ausdrücklich dahin abzweckende Uebungen eine gute Routine zu erlangen, um durch treffende Vermuthungen nach und nach die wahren und wo möglich *gröſsten* gemeinschaftlichen Theiler des Zählers und Nenners zu finden. Hierzu dienen besonders die oben §. 19, 36 u. 78 mitgetheilten Multiplications - und Divisionstabellen. Dann aber auch verschiedene Merkmale, woran man, in Ansehung der Zahlen, die über das Gebiet jener Tabellen hinausreichen, sogleich erkennen kann, ob diese in jenen gerade aufgehen oder nicht. Zu diesen Merkmalen gehören vorzüglich folgende:

1) Ist die letzte Ziffer des Zählers und Nenners eine gerade Zahl, als 2, 4, 6, 8, so kann man sie sowohl durch gerade als ungerade Zahlen, wenigstens durch 2 dividiren. $\frac{42}{48}$ z B. läſst sich durch 2 und 3 also auch durch 6 abbreviren, als: $\frac{42}{48}\Big|\overset{2}{\frac{21}{24}}\Big|\overset{3}{\frac{7}{8}}$ oder $\frac{42}{48}\Big|\overset{6}{\frac{7}{8}}$; und eben so kann man den Bruch $\frac{48}{72}$ nicht nur durch 2 × 4 × 3, oder durch 3 × 8, sondern auch gleich durch 24 abkürzen, als:

$$\overset{2}{\frac{48}{72}}\Big|\overset{3}{\frac{24}{36}}\Big|\overset{4}{\frac{8}{12}}\Big|\frac{2}{3} \text{ oder } \overset{3}{\frac{48}{72}}\Big|\overset{8}{\frac{16}{24}}\Big|\frac{2}{3} \text{ oder } \overset{24}{\frac{48}{72}}\Big|\frac{2}{3}.$$

2) Von den Zahlen 2, 4, 8 geht die erstere in allen geraden Zahlen unbedingt, 4 und 8 hingegen mit den Bedingungen gerade auf, dafs, um durch 4 gerade auf theilbar zu seyn, die *beiden* letzten, und um durch 8 auf solche Weise theilbar zu seyn, die *drei* letzten Ziffern auch besonders für sich, dort durch 4 und hier durch 8, gerade auf theilbar seyn müssen. So lassen sich folgende Brüche, nach den angegebenen Merkmalen, durch 2, 4 und 8 theilen, man nimmt aber gern gleich den gröfsten Theiler.

$$\overset{8}{\frac{104}{128}}\Big|\frac{13}{16} \qquad \overset{8}{\frac{136}{192}}\Big|\frac{17}{24} \qquad \overset{8}{\frac{5136}{7704}}\Big|\frac{642}{963}$$

3) Ist die letzte Ziffer des Zählers und Nenners, oder eins von beiden, eine ungerade Zahl, so kann der Bruch auch nur durch eine ungerade Zahl abbrevirt werden; z. B. $\frac{15}{21}$ kann nur durch 3 dividirt werden, und wird dann $\frac{5}{7}$. Eben so ist es bei folgenden Brüchen, als:

$$\overset{7}{\frac{49}{56}}\Big|\frac{7}{8} \qquad \overset{11}{\frac{55}{132}}\Big|\frac{5}{12}$$

4) Die Zahlen, welche durch 3, 6, 9 gerade auf theilbar sind, haben folgende äufsere Kennzeichen. a) Durch 3 sind theilbar alle Zahlen, gerade oder ungerade, deren Ziffern, als blofse Einer addirt, eine Zahl ausmachen, worin 3 ebenfalls gerade aufgeht, z. B. $\overset{3}{\frac{63}{84}}\Big|\frac{21}{28}$ $\frac{21}{28}$ aber läfst sich, wie ein Jeder, der das Einmaleins kann, sogleich einsehen wird, nochmals durch 7 abbreviren, und wird dann $\frac{3}{4}$.

b) 6 geht auf in solchen *geraden* Zahlen, deren Ziffern, als Einer addirt, eine Zahl betragen, die durch 3 theilbar ist; z. B. $\frac{276}{414}\overset{6}{\Big|}\frac{46}{69}$. c) Geben aber die Ziffern des Zählers, wie auch die Ziffern des Nenners, als Einer addirt, solche Zahlen, die durch 9 theilbar sind, so kann der Bruch allemal durch 9 abbrevirt werden, z. B.

$$\frac{81}{324}\overset{9}{\Big|}\frac{9}{36}\overset{9}{\Big|}\frac{1}{4} \text{ oder } \frac{243}{648}\overset{9}{\Big|}\frac{27}{72}\overset{9}{\Big|}\frac{3}{8}$$

5) Endigen sich Zähler und Nenner auf 5, oder auf 0 und 5, so sind beide durch 5 theilbar; z. B.

$$\frac{75}{135}\overset{5}{\Big|}\frac{15}{27}\overset{3}{\Big|}\frac{5}{9} \text{ oder } \frac{375}{400}\overset{5}{\Big|}\frac{75}{80}\overset{5}{\Big|}\frac{15}{16}$$

6) Endigen sich aber Zähler und Nenner auf eine oder mehrere Nullen, so kann man von beiden eine gleiche Anzahl Nullen abschneiden, d. i. man kann den Zähler und Nenner des Bruches durch 10, durch 100 oder durch 1000 u. s. w. dividiren, z. B.

$$\frac{1\emptyset}{6\emptyset}=\frac{1}{6};\quad \frac{3\emptyset}{40\emptyset}=\frac{3}{40};\quad \frac{7000}{56000}=\frac{7}{56}\overset{7}{\Big|}\frac{1}{8}$$

$$\frac{315\emptyset\emptyset}{720\emptyset\emptyset}=\frac{315}{720}\overset{9}{\Big|}\frac{35}{80}\overset{5}{\Big|}\frac{7}{16}$$

7) Besteht sowohl der Zähler als Nenner aus drei Ziffern, deren mittlere so viel beträgt, als die zwei äufsern, so darf man nur die mittlere Ziffer im Zähler und Nenner ausstreichen, und der Bruch ist gleich abgekürzt; z. B. $\frac{143}{176}=\frac{13}{16}$; $\frac{242}{385}=\frac{22}{35}$.

Dies beruht auf der Multiplication mit der Zahl 11, s. oben §. 36. Uebrigens geht die Zahl 11 in allen geraden und ungeraden Zahlen ohne Rest auf, wenn diese keinen Rest lassen, indem man die erste von der zweiten, die zweite von der dritten, die dritte von der vierten u. s. w. abzieht. Z. B 1815; 1 von 8 bleiben 7, 7 von 1 bleiben 4, und 4 von 4 geht auf. Eben so die Zahl 5808. Folglich wird der Bruch $\frac{1815}{5808}$ also zu abbreviren seyn;

$$\frac{1815}{5808}\overset{11}{\Big|}\frac{165}{528}\overset{11}{\Big|}\frac{15}{48}\overset{3}{\Big|}\frac{5}{16}$$

8) 12 geht ohne Rest auf in solchen *geraden* Zahlen, deren beide letztern Ziffern so beschaffen sind, daſs 4 darin gerade aufgeht, und deren Ziffern, als Einer addirt, in 3, 6 oder 9 gerade aufgehen, z. B.

$$\frac{336}{432}\overset{12}{\Big|}\frac{28}{36}\overset{4}{\Big|}\frac{7}{9} \text{ oder } \frac{792}{1728}\overset{12}{\Big|}\frac{66}{144}\overset{6}{\Big|}\frac{11}{24}$$

9) 24 geht ohne Rest auf in solchen *geraden* Zahlen, deren drei letztere Ziffern so beschaffen sind, daſs 8 darin gerade aufgeht, vorausgesetzt, daſs sämmtliche Ziffern, als Einer addirt, durch 3 theilbar sind.

$$\frac{7128}{9504}\overset{24}{\Big|}\frac{297}{396}\overset{9}{\Big|}\frac{3}{4}$$

10) 25 geht ohne Rest auf in allen Zahlen, deren niederste zwei Ziffern so beschaffen sind, daſs 25 in ihnen aufgeht. Z. B.

$$\frac{375}{1375}\overset{25}{\Big|}\frac{15}{55}\overset{5}{\Big|}\frac{3}{11} \text{ oder } \frac{3125}{3750}\overset{25}{\Big|}\frac{125}{150}\overset{25}{\Big|}\frac{5}{6}$$

§. 99.

Fortsetzung.

11) Kann man gar keinen passenden Theiler finden, so sucht man den gröfsten gemeinschaftlichen Divisor auf folgende Art: Man dividirt den Zähler in den Nenner, macht dann den Rest zum zweiten Divisor, und den vorigen Divisor zum Dividenden; bleibt nochmals ein Rest, so wird derselbe der dritte Divisor, und der vorige Divisor wird wieder der Dividend. Auf diese Art setzt man die Division so lange fort, bis kein Rest übrig bleibt. Der letzte Divisor, der dann keinen Rest läfst, ist der gröfste gemeinschaftliche Theiler des Bruches. Bleibt aber 1 Rest, so ist dies ein Beweis, dafs sich der Bruch nicht weiter abbreviren lasse. Z. B. $\frac{434}{465}$.

```
434 : 465 | 1
      434 |
      ---
       31 : 434 | 14
             31 |
            ---
            124
            124
            ---
             —
```

31 ist also der gröfste Theiler, wodurch sich obiger Bruch abbreviren läfst, wie hier folgt:

```
    31
434 | 14
--- | --
465 | 15
```

Eben so verfahre man mit dem Bruche $\frac{2821}{4836}$ Rthlr., nämlich:

2821 : 4836 | 1
 2821
 2015 : 2821 | 1
 2015
 806 : 2015 | 2
 1612
 403 : 806 | 2
 806
 —

Folglich ist der letzte Divisor 403 der gemeinschaftliche Theiler des Zählers und Nenners, nämlich also:

$$\overset{403}{\frac{2821}{4836}} \Big| \frac{7}{12} \text{ Rthlr.}$$

Wenn jeder Theil einer Zahl oder Summe durch irgend eine Gröſse theilbar ist, so ist auch die ganze Summe oder Zahl durch die nämliche Gröſse theilbar. Und wenn ein Factor eines Productes durch irgend eine Gröſse theilbar ist, so ist auch das Product durch die nämliche Gröſse theilbar.

In $\frac{151}{373}$ aber bleibt, wie hier folgt, 1 Rest, welches ein Zeichen ist, daſs sich dieser Bruch durch keine Zahl abbreviren läſst.

151 : 373 | 2
 302
 71 : 151 | 2
 142
 9 : 71 | 7
 63
 8 : 9 | 1
 8
 1 Rest.

Für den praktischen Rechner aber wäre dieses Verfahren eine viel zu groſse Weitläuftigkeit. Dieser schätzt entweder den Bruch nach den höchsten Stellen des Zählers und Nen-

ners, indem er von beiden gleichviel Ziffern abschneidet, oder er sucht den Werth des Bruches in bequemern Theilen.

Schneidet man z. B. in dem Bruch $\frac{357}{634}$ zwei Ziffern ab, so bleibt $\frac{3}{6}$, welches $\frac{1}{2}$ wäre; aus den abgeschnittenen Ziffern aber sieht man schon, dafs er etwas mehr als $\frac{1}{2}$ betrage. Wir wollen daher den Zähler 357 als einen, bei einer vorhergegangenen Division übriggebliebenen Rest betrachten, und denselben mit 16 multipliziren, wodurch wir den Rest in 16tel verwandeln. Dividiren wir nun diese erhaltenen 16tel durch den Nenner, so werden wir finden, wie viel solcher 16tel dieser Bruch enthalte.

```
        357  + 16
       2142
       ─────
634 | 5712 | 9
    | 5706 |
     ──────
        6
```

Folglich enthält dieser Bruch $\frac{9}{16}$ und noch $\frac{6}{634}$ von einem 16tel darüber, welcher Ueberschufs aber so unbedeutend ist, dafs er für gar nichts geachtet wird.

Wie man aber dergleichen Brüche durch die Decimalbruchrechnung schätzen und in bequemere Decimalbrüche verwandeln könne, dies wird im folgenden Abschnitte §. 139 und 144 gezeigt werden.

§. 100.

Uebungsbeispiele.

a) Zu §. 96. Nr. 1.

1) Wenn der Zähler in $\frac{7}{48}$ Rthlr. mit 6 multiplizirt wird, wie heifst dann der Bruch?

2) Wie viel mal ist er dann gröfser, oder kleiner, als $\frac{7}{48}$?

3) Wenn der Zähler in $\frac{28}{32}$ Pfd. durch 7 dividirt wird, was für ein Bruch entsteht daraus?

4) Wie viel mal ist er dann gröſser oder kleiner als $\frac{28}{32}$?

b) zu §. 96. Nr. 2.

5) Wenn der Nenner in $\frac{7}{96}$ Rthlr. durch 8 dividirt wird, wie heiſst dann der Bruch?

6) Wie viel mal ist dann $\frac{7}{12}$ gröſser oder kleiner, als $\frac{7}{96}$?

7) Wenn der Nenner in $\frac{17}{24}$ Rthlr. mit 4 multiplizirt wird, wie viel mal ist der Bruch dann gröſser oder kleiner?

c) Zu §. 96. Nr. 3.

8) $\frac{2}{3}$ fl. durch die Multiplication mit 4. 9. 7. 5 erweitert, wie heiſst dann der Bruch?

9) Wie — wenn $\frac{3}{4}$ Mk. durch 6. 8. 11 erweitert wird?

10) Wie — wenn $\frac{5}{8}$ Zentn. durch 7. 6. 5 — — ?

11) Wie — wenn $\frac{7}{16}$ Pfd. durch 5. 3. 8. 10 — — ?

12) Wie — wenn $\frac{4}{5}$ Lsterl. durch 7. 8. 9. 11 — — ?

d) Zu §. 97 — 99.

13) Wie wird der Bruch $\frac{288}{576}$ Rthlr. in den kleinsten Zahlen ausgedrücktwerden?

14) Wie — $\frac{2520}{3780}$ fl.?

15) Wie — $\frac{96}{768}$ Zentn.?

16) Wie — $\frac{945}{1512}$ Pfd.

17) Wie — $\frac{135}{180}$ Ellen?

18) Wie — $\frac{273600}{288000}$ holl. fl.?

19) Wie — $\frac{1536}{1920}$ Lsterl.?

20) Wie — $\frac{286}{396}$ Gr. poln.?

21) Wie — $\frac{65}{104}$ Mk. lüb.?

22) Wie — $\frac{9656}{18176}$ Rthlr. in Cassel?

23) Wie — $\frac{113}{517}$ fl.?

24) Wie wird der Bruch $\frac{847}{1452}$ Rthlr. in den kleinsten Zahlen ausgedrückt werden?

25) Wie — $\frac{1903}{2076}$ Ggr.?

§. 101.

Gemischte Brüche einzurichten.

Gemischte Brüche sind, nach §. 95 solche *gemischte Zahlen*, wo der Bruch, in Gesellschaft ganzer Zahlen, die Reihe derselben beschliefst, oder wo ganzen Zahlen noch ein Bruch angehängt ist. Manche Rechnungsoperationen, namentlich die Division, werden dadurch sehr erleichtert, wenn man den Bruch wegschafft, oder diese gemischte Zahl unter einerlei Benennung bringt. Dies geschieht dadurch, wenn man die vorliegende gemischte Zahl gerade mit der nämlichen Zahlengröfse multiplizirt, welche den Nenner des der ganzen Zahl zugesellten Bruches ausmacht. Dadurch wird die ganze Zahl in eben solche Theile verwandelt, als der Nenner des Bruches anzeigt, oder die ganze Zahl wird mit dem Bruche unter einerlei Nenner (unter einerlei Benennung) gebracht. Die gewöhnliche Regel ist:

Multiplizire die am Bruche befindliche ganze Zahl mit dem Nenner des Bruches, und addire zum Producte dessen Zähler. Die Summe wird nun der Zähler eines unächten reinen Bruches, welcher den Nenner des gemischten Bruches bekommt, und diesem selbst völlig gleich ist.

Soll z. B. der Bruch $18\frac{3}{4}$ eingerichtet werden, so wird die ganze Zahl 18 mit dem Nenner 4 multiplizirt, das Product ist 72, hierzu den

Zähler 3, so sind es 75, nämlich Viertel, und dies drückt man so aus $\frac{75}{4}$. Die 18 Ganzen werden auf diese Art in eben solche Theile zerlegt, als der Nenner des Bruches anzeigt, und nun können, da die Benennung der Theile gleich ist, die $\frac{3}{4}$ des Bruches dazu addirt werden.

Ebendasselbe gilt auch von folgenden Beispielen:

$3\frac{5}{8} = \frac{29}{8}$	$12\frac{3}{10} = \frac{123}{10}$
$6\frac{1}{3} = \frac{19}{3}$	$4\frac{17}{20} = \frac{97}{20}$
$11\frac{3}{4} = \frac{47}{4}$	$32\frac{7}{12} = \frac{391}{12}$
$9\frac{3}{5} = \frac{48}{5}$	$193\frac{15}{32} = \frac{6191}{32}$

Ist dem gemischten Bruche die Benennung irgend einer Sorte beigefügt, so behält diese auch der eingerichtete Bruch; z. B. $7\frac{3}{8}$ Zent. $= \frac{59}{8}$ Zent. $50\frac{5}{6}$ Rthlr. $= \frac{305}{6}$ Rthlr., $16\frac{3}{4}$ Mark $= \frac{67}{4}$ Mk.

§. 102.

Brüche zu resolviren.

Einen Bruch *resolviren*, heiſst, den Werth oder Betrag desselben in den nächstniedern Sorten bestimmt anzeigen.

Bekanntlich enthält ein ächter Bruch allemal weniger Theile, als deren das Ganze hat; daher fällt es jedem gleich selbst in die Augen, daſs der Werth des Bruches einer gegebenen Sorte in der nächstniedern zu suchen seyn müsse. Bisweilen läſst sich aber der Werth

des Bruches in dieser niedern Sorte noch nicht in völlig ganzen Zahlen darstellen, sondern es bleibt auch da noch ein Bruch; dieser muſs dann in einer noch niedern Sorte auf ganze Zahlen gebracht werden. Uebrigens gibt es auch Fälle, wo ein Bruch nie ganz genau in ganzen Zahlen ausgedrückt werden kann; allein der Rest, welcher bei der kleinsten Sorte noch übrig bleibt, ist entweder so klein, daſs er für Nichts geachtet wird, oder man rechnet ihn für eine Einheit der niedersten Sorte. Dies alles soll nun durch einige Beispiele erläutert werden. Die allgemeine Regel ist, oder sollte vielmehr seyn:

Dividire die Reductionszahl durch den Nenner des Bruches, und multiplizire den Quotienten mit dem Zähler.

Was die *Reductionszahl* sey, ist aus §. 71 klar. Wird nun diese durch den Nenner des Bruches dividirt, so zeigt der Quotient gleich an, wie viel, wenn der Zähler nur 1 wäre, ein solcher Theil in der nächstniedern Sorte beträgt. Ist aber der Zähler mehr als 1, z. B. 3, 4 oder 8; so beträgt der Werth des Bruchs in der niedern Sorte, auch 3, 4 oder 8 mal so viel.

Ex. 1) Wie viel betragen $\frac{5}{8}$ Rthlr. in der nächstniedern Sorte? (in guten Groschen.)

$\frac{5}{8}$ Rthlr. : 24 Reductionszahl. Oder $\frac{5 \times 24}{8} = 15$ Ggr.

8) 24
3
5)
15 Ggr.

Nachdem die Reductionszahl 24 durch den Nenner 8 dividirt worden, so zeigt der Quotient 3 an, daſs der achte Theil ($\frac{1}{8}$) eines Thalers 3 Ggr. betrage, da es aber $\frac{5}{8}$ Rthlr. sind, so beträgt der Werth des Bruches auch 5 mal 3 Ggr. = 15 Ggr.

Ex. 2) Wie viel betragen $\frac{4}{5}$ Lsterl. in England?

$\frac{4}{5}$ L. : 20 Reductz. Oder $\frac{4 \times 20}{5} = 16$ S.
5) ——
4
——4)
16 S. (Schilling.)

Ein Lsterl. in England hat bekanntlich 20 Schillinge, der fünfte Theil ($\frac{1}{5}$) davon beträgt also 4 S. und $\frac{4}{5}$ L. machen 4 mal so viel, d. i. 16 Schillinge.

Ex. 3) Wie viel betragen $\frac{5}{8}$ Zent. in Hamburg?

$\frac{5}{8}$ Zentn. : 112 Redcz. Oder $\frac{5 \times 112}{8} = 70$ Pfd.
8) ——
14
——(5
70 Pfd.

Der Zentner in Hamburg hat 112 Pfund, der achte Theil davon beträgt 14 Pfd. und 5 mal so viel macht 70 Pfd. Auf diese Art lassen sich die Resultate folgender Aufgaben sogleich im Kopfe berechnen, nämlich:

Berlin.

$\frac{3}{8}$ Rthlr. = 9 Ggr.	$\frac{7}{12}$ Rthlr. = 14 Ggr.
$\frac{2}{3}$ Rthlr. = 16 Ggr.	$\frac{5}{6}$ Rthlr. = 20 Ggr.
$\frac{3}{4}$ Pfund = 24 Loth	$\frac{5}{8}$ Pfund = 20 Lth.

Braunschweig.

$\frac{7}{8}$ Rthlr. = 21 Ggr.	$\frac{5}{6}$ Ggr. = 10 Pf.
$\frac{4}{9}$ Rthlr. = 16 Mgr.	$\frac{3}{4}$ Mgr. = 6 Pf.

Bremen.

$\frac{17}{36}$ Rthlr. = 34 Grt.	$\frac{11}{12}$ Rthlr. = 66 Grt.
$\frac{5}{9}$ Rthlr. = 40 —	$\frac{5}{8}$ Rthlr. = 45 —

Hamburg.

$\frac{1}{4}$ Mark = 4 Schil.	$\frac{3}{4}$ Mark = 12 Schil.
$\frac{5}{8}$ Mark = 10 Schil.	$\frac{7}{8}$ Mark = 14 Schil.

Leipzig.

$\frac{7}{10}$ Zentn. = 77 Pfd.	$\frac{7}{11}$ Zentn. = 70 Pfd.
$\frac{4}{5}$ Zentn. = 88 Pfd.	$\frac{9}{22}$ Zentn. = 45 Pfd.
$\frac{1}{4}$ Zentn. = $27\frac{1}{2}$ Pfd.	$\frac{1}{8}$ Zentn. = $13\frac{6}{8}\|\frac{3}{4}$ Pfd.

§. 103.

Die Resultate der letztern beiden Aufgaben enthalten noch einen leichten Bruch von einem Pfunde, dessen Betrag nun wieder in der nächstniedern Sorte gesucht werden muſs. Allein beide Brüche lassen sich auch hier wieder im Kopfe in ganzen Zahlen darstellen. Ein Pfund hat 32 Loth, folglich beträgt die Hälfte davon (oder $\frac{1}{2}$) 16 Loth. $\frac{3}{4}$ Pfd. ist dreimal der 4te Theil von 1 Pfd. oder von 32 Loth, d. i. 3×8 oder 24 Loth.

Sollte nun gefunden werden, wie viel $\frac{3}{4}$ Zentner, oder wie viel $\frac{5}{8}$ Zentn. in der nächstniedern Sorte betragen, so würde im ersten Falle $\frac{3}{4}$ Zentn. $= 3 \times 27\frac{1}{2}$ Pfd. $= 82\frac{1}{2}$ Pfd. im andern Falle aber würde $\frac{5}{8}$ Zentn. $= 5 \times 13\frac{3}{4}$ Pfd. $= 68\frac{3}{4}$ Pfd. Die den ganzen Zahlen hier angehängten Brüche lassen sich mit leichter Mühe in einer niedern Sorte ausdrücken, und enthalten, wie aus dem vorigen schon bekannt, 16 und 24 Loth. Als ein Erleichterungsmittel für Anfänger in der Bruchrechnung, denen besonders die Multiplication der Brüche noch unbekannt ist, hat man daher die obige Regel umgekehrt und also ausgedrückt:

Multiplizire die jedesmalige Reductionszahl mit dem Zähler, und dividire das Product durch den Nenner. Der Quotient enthält ebenfalls das gesuchte Resultat. Uebrigens brauche ich wohl kaum zu erinnern, daſs man diese Regel nur bei solchen Brüchen anzuwenden pflegt, deren Nenner in der Reductionszahl

nicht ohne Rest aufgehen. Wollte man sie durchgängig anwenden, so würde die Rechnung sehr häufig, ohne allen Nutzen, vergröſsert werden.

Ex. 1) Was betragen $\frac{5}{16}$ Rthlr. in Leipzig?

Antw. $\frac{5 \times 24}{16}$ Ggr.

$\frac{5}{16}$ Rthlr. : 24
———5)
120
16)——— 8
$7\frac{8}{16}|\frac{1}{2}$ Ggr. = 7 Ggr. 6 Pf.

Oder.

$\frac{5}{16}$: 24
16)———
$1\frac{1}{2}$
———5)
$7\frac{1}{2}$ Ggr.

Ex. 2) Wie viel betragen $\frac{4}{9}$ Rthlr. in Berlin?

Antw. $\frac{4 \times 24}{9}$ Ggr.

$\frac{4}{9}$: 24
———(4
96
9)——— 3
$10\frac{6}{9}|\frac{2}{3}$ Ggr. = 10 Ggr. 8 Pf.

Ex. 3) Wie viel betragen $\frac{17}{24}$ fl. in Nürnberg?

$\frac{17}{24}$ fl. : 60 Rdctz.
17
———
1020
24)——— 12
$42\frac{12}{24}|\frac{1}{2}$ Xr.

Ex. 4) $\frac{25}{32}$ fl., wie viel sind es Xr. u. s. w. in Bamberg?

$\frac{25}{32}$ fl. : 60 Rdctz.
25
———
32 = 4 × 8 1500
4)———
375
8)———
$46\frac{7}{8}$ Xr. 4 Redctz.
7
———
28
8)——— 4
$3\frac{4}{8}|\frac{1}{2}$ Pf.

$\frac{25}{32}$ fl. = 46 Xr. $3\frac{1}{2}$ Pf.

Ex. 5) $\frac{89}{250}$ fl. Pr. in Königsberg, wie viel sind es Gr. etc.?

```
89/250 fl.  :  30 Rdctz.
                89    |
              ------  |
     25ø)     267ø    |  10 Gr.
               17     ×  18
              136
              ------
      25)     306     |  12 6/25 Pf.
               56     |
                6     |
```

$\frac{89}{250}$ fl. Pr. = 10 Ggr. $12\frac{6}{25}$ Pf. = 10 Ggr. $12\frac{1}{4}$ Pf. cca.

Wie diese sämmtlichen Resultate gefunden worden, zeigt die hier beigefügte Berechnung jeder Aufgabe selbst, ohne einer weitern Erklärung zu bedürfen.

Uebrigens kann man in solchen Fällen, wo sich die Reductionszahl durch den Nenner nicht ohne Rest dividiren läſst, dennoch auf eine sehr kurze Art verfahren, und einen solchen Bruch gleich im Kopfe resolviren. Man nimmt nämlich den Bruch für 2, 3, 4 oder 8 mal gröſser an, um einen passenden Nenner, dessen Betrag sich leicht berechnen läſst, zu finden, und dividirt dann den gefundenen Betrag durch die Zahl, um wie viel mal gröſser man den Bruch angenommen hat. Z. B. $\frac{7}{32}$ Rthlr. nehme ich für $\frac{7}{8}$ Rthlr., welcher Bruch 4 mal gröſser ist und 21 Gr. beträgt; der Betrag von $\frac{7}{32}$ Rthlr. ist demnach 4 mal weniger, oder der 4te Theil von 21 Gr., das ist 5 Gr. 3 Pf.

Berlin.

$\frac{11}{24}$ Pfd. angenommen für $\frac{11}{8}$ = $\frac{44}{3}$ Loth = $14\frac{2}{3}$ Loth.

Leipzig.

$\frac{17}{72}$ Rthlr. — — — $\frac{17}{24}$ Rthlr. = $\frac{17}{3}$ Ggr. = 5 Gr. 8 Pf.

Hamburg.

$\frac{29}{32}$ Mk. — — — $\frac{29}{16}$ Mk. = $\frac{29}{2}$ Schl. = 14 S. 6 Pf.

§. 104.

Uebungsbeispiele.

Breslau.

1) $\frac{5}{6}$ Rthlr.	2) $\frac{9}{10}$ Rthlr.	3) $\frac{4}{5}$ Rthlr.
4) $\frac{8}{15}$ Rthlr.	5) $\frac{17}{30}$ Rthlr.	6) $\frac{11}{12}$ Rthlr.
7) $\frac{3}{4}$ Sgr.	8) $\frac{5}{6}$ Sgr.	9) $\frac{2}{3}$ Sgr.
10) $\frac{1}{2}$ Zentn.	11) $\frac{3}{4}$ Zentn.	12) $\frac{5}{8}$ Zentn.

Frankfurt a. M.

13) $\frac{3}{4}$ fl.	14) $\frac{5}{8}$ fl.	15) $\frac{8}{15}$ fl.
16) $\frac{19}{24}$ fl.	17) $\frac{23}{40}$ fl.	18) $\frac{41}{120}$ fl.

Hamburg.

19) $\frac{7}{8}$ Mk.	20) $\frac{15}{32}$ Mk.	21) $\frac{7}{12}$ Mk.
22) $\frac{5}{8}$ Zentn.	23) $\frac{3}{4}$ Zentn.	24) $\frac{3}{4}$ Stn. Flachs.

St. Petersburg.

25) $\frac{4}{5}$ Rub.	26) $\frac{1}{4}$ Rub.	27) $\frac{5}{16}$ Rub.
28) $\frac{3}{8}$ Pud.	29 $\frac{11}{80}$ Pud.	30) $\frac{51}{64}$ Pud.

§. 105.

Ganze Zahlen in Brüche zu reduziren.

Dieses kann auf eine dreifache Art geschehen:

1) *Wenn der ganzen Zahl nur Bruchsgestalt gegeben werden soll.* Dies ist am leichtesten. Man nimmt nämlich die ganze Zahl zum Zähler eines Bruches, dessen Nenner 1 ist, folglich setzt man bloſs eine 1 unter die ganze Zahl, und trennt beide Ziffern durch einen Querstrich, wie man gewöhnlich die Brüche schreibt. Z. B. wenn 4 Rthlr. in Bruchsgestalt ausgedrückt werden sollen, so stehet der verlangte Bruch gleich also: $\frac{4}{1}$ Rthlr.

2) *Wenn der Nenner, den der Bruch haben soll, gegeben ist.* In diesem Falle multiplizirt man die ganze Zahl mit dem gegebenen

Nenner, das dadurch erhaltene Product wird der Zähler eines Bruches, dessen Nenner dieser gegebene Nenner selbst ist. Wenn z. B. 4 Rthlr. in einen Bruch verwandelt werden sollen, dessen Nenner 8 ist, so wird die ganze Zahl 4 mit dem gegebenen Nenner 8 multiplizirt, das Product 32 wird der Zähler und 8 wird der Nenner, nämlich also: $\frac{32}{8}$ Rthlr. Dadurch wird die ganze Zahl 4 Rthlr. in lauter 8tel Thaler verwandelt. Ein Thaler besteht aus $\frac{8}{8}$, folglich enthalten 4 Thaler 4 mal so viel 8tel, das sind 32 Achtel oder $\frac{32}{8}$. Sollen aus 6 Pfd. Viertelpfunde gemacht, oder soll die Zahl 6 in einen Bruch verwandelt werden, dessen Nenner 4 ist, so heiſst der daraus entstehende Bruch $\frac{24}{4}$ Pfd. Ein Pfund hat 4 Viertel, 6 Pfunde betragen folglich 6 mal so viel Viertel, d. i. 24 Viertel oder $\frac{24}{4}$ Pfd. Ein Jeder wird daher die Richtigkeit folgender Beispiele sogleich einsehen.

Die gegebene Zahl	Der gegebene Nenner		Der daraus entstandene Bruch.
5 fl.	10	=	$\frac{50}{10}$ fl.
11 Zentn. . . .	8	=	$\frac{88}{8}$ Zentn.
12 Pfd.	8	=	$\frac{96}{8}$ Pf.
6 Stein	22	=	$\frac{132}{22}$ Stein.
8 Stüv.	16	=	$\frac{128}{16}$ Stüv.
16 Mk.	4	=	$\frac{64}{4}$ Mk.
15 Rthlr.	6	=	$\frac{90}{6}$ Rthlr.
36 Mgr.	8	=	$\frac{288}{8}$ Mgr.

§. 106.

Fortsetzung.

3) *Wenn eine ganze benannte Zahl, oder auch selbst ein Bruch, in einen Bruch der höhern Sorte verwandelt werden soll.* Alle niederen Sorten von Münzen, Maasen und Gewichten, sind schon, in Vergleichung mit der höhern Sorte, unter welcher sie stehen, Brüche. So ist 1 Ggr. so viel als $\frac{1}{24}$ Rthlr. und 6 Ggr. sind so viel als $\frac{6}{24}$ oder in kleinern Zahlen, so viel als $\frac{1}{4}$ Thaler; 1 Loth ist so viel als $\frac{1}{32}$ Pfd., und 8 Lothe sind so viel als $\frac{8}{32}$ oder in kleinern Zahlen, so viel als $\frac{1}{4}$ Pfd Die allgemeine Regel wird daher so ausgedrückt:

Mache die benannte ganze Zahl zum Zähler eines Bruches, und setze die Reductionszahl der höhern Sorte als Nenner darunter. Der dadurch erhaltene Bruch wird dann, wo es angeht, in kleinern Zahlen ausgedrückt, oder abbrevirt.

Sollen z. B. 55 berliner Pfunde in einen Bruch vom Zentner reduzirt werden, so verfährt man nach der angegebenen Regel folgendermaſsen:

$$55 \text{ Pfd} = \frac{55}{110} \Big| \frac{1}{2} \text{ Zentn.} \quad (55)$$

Die Reduction von 8 Pf. in einen Bruch vom Thaler geschieht also:

$$\frac{8}{288} \Big| \frac{1}{36} \text{ Rthlr.} \quad (8)$$

Ferner:

22 Pfd. $= \frac{22}{110}\overset{22}{\Big|}\frac{1}{5}$ Zentn.

16 Ggr. $= \frac{16}{24}\overset{8}{\Big|}\frac{2}{3}$ Rthlr.

8 Mgr. $= \frac{8}{36}\overset{4}{\Big|}\frac{2}{9}$ Rthlr.

8 Pfen. $= \frac{8}{12}\overset{4}{\Big|}\frac{2}{3}$ Ggr.

24 Groot $= \frac{24}{72}\overset{24}{\Big|}\frac{1}{3}$ Rthlr.

16 Stüv. holl. $= \frac{16}{20}\overset{4}{\Big|}\frac{4}{5}$ fl.

12 Schl. lüb. $= \frac{12}{16}\overset{4}{\Big|}\frac{3}{4}$ Mk.

14 S. stl. engl. $= \frac{14}{20}\overset{2}{\Big|}\frac{7}{10}$ Lstrl.

Ist die Zahl, welche in einen Bruch der höhern Sorte reduzirt werden soll, selbst *ein Bruch*, so wird bloſs der Nenner mit der Reductionszahl multiplizirt, der Zähler aber bleibt ganz unverändert. Z. B. $\frac{3}{4}$ Ggr. in einen Thalerbruch verwandelt, wird $\frac{1}{32}$ Rthlr. denn

$$\frac{3}{4 \cdot 24} = \frac{3}{96}\overset{3}{\Big|}\frac{1}{32}$$

Oder $\frac{5}{8}$ Pfd. in einen Zentnerbruch verwandelt, gibt $\frac{1}{176}$ Zentn. denn

$$\frac{5}{8 \cdot 110} = \frac{5}{880}\overset{5}{\Big|}\frac{1}{176} \text{ Zentn.}$$

Ferner:

$$\tfrac{2}{3} \text{ Ggr.} = \frac{2}{3 \cdot 24} \text{ Rthlr.} = \frac{2}{72}\overset{2}{\Big|}\frac{1}{36} \text{ Rthlr.}$$

$$\tfrac{3}{4} \text{ Schil} = \frac{3}{4 \cdot 16} \text{ Mark} = \frac{3}{64} \text{ Mk.}$$

Sind die Zahlen, welche in Brüche der höhern Sorte reduzirt werden sollen, *gemischte Brüche*, so werden sie erst eingerichtet, und dann verfährt man, wie schon gezeigt worden; z. B. $10\frac{1}{2}$ Ggr. in einen Thalerbruch reduzirt, gibt $\frac{7}{16}$ Rthlr. nämlich:

$$10\tfrac{1}{2}\ \text{Ggr.} = \frac{21}{2\,.\,24} = \overset{3}{\frac{21}{48}\Big|\frac{7}{16}}\ \text{Rthlr.}$$

Ferner:

$$31\tfrac{1}{2}\ \text{Mgr.} = \frac{63}{2\,.\,36} = \overset{9}{\frac{63}{72}\Big|\frac{7}{8}}\ \text{Rthlr.}$$

$$8\tfrac{3}{4}\ \text{Stüv. holl.} = \frac{35}{4\,.\,20} = \overset{5}{\frac{35}{80}\Big|\frac{7}{16}}\ \text{fl. holl.}$$

$$5\tfrac{1}{2}\ \text{Pfd. leipz.} = \frac{11}{2\,.\,110} = \overset{11}{\frac{11}{220}\Big|\frac{1}{20}}\ \text{Zentn.}$$

Dies vorausgesetzt, wird es nun sehr leicht seyn, ganze Zahlen von verschiedenen Sorten in einen Bruch der höhern Sorte zu verwandeln. Z. B. 3 Ggr. 9 Pf., was für Theile sind es vom Thaler? Antw. $\frac{5}{32}$ Rthlr. nämlich:

$$3\ \text{Ggr. } 9\ \text{Pf.} = 3\tfrac{3}{4}\ \text{Ggr.}\ \frac{15}{4\,.\,24}\ \text{Rthlr.} = \overset{3}{\frac{15}{96}\Big|\frac{5}{32}}\ \text{Rthlr.}$$

Erst wird die niederste Sorte in einen Bruch der höhern Sorte gebracht, dann der gemischte Bruch eingerichtet, und dessen Nenner mit der Reductionszahl multiplizirt.

Eben dies gilt auch von folgenden Beispielen:

$$8\ \text{Ggr. } 3\ \text{Pf.} = 8\tfrac{1}{4}\ \text{Ggr.} = \frac{8\frac{1}{4}}{24}\Big|\overset{3}{\frac{33}{96}\Big|\frac{11}{32}}\ \text{Rthlr.}$$

$$16\ \text{Ggr. } 8\ \text{Pf.} = 16\tfrac{2}{3}\ \text{Ggr.} = \frac{16\frac{2}{3}}{24}\Big|\overset{2}{\frac{50}{72}\Big|\frac{25}{36}}\ \text{Rthlr.}$$

$$18\ \text{Stüv. } 12\ \text{Pf. holl.} = 18\tfrac{3}{4}\ \text{Stüv.} = \frac{75}{4\,.\,20}\ \text{fl.} = \overset{5}{\frac{75}{80}\Big|\frac{15}{16}}\ \text{fl.}$$

$$\text{oder} = \frac{18\frac{3}{4}}{20}\Big|\overset{5}{\frac{75}{80}\Big|\frac{15}{16}}\ \text{fl.}$$

Reductionstabelle

benannter ganzer Zahlen in Bruchtheile höherer Benennungen.

a) Pfennige.

1	2	3	4	5	6	7	8	Pfennige.
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$	1	Mariengr.

b) Pfennige.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Pfennige
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{11}{12}$	1	Ggr.
$\frac{1}{288}$	$\frac{1}{144}$	$\frac{1}{96}$	$\frac{1}{72}$	$\frac{5}{288}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{7}{288}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{144}$	$\frac{11}{288}$	$\frac{1}{24}$	Rthlr.

c) Schillinge Lübisch.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	ſslbs.
$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{15}{16}$	1	Mklbs.

d) Stüver Holländisch.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Stvr.
$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{13}{20}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{19}{20}$	1	fl.

e) Gute Groschen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Ggr.
$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{13}{24}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{17}{24}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{19}{24}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{23}{24}$	1	Rth.

f) Groschen Preussisch.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	Gr.
$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{13}{30}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{2}$	fl.

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	Gr.
$\frac{8}{15}$	$\frac{17}{30}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{19}{30}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{11}{15}$	$\frac{23}{30}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{14}{15}$	$\frac{29}{30}$	1	fl.

g) Lothe.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Loth
$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{32}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{11}{32}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{13}{32}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{15}{32}$	$\frac{1}{2}$	Pfd.

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	Loth
$\frac{17}{32}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{19}{32}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{21}{32}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{23}{32}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{25}{32}$	$\frac{13}{16}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{29}{32}$	$\frac{15}{16}$	$\frac{31}{32}$	1	Pfd.

h) Mariengroschen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	Mgr.
1/36	1/18	1/12	1/9	5/36	1/6	7/36	2/9	1/4	5/18	11/36	1/3	13/36	7/18	5/12	4/9	17/36	1/2	Rthlr.

19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	Mgr.
19/36	5/9	7/12	11/18	23/36	2/3	25/36	13/18	3/4	7/9	29/36	5/6	31/36	8/9	11/12	17/18	35/36	1	Rthlr.

i) Pfunde in Rufsland.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Pfd.
1/40	1/20	3/40	1/10	1/8	3/20	7/40	1/5	9/40	1/4	11/40	3/10	13/40	7/20	3/8	2/5	17/40	9/20	19/40	1/2	Pud

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	Pfd.
21/40	11/20	23/40	3/5	5/8	13/20	27/40	7/10	29/40	3/4	31/40	4/5	33/40	17/20	7/8	9/10	37/40	19/20	39/40	1	Pud.

k) Kreuzer.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Xr.
1/60	1/30	1/20	1/15	1/12	1/10	7/60	2/15	3/20	1/6	11/60	1/5	13/60	7/30	1/4	4/15	17/60	3/10	19/60	1/3	rfl.

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	Xr.
7/20	11/30	23/60	2/5	5/12	13/30	9/20	7/15	29/60	1/2	31/60	8/15	11/20	17/30	7/12	3/5	37/60	19/30	13/20	2/3	rfl.

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	Xr.
41/60	7/10	43/60	11/15	3/4	23/30	47/60	4/5	49/60	5/6	17/20	13/15	53/60	9/10	11/12	14/15	19/20	29/30	59/60	1	rfl.

l) Groot in Bremen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Grt
1/72	1/36	1/24	1/18	5/72	1/12	7/72	1/9	1/8	5/36	11/72	1/6	13/72	7/36	5/24	2/9	17/72	1/4	19/72	5/18	7/24	11/36	23/72	1/3	Rth.

25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	Grt
25/72	13/36	3/8	7/18	29/72	5/12	31/72	4/9	11/24	17/36	35/72	1/2	37/72	19/36	13/24	5/9	41/72	7/12	43/72	11/18	5/8	23/36	47/72	2/3	Rth.

49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	Grt.
49/72	25/36	17/24	13/18	53/72	3/4	55/72	7/9	19/24	29/36	59/72	5/6	61/72	31/36	7/8	8/9	65/72	11/12	67/72	17/18	23/24	35/36	71/72	1	Rth.

15 S. 6 D. in London $= 15\frac{1}{2}$ S. $= \frac{15\frac{1}{2}}{20} \Big| \frac{31}{40}$ Lsterl.

1 Rthl. 2 Gr. 3 Pf. in Leipz. $=$ 1 Rthl. $2\frac{1}{4}$ Gr. $= 1\frac{9}{96} \Big|^{3} \frac{3}{32}$ Rt. $= \frac{35}{32}$ Rt.

3 Rth. 12 Mgr. 4 Pf. in Hildesh. — 3 Rt. $12\frac{1}{2}$ Mgr. $3\frac{25}{72}$ Rt. – $\frac{241}{72}$ Rt.

Die Berechnung wird am besten dadurch *probirt*, wenn man den erhaltenen Bruch nach §. 102 und 103 wieder resolvirt, oder den Betrag desselben in ganzen Zahlen ausrechnet. Auf gleiche Art kann man die Resolution dadurch probiren, wenn man die erhaltenen ganzen Zahlen wieder in Brüche der höhern Sorte reduzirt.

Zur Uebung im Reduziren ganzer Zahlen in Bruchtheile der höhern Sorte, kann die beigefügte Tabelle (A) dienen, nach welcher sich ein jeder für die in seinem Lande, oder in seiner Stadt üblichen kleinern Sorten der Münz-, Maas- und Gewichtseintheilungen, ähnliche verfertigen kann. Ihr Gebrauch ist in der Regeldetri von grofsem Nutzen.

§. 107.

Uebungsbeispiele.

Wie heifsen die Brüche der höhern Sorte von nachstehenden ganzen Zahlen?

a) in Braunschweig.

1) 15 Ggr.	2) 18 Ggr.	3) 18 Mgr.
4) 6 Mgr. 4 Pf.	5) 20 Mgr. 6 Pf.	6) $1\frac{4}{5}$ Marienguld.
7) 57 Pfund	8) $36\frac{1}{2}$ Pfund	9) 18 Lpfd. 7 Pfd.

b) in Bremen.

10) 54 Groot	11) 30 Grt.	12) 24 Grt. 4 Schwar.
13) 24 Scheffel	14) 36 Schfl. 2 Vrtl.	15) 60 Pfd. 24 Lth.

c) in Breslau.

16) 15 Sgr. 17) 6 Sgr. 8 Denaren 18) 3 Sgr. 9 Denaren.
19) 33 Pfd. 20) 55 Pfd. 11) 12 Pfd.
22) 80 Pfd. 16 Lt. 23) 75 Pfd. 24 Lth. 24) 1 Rth. 15 Sgr. 9 Den.

d) in Florenz und Genua.

25) 8 Denari 26) 10 Denari 27) 15 Soldi.
28) 12 Soldi 4 D. 29) 18 Soldi 9 D. 30) 1 Lira 9 S. 6 D.

e) in Königsberg und Memel.

31) 15 Gr. 32) 24 Gr. 33) 12 Pf. pr.
34) 15 Pf. 35) 20 Gr. 6 Pf. 36) 1 fl. 10 Ggr. 6 Pf.

f) in Kopenhagen.

37) 48 Schill. 38) 32 Schill. 39) 4 Mk. 12 Schill.
40) 3 Mk. 4 Schill. 41) 1 Rthl. 2 Mk. 8 S. 42) 16 Lspfd. 8 Pfd.

g) in London.

43) 8 S. 44) 12 S. 4 D. 45) 1 L. 8 S. 9 D.
46) 56 Pfd. 47) 42 Pfd. 48) 70 Pfd.

h) in Malaga.

49) 17 Maravedis 50) $8\frac{1}{2}$ Marv. 51) 1 Rvln. 12 Marv.

i) in Marseille.

52) 75 Cent. 53) 60 Cent. 54) 15 Sols 8 Den.

k) in Nürnberg.

55) 30 Xr. 56) 56 Xr. 57) 15 Xr. 3 Pf.
58) 25 Pfd. 59) 62 Pfd. 16 Lt. 60) 1 Zentn. 12 Pfd. 16 Lth.

§. 108.

Vergleichung des Werths verschiedener Brüche.

Sollten mehrere Brüche *ganz genau* mit einander verglichen und ihr Werth bestimmt angegeben werden, so müſste man sie unter einen gemeinschaftlichen Nenner bringen Diejenigen Brüche, die dann den gröſsten Zähler haben, sind die gröſsten, und die mit dem kleinsten Zähler sind die kleinsten Brüche. Allein es gibt noch einige Merkmale, woran man den Werth eines Bruches gegen einen andern ziem-

lich genau schätzen kann, ohne die Brüche vorher unter einen Nenner zu bringen.

1) Wenn mehrere Brüche einerlei Zähler haben, so hat der den gröfsten Werth, dessen Nenner der kleinste ist. Denn je gröfser der Nenner ist, in desto mehr Theile ist das Ganze getheilt, und desto kleiner muſs ein solcher Theil seyn.

So ist von $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{15}$, der Bruch $\frac{3}{4}$ der, welcher den gröfsten Werth hat, auf diesen folgt $\frac{3}{5}$, dann $\frac{3}{8}$ und endlich $\frac{3}{15}$, welcher letztere den kleinsten Werth hat.

2) Von mehrern Brüchen, die sowohl ungleiche Zähler, als ungleiche Nenner haben, hat derjenige den gröfsten Werth, dessen Nenner, durch den Zähler dividirt, den kleinsten Quotienten gibt. Je gröfser bei Brüchen, die auf diese Art dividirt werden, der Quotient ist, desto kleiner ist der Werth derselben. So ist $\frac{5}{18}$ kleiner als $\frac{7}{15}$, denn 18 durch 5 dividirt, gibt $3\frac{3}{5}$, hingegen 15 durch 7 dividirt, nur $2\frac{1}{7}$. Ist also in mehrern Brüchen der Zähler im Nenner bei dem einen Bruche eben so oft enthalten, als bei dem andern, so haben die Brüche einerlei Werth; z. B. $\frac{5}{8}$ und $\frac{15}{24}$, bei beiden ist, wenn der Nenner durch den Zähler dividirt wird, der Quotient $1\frac{3}{5}$.

Die Brüche, $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{2}{3}$, folgen, in Ansehung ihres Werthes also auf einander: $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{11}{12}$. Hieraus sieht man, daſs der gröſste Bruch am Werthe nicht immer derjenige ist, welcher den gröſsten Zähler oder Nenner hat.

3) Die Brüche, die nur eine Ziffer zum Zähler und nicht über 10 zum Nenner haben,

folgen in Absicht ihres Werthes in folgender Ordnung auf einander:

$\frac{1}{10}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$.

4) Wenn Zähler und Nenner eines Bruches aus vielen Ziffern bestehen, und sich auch durch keine Zahl abbreviren lassen, so kann man von beiden einige der niedern Ziffern, jedoch im Nenner so viel als im Zähler, weglassen, die übrigbleibenden geben den Werth des Bruches beinahe, oder ungefähr an. In $\frac{53471}{85937}$ geben, wenn man 4 Ziffern im Zähler und Nenner abschneidet, $\frac{3}{8}$ den Werth des Bruchs zwar ungefähr, aber noch etwas zu wenig, $\frac{35}{85}$ schon etwas genauer an; nur sind auch dies wieder ziemlich unbequeme Theile. In solchen Fällen rathe ich lieber zu folgendem Verfahren. Man mache den Bruch zu 8tel oder 16tel, oder zu 32stel, d. h. man multiplizire den Zähler des Bruchs mit 8 oder 16 oder 32, und dividire dann das Product durch den Nenner, um zu erfahren, wie viel solche Theile der Bruch enthalte. Es sey z. B. der Bruch $\frac{21842}{49913}$, und wir wollen wissen, wie viel 16tel derselbe enthalte.

```
          Zähler 21842 × 16
                 131052
                 ------
Nenner: 49913 | 349472 | 7 Sechszehntel.
              | 349391 |
```

der kleine Rest von $\frac{81}{49913}$ ist für gar nichts zu achten.

A. Addition der Brüche.

§. 109.

1) Haben die Brüche gleiche Nenner, so ist die Addition so leicht, als bei ganzen Zahlen, denn in diesem Falle zählt man gleich die Zähler zusammen, und gibt der Summe den Nenner der Brüche. Gemeiniglich entstehen dadurch *unächte Brüche*, wo man dann durch die Division des Nenners in den Zähler die Ganzen herausnimmt, wie folgende Beispiele zeigen.

Ex. 1) *Friedrich Blum* in Leipzig erhält von Triest 8 Ballen smirnische Baumwolle, Nr. 1 wiegt $3\frac{3}{8}$ Zentn., Nr. 2 $3\frac{5}{8}$ Zentn., Nr. 3 $4\frac{1}{8}$ Zentn., Nr. 4 $2\frac{7}{8}$ Zentn., Nr. 5 $3\frac{2}{8}$ Zentn., Nr. 6 $3\frac{4}{8}$ Zentn., Nr. 7 $2\frac{5}{8}$ Zentn., Nr. 8 $2\frac{7}{8}$ Zentn. Wie viel beträgt dies zusammen?

Berechnung.

Nr.	1	$3\frac{3}{8}$	Zentn.	3
-	2	$3\frac{5}{8}$	—	5
-	3	$4\frac{1}{8}$	—	1
-	4	$2\frac{7}{8}$	—	7
-	5	$3\frac{2}{8}$	—	2
-	6	$3\frac{4}{8}$	—	4
-	7	$2\frac{5}{8}$	—	5
-	8	$2\frac{7}{8}$	—	7
		4		

Antw. $26\frac{1}{4}$ Zentn. ($\frac{34}{8} = 4\frac{2}{8} = 4\frac{1}{4}$ Zentn.)

Ex. 2.) *Peter Grupen* in Nürnberg hat folgende Schulden ausstehen: A. $368\frac{23}{60}$ fl.; B. $189\frac{7}{60}$ fl., C $3614\frac{17}{60}$ fl., D. $211\frac{19}{60}$ fl., E. $536\frac{31}{60}$ fl., F. $190\frac{41}{60}$ fl., G. $88\frac{11}{60}$ fl, H. $38\frac{51}{60}$ fl., I. $104\frac{37}{60}$ fl., K. $75\frac{53}{60}$ fl. Wie viel beträgt die

Summe dieser ausstehenden Schulden? Antwort $5417\frac{5}{6}$ fl. wie hier folgt:

Berechnung.

A.	$368\frac{23}{60}$	fl.	23
B.	$189\frac{7}{60}$	-	7
C.	$3614\frac{17}{60}$	-	17
D.	$211\frac{19}{60}$	-	19
E.	$536\frac{31}{60}$	-	31
F.	$190\frac{41}{60}$	-	41
G.	$88\frac{11}{60}$	-	11
H.	$38\frac{51}{60}$	-	51
I.	$104\frac{37}{60}$	-	37
K.	$75\frac{53}{60}$	-	53
	4		

Summe $5417\frac{5}{6}$ fl. $\frac{29\emptyset}{6\emptyset} = 4\frac{5}{6}$.

§. 110.

Uebungsbeispiele.

1) Wie viel betragen *in Berlin* $\frac{5}{24}$ Wispel + $\frac{7}{24} + \frac{11}{24} + \frac{13}{24} + \frac{17}{24} + \frac{19}{24} + \frac{23}{24}$ Wisp.?

2) Wie viel — $3\frac{7}{16}$ Pfd. + $\frac{9}{16} + 21\frac{5}{16} + 36\frac{15}{16} + 4\frac{3}{16} + 10\frac{11}{16}$?

3) Wie viel — 15 Rthlr. $16\frac{7}{12}$ Ggr. + 38 Rthlr. $19\frac{5}{12}$ Ggr. + 19 Rthlr. $17\frac{11}{12}$ Ggr. + 9 Rthlr. $9\frac{5}{12}$ Ggr. + $21\frac{11}{12}$ Ggr.?

4) Wie viel — $18\frac{7}{8} + 25\frac{3}{8} + 7\frac{5}{8} + 11\frac{7}{8} + 39\frac{3}{8} + 52\frac{5}{8}$ Ellen?

5) Wie viel betragen in Hamburg $7\frac{3}{16}$ Mk. + $8\frac{5}{16} + 9\frac{7}{16} + 12\frac{9}{16} + 18\frac{11}{16} + 43\frac{13}{16} + 87\frac{15}{16}$ Mk.?

6) Wie viel — $18\frac{7}{20}$ Stein + $13\frac{3}{20} + 19\frac{11}{20} + 34\frac{9}{20} + 107\frac{19}{20} + 73\frac{13}{20} + 60\frac{17}{20} + 8\frac{1}{20}$?

§. 111.

2) Haben aber die gegebenen Brüche ver-

schiedene Nenner, so müssen sie vor der Addition erst unter einerlei Nenner gebracht werden. So sind $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{8}$ weder 4 Viertel, noch 4 Achtel, und man kann diese beiden Brüche nicht eher addiren, als bis sie einerlei Nenner oder gleiche Benennung haben. Mache ich nun die $\frac{3}{4}$ zu Achtel, so erhalte ich $\frac{6}{8}$, hierzu $\frac{1}{8}$, so sind es zusammen $\frac{7}{8}$. Hieraus sieht man, daſs sich öfters ein Bruch, wie hier $\frac{3}{4}$, mit einem andern (hier $\frac{1}{8}$) unter gleiche Benennung bringen lasse, indem man nur den einen durch die Multiplication erweitert, und zwar mit der Zahl, welche anzeigt, wie oft der kleinere Nenner in dem gröſsern enthalten sey. Bei den obigen beiden Brüchen ist es die Zahl 2, denn 4 ist in 8 zweimal enthalten, folglich darf ich nur Zähler und Nenner mit 2 multipliziren, so kommen $\frac{6}{8}$. Dies gilt auch von folgenden Beispielen:

a) $\frac{5}{8} = \frac{10}{16}$
$\frac{7}{16}$
$\frac{17}{16} = 1\frac{1}{16}$

b) $\frac{11}{16}$ Rthlr.
$\frac{3}{4}$ - $= \frac{12}{16}$
$\frac{23}{16}$ Rthlr. $= 1\frac{7}{16}$ Rthlr.

c) $16\frac{1}{2}$ Zentn. $= \frac{4}{8}$ 4
$9\frac{3}{4}$ - $= \frac{6}{8}$ 6
$21\frac{7}{8}$ - $\frac{7}{8}$ 7
2
$48\frac{1}{8}$ Zentn. $\frac{17}{8} = 2\frac{1}{8}$

d) $7\frac{1}{4}$ fl $= \frac{5}{20}$ 5
$1\frac{9}{10}$ - $= \frac{18}{20}$ 18
$5\frac{17}{20}$ - $= \frac{17}{20}$ 17
2
73 fl. $\frac{40}{20} = 2$

Aus diesen Beispielen ergibt sich nun gleichsam von selbst: wenn mehrere Brüche zu addiren sind, deren Nenner in einem solchen Verhältnisse zusammen stehen, daſs die kleinern ohne Rest in dem gröſsten aufgehen, so kann man dieſen gröſsten als den gemeinschaftlichen Nenner aller Brüche annehmen. Nun dividirt

man diesen gemeinschaftlichen Nenner durch jeden der kleinern Nenner, und findet dadurch die Zahl, mit welcher die respectiven Zähler multiplizirt werden müssen, um in gleichem Verhältnisse mit den Nennern anzuwachsen, oder zuzunehmen. Z. B.

1) Addire $\frac{11}{48} + \frac{7}{24} + \frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{3}{8} + \frac{11}{12}$ Rthlr. Die Berechnung ist folgende:

			48
$\frac{11}{48}$	Rthlr.	1	11
$\frac{7}{24}$	-	2	14
$\frac{1}{2}$	-	24	24
$\frac{5}{6}$	-	8	40
$\frac{3}{8}$	-	6	18
$\frac{11}{12}$	-	4	44
$3\frac{7}{48}$	Rthlr.		$\frac{151}{48} = 3\frac{7}{48}$.

Der gemeinschaftliche, oder wie er auch genannt wird, *Generalnenner* ist hier 48; in diesem gehen alle übrigen Brüche ohne Rest auf. Die Zahlen linker Hand der verticalen Linie sind die, durch die Division der kleinern Nenner in dem obigen Generalnenner gefundenen Zahlen, mit welchen die Zähler der Brüche vermehrt werden müssen, um eine zu ihrem vergröſserten Nenner verhältniſsmäſsige Gröſse zu geben. Die Zahlen rechter Hand dieser verticalen Linie enthalten nun die neuen Zähler, deren Nenner 48 ist.

Zum Beweise der Richtigkeit dieser Rechnung abbrevire man jeden, auf diese Art erhaltenen neuen Bruch, und man wird den erstern Bruch, aus welchem derselbe entstanden ist, in eben denselben kleinern Zahlen wieder erhalten. Z. B.

2	24	8	6	4
$\frac{14}{48} \Big\vert \frac{7}{24}$	$\frac{24}{48} \Big\vert \frac{1}{2}$	$\frac{40}{48} \Big\vert \frac{5}{6}$	$\frac{18}{48} \Big\vert \frac{3}{8}$	$\frac{44}{48} \Big\vert \frac{11}{12}$

Wie der kleinste Generalnenner bei der Addition solcher Brüche, die kein so in die Augen fallendes Verhältniſs unter einander haben, gefunden werde, dies wird den Inhalt des folgenden §. ausmachen.

§. 112.

Ehe wir aber den zu Ende vorigen § erwähnten kleinsten Generalnenner finden lernen, ist hier der schicklichste Ort noch nachzuholen: wie zwei oder mehrere Brüche von ganz ungleichen Nennern unter einerlei Nenner gebracht werden. Man multiplizirt nämlich die Nenner mit einander und macht das Product zum gemeinſchaftlichen oder Generalnenner. Oder man multiplizirt, wenn es besonders nur zwei Brüche sind, jeden Bruch mit des andern Bruches Nenner. Es sollen z. B. $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ Rthlr. addirt werden, der gemeinschaftliche Nenner ist hier 3×4 d. i. 12 und die Berechnung ist folgende:

		12
$\frac{2}{3}$ Rthlr.	4	8
$\frac{3}{4}$ -	3	9
$1\frac{5}{12}$ Rthlr.		$\frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$

Oder:

$$\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{12}$$
$$\frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{12}$$
$$\frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}.$$

Ferner: wie viel betragen $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5}$ fl.?

$$\frac{3}{4}\text{ fl.} \times 5 = \frac{15}{20}$$
$$\frac{4}{5}\text{ -} \times 4 = \frac{16}{20}$$
$$\frac{31}{20} = 1\tfrac{11}{20}\text{ fl.} = 1\text{ fl. } 33\text{ Xr.}$$

Oder:

		20
$\frac{3}{4}$	5	15
$\frac{4}{5}$	4	16

$$\frac{31}{20} = 1\tfrac{11}{20}.$$

Addire $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{1}{3}$. Der Generalnenner ist hier $4 \times 5 \times 3 = 60$ und die Berechnung ist folgende:

		60
$\frac{1}{4}$	15	15
$\frac{2}{5}$	12	24
$\frac{1}{3}$	20	20
Summe		$\frac{59}{60}$

Da aber doch bei mehreren Brüchen, die addirt werden sollen, gewöhnlich gern einige darunter sind, die ein gewisses theilbares Verhältniſs unter einander haben, so schreibt man, um den *kleinsten gemeinschaftlichen Nenner* zu finden, erst alle Nenner der gegebenen Brüche in eine Reihe, und durchstreicht die *kleinern* Nenner, welche sich in den gröſsern ohne Rest aufheben lassen. Dann sucht und erwählt man sich einen Divisor, der sich in zwei oder mehrere der übrigen Nenner ohne Rest theilen läſst, und schreibt die Quotienten, so wie die Nenner, die sich durch den erwählten Nenner nicht theilen lassen, unter eine darunter gezogene Linie. Nun versucht man es nochmals, ob sich etwa ein oder der andere kleine Nenner

in einem gröſsern ohne Rest aufheben lasse, und streicht jenen in diesem Falle ebenfalls aus. Sollten sich unter den nun übrig gebliebenen Nennern noch einige durch eine Zahl theilen lassen, so erwähle man nochmals einen Divisor, und verfahre damit wie vorher. Läſst sich nichts mehr verkleinern, so multiplizirt man die sämmtlichen übriggebliebenen Nenner nebst den erwählten Divisoren mit einander, das Product derselben ist der *kleinste gemeinschaftliche* oder *Generalnenner*.

Dieser Generalnenner wird dann durch alle Nenner der gegebenen Brüche dividirt, mit den erhaltenen Quotienten aber werden sämmtliche Zähler multiplizirt. Die Producte hiervon sind die Zähler der Brüche, welche alle den gemeinschaftlichen Nenner haben, und den gegebenen Brüchen gleich sind.

Ex. 1) Es sollen addirt werden: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{7}{10} + \frac{8}{15}$ fl. Die Berechnung, welche $4\frac{47}{60}$ fl. zum Facit giebt, ist nach der gegebenen Anweisung folgende:

			60
$\frac{1}{2}$	fl.	30	30
$\frac{2}{3}$	-	20	40
$\frac{3}{4}$	-	15	45
$\frac{4}{5}$	-	12	48
$\frac{5}{6}$	-	10	50
$\frac{7}{10}$	-	6	42
$\frac{8}{15}$	-	4	32
$4\frac{47}{60}$	fl.		287

$\frac{287}{60}$ | 4
240
$\frac{47}{60}$

$\not 2.\ \not 3.\ 4,\ \not 5.\ 6.\ 10.\ 15.$
5)
$4.\ 6.\ \not 2.\ \not 3.$
2)
$2.\ 3.$

Generalnenner: $2 \times 3 \times 2 \times 5 = 60.$

O d e r:

$\not 2.\ \not 3.\ 4.\ \not 5.\ 6.\ 10.\ 15.$
2)
$2.\ \not 3.\ \not 5.\ 15.$

Generalnenner: $2 \times 15 \times 2 = 60.$

Unter den hier zur Rechten besonders notirten Nennern gehen auf 2 in 4; 3 und 5 in 15, es bleiben nun übrig 4 6 10. 15, wo man es den letztern beiden gleich ansieht, daſs sie sich durch 5 ohne Rest theilen lassen, die dadurch erhaltenen Quotienten 2 und 3 gehen nun in 4 und 6 auf. Diese zwei Nenner (4 und 6) lassen sich durch den Divisor 2 verkleinern, nämlich in 2 und 3. Das Product von diesen Nennern 2 und 3 und den erwählten beiden Divisoren gibt den Generalnenner 60. Dieser Generalnenner wird durch einen jeden Nenner der gegebenen Brüche dividirt, und dadurch diejenige Zahl gefunden, welche anzeigt, wie vielmal der Generalnenner gröſser sey, als der gegebene; wird nun der Zähler des gegebenen Bruches eben so vielmal gröſser gemacht, so behält der neue Bruch den Werth des alten. Die linker Hand der senkrechten Linie befindlichen Zahlen sind also die, durch die Division der Nenner der gegebenen Brüche in den Generalnenner gefundenen respectiven Quotienten, mit welchen aber, der Kürze wegen, nur die Zähler der gegebenen Brüche multiplizirt werden, weil die Multiplication derselben mit den Nennern jedesmal den obigen Generalnenner zum Producte bringt.

Ex. 2) Addire nachstehende Posten:

							1440
354	Rthlr.	12	Gr.	$7\frac{5}{6}$	Pf.	240	1200
88	-	23	-	$9\frac{7}{8}$	-	180	1260
117	-	13	-	$6\frac{5}{9}$	-	160	800
33	-	—	-	8	-		
16	-	21	-	$\frac{17}{24}$	-	60	1020
686	-	18	-	$5\frac{21}{32}$	-	45	945
77	-	15	-	$7\frac{8}{15}$	-	96	768
160	-	—	-	—	-		
98	-	22	-	$3\frac{11}{12}$	-	120	1320
234	-	19	-	$1\frac{17}{18}$	-	80	1360
57	-	16	-	$\frac{2}{3}$	-	480	960
743	-	21	-	$5\frac{23}{30}$	-	48	1104
96	-	—	-	$11\frac{31}{45}$	-	32	992
420	-	18	-	$4\frac{3}{4}$	-	360	1080
8		6		8			
3187	Rthlr.	12	Gr.	$2\frac{1289}{1440}$	Pf.		

$\frac{12809}{1440} = 8\frac{1289}{1440}$ od. 9 Pf. cca.

Nenner. ~~6~~. ~~8~~. ~~9~~. 24. 32. ~~15~~. ~~12~~. 18. ~~3~~. 30. 45. ~~4~~.

8) ~~3~~. 4. 18. 30. 45.

5) 4. 18 ~~6~~. ~~9~~.

2) 2. 9.

Generalnenner $2 \times 9 \times 2 \times 5 \times 8 = 1440$.

Hieraus sieht man zugleich, daſs, wenn gemischte Brüche zu addiren sind, man erst die den ganzen Zahlen angehängten Brüche, wie kleinere Sorten, addirt, und die darin enthaltenen Ganzen zu den Ganzen selbst mit überträgt. Die Summe der addirten Brüche macht $\frac{12809}{1440}$, worin 8 Ganze enthalten sind, die nun zu den Pfennigen hinzu addirt werden.

Anmerk. Bisweilen kann sich's treffen, daſs nicht nur Brüche von verschiedenen Nennern, sondern auch von verschiedenen Sorten zu ad-

diren sind, da muſs man den Bruch der höhern Benennung oder Sorte vorher resolviren. Z. B. wie viel betragen $317\frac{1}{2}$ Rthlr. + 82 Rthlr. $19\frac{3}{4}$ Gr. + 154 Rthlr. $10\frac{1}{3}$ Gr.? Der Ansatz und die Berechnung ist wie folgt:

					12
	317 Rthlr.	12 Gr.	—		
	82 -	$19\frac{3}{4}$ -	3		9
	154 -	$10\frac{1}{3}$ -	4		4
Summe	554 Rthlr.	$18\frac{1}{12}$ Gr.	$\frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$		

§. 113.

Uebungsbeispiele.

1) Addire $\frac{3}{4}$ Zentn. + $\frac{1}{2}$ Zentn. + $\frac{5}{8}$ Zentn. + $\frac{1}{4}$ Zentn. + $\frac{7}{8}$ Zentn.

2) — $18\frac{3}{4}$ Rthlr. + $12\frac{1}{2}$ Rthlr. + $8\frac{2}{3}$ Rthlr. + $9\frac{5}{8}$ Rthlr. + $10\frac{5}{6}$ Rthlr. + $37\frac{11}{12}$ Rthlr. + $63\frac{17}{24}$ Rthlr.

3) — $7\frac{1}{4}$ Pfd. + $16\frac{1}{2}$ Pfd. + $\frac{7}{8}$ Pfd. + $12\frac{9}{16}$ Pfd. + $31\frac{31}{32}$ Pfd.

4) Der Fuhrmann *Marheineke* in Hildesheim hat 6 Fässer Kaufmannsgüter nach Braunschweig zu liefern, Nr. 1. wiegt $7\frac{5}{8}$ Zentn., Nr. 2. $6\frac{3}{4}$ Zentn., Nr. 3. $8\frac{1}{2}$ Zentn., Nr. 4. $5\frac{7}{8}$ Zentn., Nr. 5. $6\frac{1}{2}$ Zentn., Nr. 6. $7\frac{1}{4}$ Zentn., wie viel Zentner beträgt es zusammen?

5) Ein amsterdamer Kaufmann hat folgende Debitoren: A. $1195\frac{3}{4}$ fl., B $785\frac{7}{10}$ fl., C. $921\frac{4}{5}$ fl., D. $3746\frac{9}{20}$ fl., E. $562\frac{2}{3}$ fl., F. $4629\frac{11}{12}$ fl. Wie viel beträgt die Summe?

6) *Mart. Lima* in Lissabon sendet folgende 6 Fässer Kaffee nach Bremen: Nr. 18. $519\frac{1}{4}$ Arrobe; Nr. 20. $486\frac{5}{8}$ Ar.; Nr. 21. $529\frac{11}{16}$ Ar.; Nr. 22. $611\frac{29}{32}$ Ar.; Nr. 30. $490\frac{7}{8}$ Ar. und Nr. 34. $554\frac{13}{16}$ Ar. Wie viel Arroben Kaffee sind es zusammen?

7) *Sylv. Tempest* in London übernimmt zugleich mit der Handlung folgende Creditoren: L. 349 L. 8. S. $9\frac{1}{2}$ D., M. 672 L. 18 S. $4\frac{3}{4}$ D., N. 182 L. 15 S. $3\frac{5}{12}$ D., O. 251 L. 11 S. $10\frac{13}{24}$ D., P. 35 L. 4 S. $6\frac{19}{36}$ D., Q. 18 L. 8 S. $8\frac{23}{32}$ D., R. 104 L. 19 S. $7\frac{11}{24}$ D., S 49 L. 13 S. $5\frac{7}{8}$ D. Wie viel Lsterl. u. s. w. braucht derselbe, um diese übernommenen Gläubiger zu befriedigen?

8) Addire $\frac{4}{5} + \frac{9}{10} + \frac{1}{2} + \frac{7}{15} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{1}{6} + \frac{11}{12}$.

9) — $17\frac{5}{8} + 31\frac{7}{12} + 9\frac{9}{16} + 109\frac{11}{24} + 8\frac{21}{32} + \frac{3}{4} + 88 + 11\frac{2}{3} + 79\frac{7}{15} + 30\frac{17}{30}$.

10) Wie heifst die Summe von folgenden Geldposten in Bremen; $345\frac{41}{54}$ Rthlr. + $137\frac{7}{8}$ Rthlr. $98\frac{23}{36}$ Rthlr. + $18\frac{65}{72}$ Rthlr. + $1846\frac{3}{4}$ Rthlr. + $79\frac{19}{24}$ Rthlr. + $158\frac{31}{96}$ Rthlr. + $1009\frac{5}{6}$ Rthlr.?

11) Wie viel beträgt die Summe von nachstehenden Brüchen: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{9}$ und $\frac{9}{10}$?

12) Desgleichen von: $\frac{10}{11}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{17}{18}$, $\frac{19}{22}$, $\frac{23}{24}$, $\frac{29}{30}$ und $\frac{35}{36}$?

B. *Subtraction der Brüche.*

§. 114.

Bei der Subtraction der Brüche werden ebenfalls nur die Zähler subtrahirt, sind aber die Nenner verschieden, so müssen sie, wie bei der Addition, erst unter einerlei Benennung gebracht werden. Es sind übrigens nur einige Bemerkungen, die man sich bekannt zu machen hat.

1) Haben die gegebenen Brüche gleiche Nenner, so wird der Zähler des Subtrahenden von dem Zähler des Minuenden abgezogen, dem Reste aber wird der Nenner der Brüche wieder beigefügt. Dieser Rest kann dann, wo es angeht, wieder abbrevirt oder in kleinern Zahlen ausgedrückt werden: z. B. $\frac{3}{8}$ von $\frac{7}{8}$ bleiben $\frac{4}{8}$, d. i. $\frac{1}{2}$. Oder $\frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

Ferner $\frac{5}{24}$ Rthlr. von $\frac{23}{24}$ Rthlr. bleiben $\frac{18}{24}$, d. i. $\frac{3}{4}$ Rthlr. Oder $\frac{23}{24} - \frac{5}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$.

2) Haben aber die gegebenen Brüche ungleiche Nenner, so werden sie zuvor, nach §. 111. unter einerlei Nenner gebracht, und dann, wie eben gelehrt worden, subtrahirt. Z. B. von $\frac{3}{4}$ Rthlr. sollen $\frac{2}{3}$ Rthlr. subtrahirt werden. Der Rest läſst sich zwar hier in guten Groschen gleich im Kopfe berechnen, allein als Beispiel eines Subtractionsgeschäftes in Brüchen wird die beigefügte Berechnung Entschuldigung verdienen. Es ist diese:

		12		
$\frac{3}{4}$ Rthlr.	3	9	Oder:	$\frac{3}{4} \times 3 = \frac{9}{12}$
$\frac{2}{3}$ -	4	8		$\frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{12}$
Rest		$\frac{1}{12}$ Rthlr.	Rest	$\frac{1}{12}$

Ferner subtrahire $\frac{1}{4}$ Zentn. von $\frac{7}{8}$ Zentn.; der Rest ist $\frac{5}{8}$ Zentn. wie hier folgt:

$\frac{7}{8}$ Zentn.
$\frac{1}{4}$ - $= \frac{2}{8}$

Rest $\frac{5}{8}$ Zentn.

Subtrahire 192 fl. 16 Stüv. $12\frac{3}{8}$ Pf. holl. von 400 fl. 10 Stüv. $4\frac{3}{4}$ Pf. Der Rest ist 207 fl. 13 Stvr. $8\frac{3}{8}$ Pf. wie hier folgt:

	400 fl.	10 Stüv.	$4\frac{3}{4}$ Pf.	$= \frac{6}{8}$
	192 -	16 -	$12\frac{3}{8}$ -	
Rest	207 fl.	13 Stüv.	$8\frac{3}{8}$ Pf.	

Wie viel beträgt der Rest, wenn $3\frac{2}{5}$ Zentn. von $8\frac{3}{4}$ Zentn. abgezogen werden?

		20	
	$8\frac{3}{4}$ Zentn.	5	15
	$3\frac{2}{5}$ -	4	8
Rest	$5\frac{7}{20}$ Zentn.		

§. 115.

3) Ist ein Bruch von einer ganzen Zahl zu subtrahiren, so borgt man sich von der ganzen Zahl eine Einheit, verwandelt sie in eben solche Theile, als der Nenner des Bruches anzeigt, und zieht dann den Zähler des Bruches davon ab. Z. B. ich soll $\frac{3}{8}$ Zentner von 12 Zentn. abziehen. Da borge ich mir 1 Zentner, und verwandle denselben in solche Theile, als der Nenner des Bruches anzeigt, nämlich in $\frac{8}{8}$; nun sage ich 3 von 8 bleiben 5, nämlich Achtel. Der Rest ist also $11\frac{5}{8}$, wie hier stehet:

	12. Zentn.
	$\frac{3}{8}$
Rest	$11\frac{5}{8}$ Zentn.

Oder man zieht in diesem Falle gleich den Zähler von dem Nenner ab, und vermindert die ganze Zahl um eins.

Z. B.	6 Rthlr.	— $\frac{1}{4}$ Rthlr.	=	$5\frac{3}{4}$ Rthlr.
	10 fl.	— $\frac{7}{10}$ fl.	=	$9\frac{3}{10}$ fl.
	34 Pfd.	— $\frac{3}{8}$ Pfd.	=	$33\frac{5}{8}$ Pfd.
	196 L.	— $\frac{11}{20}$ L.	=	$195\frac{9}{20}$ L.

4) Ist bei einer gemischten Zahl der Bruch im Minuenden kleiner, als der Bruch des Subtrahenden, so borgt man sich ebenfalls von den

Ganzen eine Einheit, verwandelt sie in die Theile des Nenners der gegebenen Brüche u. s. w. wie folgende Beispiele zeigen:

a) Subtrahire $3\frac{7}{8}$ Zentn. von $6\frac{1}{2}$ Zentn.

$6\frac{1}{2}$ Zentn. $= \frac{4}{8}$ Oder $6\frac{1}{2}$ Zent. $\frac{12}{8}$
$3\frac{7}{8}$ - $3\frac{7}{8}$ -

Rest $2\frac{5}{8}$ Zentn. $2\frac{5}{8}$ Zentn.

$\frac{7}{8}$ Zentner können von $\frac{1}{2}$ Zentn. auch bei gleichem Nenner nicht abgezogen werden, ich borge daher von den 6 Zentn. einen, verwandle ihn in Achtel $\left\{\frac{8}{8}\right\}$ und ziehe nun entweder den Zähler des Subtrahenden gleich davon ab, nämlich 7 von 8 bleibt 1 Achtel, hierzu die $\frac{4}{8}$ im Minuenden, so sind es $\frac{5}{8}$; oder ich addire erst die geborgte Einheit, nach ihren Theilen, zu dem Bruche des Minuenden, und ziehe dann den Zähler des Subtrahenden davon ab. In beiden Fällen bleiben $\frac{5}{8}$.

b) $32\frac{2}{3}$ fl. 10 | 20 + 30 (30)
$19\frac{9}{10}$ - 3 | 27

$12\frac{23}{30}$ fl.

c) $104\frac{1}{4}$ Mk. 3 | 3 + 12 (12)
$86\frac{5}{6}$ - 2 | 10

$17\frac{5}{12}$ Mk.

d) 3000 Rthlr. 12. Ggr. $4\frac{1}{3}$ Pf. 8 | 8 + 24 (24)
2450 - 20 - $8\frac{7}{8}$ - 3 | 21

549 Rthlr. 15 Ggr. $7\frac{11}{24}$ Pf.

§. 116.

5) Sind mehrere Posten gegeben, welche von dem Minuenden abgezogen werden sollen, so bringt man sie, wie oben §. 66. bei ungleichbenannten Zahlen gezeigt worden, vorher in eine Summe, und zieht diese von dem gegebenen Minuenden ab.

Z. B. Ein Kaufmann hat $45\frac{1}{2}$ Zentn. braunen Kandies-Zucker liegen, davon versendet er an A. $3\frac{3}{8}$ Zentn., an B. $3\frac{5}{8}$ Zentn., an C. $7\frac{1}{2}$ Zentn., an D. $15\frac{1}{4}$ Zentn., an E. $13\frac{7}{8}$ Zentn. Wie viel wird er noch vorräthig behalten?

	$45\frac{1}{2}$ Zentn.	=	$\frac{4}{8}$
	$3\frac{3}{8}$	-	3
	$3\frac{5}{8}$	-	5
	$7\frac{1}{2}$	-	4
	$15\frac{1}{4}$	-	2
	$13\frac{7}{8}$	-	7
	2		
ab	$43\frac{5}{8}$	-	$\frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$
Rest	$1\frac{7}{8}$ Zentn.		

Franz Merlöb in Breslau hatte als Vormund an baarem Gelde übernommen 9876 Rthlr. $12\frac{11}{24}$ Silbergr. Davon bezahlte er folgende Schulden: an V. 145 Rthlr. $18\frac{3}{4}$ Sgr., an W. 73 Rthlr. $29\frac{3}{8}$ Sgr., an X. 64 Rthlr. $20\frac{15}{16}$ Sgr., an Y. 19 Rthlr. $28\frac{19}{32}$ Sgr., an Z. 388 Rthlr. $15\frac{13}{24}$ Sgr. und seinem Mündel M. sandte er nach Jena 265 Rthlr. $24\frac{1}{2}$ Sgr. Wie viel baares Geld blieb ihm noch übrig? Antw. 8917 Rthlr. $24\frac{73}{96}$ Sgr., nach folgender Berechnung:

	9876 Rthlr.		$12\frac{11}{24}$ Sgr.	=	$\frac{44}{96}$	
					96	
an V.	145	-	$18\frac{3}{4}$	-	24	72
an W.	73	-	$29\frac{3}{8}$	-	12	36
an X.	64	-	$20\frac{15}{16}$	-	6	90
an Y.	19	-	$28\frac{19}{32}$	-	3	57
an Z.	388	-	$15\frac{13}{24}$	-	4	52
an M.	265	-	$24\frac{1}{2}$	-	48	48
	4		3			
	958	-	$17\frac{67}{96}$	-	$\frac{355}{96} = 3\frac{67}{96}$	
Rest	8917 Rthlr.		$24\frac{73}{96}$ Sgr.			

~~4~~. ~~8~~. ~~16~~. 32. 24. ~~2~~.

8) ―――

4. 3.

Generaln. $3 \times 4 \times 8 = 96$

§. 117.

Uebungsbeispiele.

1) Wie heiſst der Rest, wenn $\frac{1}{2}$ Rthlr. von $\frac{5}{6}$ Rthlr. abgezogen wird?

2) Wie — — — wenn $15\frac{1}{3}$ Rthlr. von $40\frac{17}{24}$ Rthlr. abgezogen werden?

3) Wie — — — wenn 14 Rthlr. $18\frac{3}{4}$ Ggr. von 27 Rthlr. $9\frac{5}{12}$ Ggr. abgezogen werden?

4) Wie — — — wenn $150\frac{4}{5}$ fl. von $300\frac{1}{3}$ fl. abgezogen werden?

5) Subtrahire $349\frac{1}{4}$ Lsterl. von $728\frac{1}{5}$ L.

6) — 137 fl. + $256\frac{3}{4}$ fl. von $621\frac{1}{20}$ fl holl.

7) — $3280\frac{1}{2}$ Mk. + $165\frac{5}{8}$ Mk. von $5680\frac{11}{12}$ Mk. lüb.

8) — $963\frac{17}{36}$ Rthlr. von $1000\frac{1}{9}$ Rthlr. brem.

9) A. hat $12\frac{3}{4}$ Morgen Land, verkauft davon $4\frac{3}{8}$ Morgen; wie viel behält er noch?

10) Von $20\frac{1}{4}$ Pfd. roher Wolle lieferte N. $18\frac{25}{32}$ Pfd.; wie viel ist beim Kratzen und Spinnen verloren gegangen?

11) Von $134\frac{3}{8}$ Stein Wolle werden verkauft $87\frac{8}{11}$ Stein; wie viel beträgt der Rest?

12) Von 250 Ellen rothen Kasimir wurden verkauft: $24\frac{3}{4}$ Ellen + $7\frac{5}{8}$ Ellen + $40\frac{3}{16}$ Ellen + $56\frac{1}{2}$ Ell. + $27\frac{7}{16}$ Ell; wie viel betrug der Rest?

13) Von 7000 Rthlr. Schulden wurden nach und nach abgetragen: 849 Rthlr. $18\frac{1}{3}$ Ggr. + 1254 Rthlr. $9\frac{5}{6}$ Ggr. × 3005 Rthlr. $21\frac{7}{8}$ Ggr. + 1436 Rthlr. $15\frac{3}{4}$ Ggr. + 454 Rthlr. $5\frac{1}{6}$ Ggr.; wie viel betrug der Rest?

14) Um wie viel sind 1200 Rthlr. $18\frac{1}{3}$ Ggr. unterschieden von 998 Rthlr. $20\frac{5}{8}$ Ggr.?

15) *F. Buckel* in G. hat 2 Mark $11\frac{1}{2}$ Karath Gold, braucht aber zu einer Arbeit 3 Mk. $6\frac{1}{4}$ Kar.; wie viel fehlt ihm noch?

16) *Sigm. Kurz* war 31 Jahr $5\frac{3}{10}$ Monat alt, als er sich verheirathete, und erreichte ein Alter von 74 Jahren $3\frac{1}{2}$ Monat; wie lange ist er verheirathet gewesen?

§. 118.

Anhang zur Addition und Subtraction der Brüche.

Das Gewicht der Waaren in ganzen Ballen, Säcken, Fässern u. s. w. wird mehrentheils nach den gröſsten und höhern Benennungen angegeben, z. B. nach Schiffpfunden, Liespfunden, Zentnern, Steinen u. s. w. Man hat daher zum Abwägen solcher Waaren nicht nur besondere Gewichte, z. B. von einem Zentner, sondern auch dreiviertel, halbe, viertel und achtel Zentner. Sehr oft trifft sich's nun, daſs man in die eine oder in die andere Waagschale noch einzelne Pfunde hinzulegen muſs, um das Gewicht der Waare bis auf die kleinern Theile genau anzugeben. Ist man genöthigt, in die Waagschale des Gewichts noch mehrere einzelne Pfunde zu legen, so beträgt natürlich das Gewicht der Waare noch so viel mehr, und man bezeichnet diesen Ueberschuſs durch das Zeichen + (plus), welches man der kleinern Sorte des Gewichts zur Rechten beifügt. Beträgt hingegen das in der Waagschale befindliche Gewicht gegen die Waare schon zu viel, so werden, im Falle sich das gröſsere Gewicht nicht mit einem kleinern vertauschen läſst, in die Waagschale der Waare noch einzelne Pfunde gelegt, um das Verhältniſs der Waare zum Gewichte genau zu bestimmen. Da nun aber die Waare um so viel weniger wiegt, als das bei derselben liegende

Gewicht, so wird das Fehlende durch das Zeichen ÷ (minus) bemerkt, und bei Berechnung der Waare abgezogen.

Hierauf beziehen sich folgende Additions- und Subtractionsaufgaben, wobei nur noch zu merken, daſs bei erstern die Zahlen mit dem Plus- und die mit dem Minus-Zeichen besonders addirt, und dann subtrahirt werden. Der Rest erhält das Zeichen der gröſsern Summe. Bei den Subtractionsaufgaben werden die Zahlen, wenn sie verschiedene Zeichen haben, (nämlich + und ÷) addirt, und man gibt der Summe das Zeichen des Minuenden; haben sie aber gleiche Zeichen, so werden sie, wenn der Minuend gröſser ist, als der Subtrahend, wie gewöhnlich subtrahirt. Ist jedoch der Subtrahend gröſser, als der Minuend, so zieht man diesen von jenem ab, und gibt dem Reste das entgegengesetzte Zeichen des Minuenden.

Aufgabe. 1) *Karl Klüger* in Hannover erhält von Hamburg 4 Tonnen Karolina-Reiſs, Nr. 19 wiegt $10\frac{1}{4}$ Zentn. + 2 Pfd., Nr. 21 wiegt $11\frac{7}{8}$ Zentn. ÷ 6 Pfd., Nr. 22 wiegt $9\frac{1}{2}$ Zentn. ÷ 4 Pfd. und Nr. 30 wiegt $13\frac{3}{4}$ Zentn. + 3 Pfd. Wie viel beträgt es zusammen? Antw. $45\frac{3}{8}$ Zentn. ÷ 5 Pfd. nach folgender Berechnung:

Nr. 19.	$10\frac{1}{4}$	Zentn.	+ 2 Pfd.	
- 21.	$11\frac{7}{8}$	-	÷ 6 -	
- 22.	$9\frac{1}{2}$	-	÷ 4 -	+ 5 Pfd.
- 30.	$13\frac{3}{4}$	-	+ 3 -	÷ 10 -
Summe	$45\frac{3}{8}$	Zentn.	÷ 5 Pfd.	÷ 5 Pfd.

2) Wenn nun für die Tonnen, in welchen sich der Reiſs befindet, $2\frac{1}{2}$ Zentn. + 3 Pfd. als

Tara abgezogen werden sollen, wie viel wird der erhaltene Reiſs dann *netto* betragen? Antw. $42\frac{7}{8}$ Zentn. ÷ 8 Pfd., wie hier folgt:

Brutto	$45\frac{3}{8}$ Zentn.	÷ 5 Pfd.	
Tara	$2\frac{1}{2}$ -	+ 3 -	
Netto	$42\frac{7}{8}$ Zentn.	÷ 8 Pfd.	

Das Gewicht der Waare nebst den Tonnen beträgt $45\frac{3}{8}$ Zentn., weniger 5 Pfund. Da nun nicht nur diese 5 Pfd., sondern auch noch $2\frac{1}{2}$ Zentn. und 3 Pfd. davon abgezogen werden sollen, so beträgt der ganze Abzug $2\frac{1}{2}$ Zentn. und 8 Pfd.; folglich kann auch der Rest nur $42\frac{7}{8}$ Zentn., weniger 8 Pfd. seyn.

3) Braunschweig erhält von Leipzig 4 Faſs Rüböl;

Nr. 1.	wiegt	$16\frac{3}{8}$ Zentn.	+ 6 Pfd.	
- 2.	—	$14\frac{1}{4}$ -	÷ 3 -	
- 3.	—	$12\frac{1}{2}$ -	÷ 4 -	+ 10 Pfd.
- 4.	—	$10\frac{1}{4}$ -	+ 4 -	÷ 7 -
Summe		$53\frac{3}{8}$ Zentn.	+ 3 Pfd.	+ 3 Pfd.

4) Wenn nun die Fässer $4\frac{1}{4}$ Zentner + $6\frac{1}{2}$ Pfd. wiegen, so beträgt das Nettogewicht $49\frac{1}{8}$ Zentn. ÷ $3\frac{1}{2}$ Pfd., denn

Brutto	$53\frac{3}{8}$ Zentn.	+ 3 Pfd.
Tara	$4\frac{1}{4}$ -	+ $6\frac{1}{2}$ -
Netto	$49\frac{1}{8}$ Zentn.	÷ $3\frac{1}{2}$ Pfd.

Mehreres hiervon enthält die Waarenberechnung im zweiten Cursus.

C. *Multiplication der Brüche.*

§. 119.

Ein Product von ganzen Zahlen ist jederzeit *gröſser*, als jeder der Factoren; z. B. $4 \times 6 = 24$. Das Product 24 ist augenscheinlich gröſser, als der Multiplicator 4, und gröſser als der Multiplicand 6, d. h. es ist gröſser, als jeder der Factoren. *Ein Product von Brüchen hingegen ist allemal kleiner, als jeder der Factoren.* Z. B. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ Rthlr. kann weder $\frac{1}{2}$ noch $\frac{2}{3}$ selbst seyn, sondern es muſs $\frac{1}{2}$ mal oder die Hälfte von $\frac{2}{3}$ Rthlr., das ist $\frac{1}{3}$ Rthlr. seyn. $\frac{2}{3}$ Rthlr. sind 16 Ggr., die Hälfte davon sind 8 Ggr. und diese sind weniger, als $\frac{1}{2}$ und weniger als $\frac{2}{3}$ Rthlr.

Die Multiplication der Brüche erfordert übrigens keine der Vorarbeiten, wie das Addiren und Subtrahiren derselben; denn hier ist es ganz einerlei, ob die Nenner gleich sind, oder nicht. Die Hauptregel ist:

Multiplizire die beiden Zähler und die beiden Nenner mit einander, der herausgekommene neue Bruch ist das Product.

Da aber doch einige Verschiedenheiten und vortheilhafte Verfahrungsarten hierbei Statt finden, so werden die folgenden §§. die dazu nöthigen Erläuterungen enthalten.

§. 120.

1) *Brüche mit ganzen Zahlen;* oder auch, umgekehrt, *ganze Zahlen mit Brüchen zu multipliziren.* In beiden Fällen wird die Multiplication am Zähler des Bruches verrichtet; man

multiplizirt ihn nämlich mit der ganzen Zahl, und läſst den Nenner unverändert. So sind 3 mal $\frac{1}{4}$ Pfd. gewiſs $\frac{3}{4}$ Pfd., und $5 \times \frac{3}{8}$ Zentn. $=$ $\frac{15}{8}$ Zentn. Da aber hieraus meistentheils unächte Brüche entstehen, so dividirt man (§. 95.) den Zähler durch den Nenner, um die darin enthaltenen Ganzen besonders anzuzeigen.

Sollen aber z. B. 5 Rthlr. $\frac{3}{4}$ mal genommen werden, so heiſst dies, man soll den vierten Theil von 5 Rthlr. dreimal nehmen. Der 4te Theil von 5 Rthlr. oder $\frac{1}{4} \times 5$ sind $\frac{5}{4}$ oder $1\frac{1}{4}$ Rthlr.; dreimal so viel beträgt $\frac{15}{4}$ oder $3\frac{3}{4}$ Rthlr. Das nämliche Product zeigt sich, wenn man gleich den Zähler des Bruches mit der ganzen Zahl multiplizirt, als $\frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$. So sind $9 \times \frac{3}{8}$ Zentn. $= \frac{27}{8}$ oder $3\frac{3}{8}$ Zentn., und 9 Zentn. mit $\frac{3}{8}$ multiplizirt, gibt das nämliche Product. Hierauf beziehen sich nachstehende, bereits ausgerechnete

Uebungsbeispiele.

$3 \times \frac{7}{8}$ Rthlr. $= \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$ Rthlr.

$4 \times \frac{3}{5}$ fl. $= \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ fl.

$\frac{2}{3} \times 10$ fl. $= \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$ fl.

$\frac{4}{5} \times 6$ Zentn. $= \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}$ Zentn.

$5 \times \frac{5}{8}$ Pfd. $= \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$ Pfd.

$\frac{11}{16} \times 7$ Mk. $= \frac{77}{16} = 4\frac{13}{16}$ Mk.

$$10 \times \tfrac{8}{9}\ \text{Rthlr.} = \frac{80}{9} = 8\tfrac{8}{9}\ \text{Rthlr.}$$

$$\tfrac{7}{12} \times 20\ \text{Rthlr.} = \frac{140}{12} = 11\tfrac{2}{3}\ \text{Rthlr.}$$

$$11 \times \tfrac{17}{24}\ \text{Rthlr.} = \frac{187}{24} = 7\tfrac{19}{24}\ \text{Rthlr.}$$

$$\tfrac{17}{32} \times 109\ \text{Pfd.} = \frac{1853}{32} = 57\tfrac{29}{32}\ \text{Pfd.}$$

§. 121.

Die Multiplication der Brüche — so wie die Division derselben, wie wir weiter unten §. 128. sehen werden — kann aber auch, in gewissen Fällen, nach einer zweiten Manier bewerkstelliget werden, nämlich *durch eine mit dem Nenner vorzunehmende Procedur.* Aus der oben §. 93. enthaltenen sinnlichen Darstellung, in Vergleichung mit den §. 96. gezeigten Veränderungen der Brüche durch ihre respectiven Zähler und Nenner, ist klar, daſs die Theile eines Ganzen, wenn man sie durch irgend eine Zahl dividirt, um so viel mal gröſser werden, als diese Zahl Einheiten hat. Dividire ich z. B. in $\frac{5}{24}$ den Nenner 24 durch 4, so erhalte ich $\frac{5}{6}$, welches 4 mal mehr ist als $\frac{5}{24}$. Anstatt also $4 \times \frac{5}{24}$ nach der im vorigen §. gegebenen Regel zu multipliziren, kann man in allen solchen Fällen, wo der Multiplicator in dem Nenner des Bruches ohne Rest aufgeht, den Nenner des Bruches, der Kürze wegen, durch die ganze Zahl dividiren. Ein Jeder sieht auch sogleich ein, daſs $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$; denn $\frac{20}{24}\Big|^{4} = \frac{5}{6}$. Hieraus folgt nun — und ich hoffe, daſs es einem Jeden, der die obigen §§. wieder nachgelesen hat, erklärbar und einleuchtend seyn werde —

daſs die Multiplication eines Bruches,

wenn sie am Nenner desselben vollzogen werden soll, durch die Division des Nenners bewerkstelliget werden mufs.

Zur Erläuterung und Uebung folgen hier sogleich einige Beispiele, wo die ganze Zahl, sie sey nun Multiplicator oder Multiplicand, allemal in dem Nenner des Bruches ohne Rest aufgeht.

$$2 \times \tfrac{3}{4} \text{ Pfd.} = \frac{3}{2} = 1\tfrac{1}{2} \text{ Pfd.}$$

$$3 \times \tfrac{5}{6} \text{ Rthlr.} = \frac{5}{2} = 2\tfrac{1}{2} \text{ Rthlr.}$$

$$4 \times \tfrac{7}{8} \text{ fl.} = \frac{7}{2} = 3\tfrac{1}{2} \text{ fl.}$$

$$\tfrac{8}{9} \times 3 \text{ Ggr.} = \frac{8}{3} = 2\tfrac{2}{3} \text{ Ggr.}$$

$$\tfrac{9}{10} \times 5 \text{ Stüv.} = \frac{9}{2} = 4\tfrac{1}{2} \text{ Stüv.}$$

$$5 \times \tfrac{41}{60} \text{ fl.} = \frac{41}{12} = 3\tfrac{5}{12} \text{ fl.}$$

$$6 \times \tfrac{23}{30} \text{ fl.} = \frac{23}{5} = 4\tfrac{3}{5} \text{ fl.}$$

$$\tfrac{29}{36} \times 9 \text{ Rthlr.} = \frac{29}{4} = 7\tfrac{1}{4} \text{ Rthlr.}$$

$$\tfrac{31}{32} \times 16 \text{ Pfd.} = \frac{31}{2} = 15\tfrac{1}{2} \text{ Pfd.}$$

$$11 \times \tfrac{49}{55} \text{ Zentn.} = \frac{49}{5} = 9\tfrac{4}{5} \text{ Zentn.}$$

Ganz reine ganze Zahlen aber kommen, als Product der Bruchmultiplication, dann zum Vorschein, wenn der Multiplicator mit dem Nenner des zu multiplizirenden Bruches, oder auch umgekehrt, wenn die zu multiplizirende Zahl mit dem Nenner des Multiplicators *eine und ebendieselbe Zahl* ausmacht; z. B.

$$3 \times \tfrac{2}{3} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\tfrac{3}{4} \times 4 = \frac{3}{1} = 3$$

$$6 \times \tfrac{5}{6} = \frac{5}{1} = 5$$

$$\tfrac{7}{8} \times 8 = \frac{7}{1} = 7$$

$$\tfrac{11}{12} \times 12 = \frac{11}{1} = 11$$

$$16 \times \tfrac{7}{16} = \frac{7}{1} = 7$$

$$20 \times \tfrac{2}{5} = 4 \cdot \frac{2}{1} = 8$$

$$\tfrac{3}{4} \times 24 = \frac{3}{1} \cdot 6 = 18$$

§. 122.

2) Sind *gemischte Brüche* mit ganzen Zahlen, oder umgekehrt ganze Zahlen mit gemischten Brüchen zu multipliziren, so geschieht dies, mit Anwendung der in den beiden vorigen §§. enthaltenen Anweisung, indem man mit der ganzen Zahl zuerst den Bruch, und dann auch die an demselben befindlichen Ganzen multiplizirt. Wie viel betragen z. B. 6 mal $8\tfrac{3}{4}$ fl. holländisch? Das Product ist $6 \times \tfrac{3}{4} = \frac{18}{4}$ oder $4\tfrac{1}{2}$ und $6 \times 8 = 48$, also $48 + 4\tfrac{1}{2}$, d. i. $52\tfrac{1}{2}$ fl. holl. Die äuſsere Form der Berechnung selbst ist folgende:

$$\begin{array}{l} 8\tfrac{3}{4}\text{ fl.} \times 6 \\ \hline \quad (6 \\ 52\tfrac{1}{2}\text{ fl.} \end{array}$$

Oder wie heiſst das Product von $12\tfrac{3}{5} \times 20$ Lsterl.? Der wahre Multiplicand ist 20 Lsterl.; diese sollen $12\tfrac{3}{5}$ mal genommen werden. Allein es ist auch hier, wie oben §. 25. bei ganzen Zahlen, einerlei, welche Zahl man zum Multiplicator annimmt, weil $12\tfrac{3}{5} \times 20$ Lsterl. eben so viel beträgt, als $20 \times 12\tfrac{3}{5}$ L. Auf diese letztere Art aber ist die Multiplica-

tion leichter, da noch überdies $20 \times \frac{3}{5} = 4 \cdot \frac{3}{1} = 12$, und die Berechnung geschieht, wie folgt:

$$\begin{array}{l} 12\frac{3}{5} \times 20 \text{ L.} \\ \overset{\frown}{12} \\ \overline{}(20 \\ 252 \text{ L.} \end{array}$$

Gleiche Bewandtniſs hat es auch mit nachstehenden *Uebungsbeispielen.*

4	×	$6\frac{1}{4}$ Ggr.	=	25 Ggr.
5	×	$7\frac{2}{3}$ Rthlr.	=	$38\frac{1}{3}$ Rthlr.
$16\frac{1}{2}$	×	6 fl.	=	99 fl.
$11\frac{3}{8}$	×	16 Mk.	=	182 Mk.
42	×	$36\frac{2}{3}$ Rthlr.	=	1540 Rthlr.
$5\frac{7}{8}$	×	320 fl.	=	1880 fl.

Es versteht sich übrigens von selbst, daſs man auch hier, wie bei andern Multiplicationsaufgaben, den Multiplicator, wo es nämlich einen oder den andern Vortheil gewährt, in kleinere Factoren zerlegen könne. So kann das vorletzte Uebungsbeispiel auch also ausgerechnet werden:

$$\begin{array}{ll} 36\frac{2}{3} \text{ Rthlr.} \times & 42 \\ \overline{}(6 & \overline{} \\ 220 & 6 \times 7 \\ \overline{}(7 & \\ 1540 \text{ Rthlr.} & \end{array}$$

Bei dem letztern Uebungsbeispiele läſst sich noch ein anderer Vortheil anbringen, nämlich der: man nimmt den Multiplicator $5\frac{7}{8}$ für 6, weniger $\frac{1}{8}$ an, und findet dann das Product also:

$$\begin{array}{lll} & 320 \text{ fl.} \times & 5\frac{7}{8} \\ & \overline{}(6 & \overline{\phantom{6 \div \frac{1}{8}}} \\ & 1920 & 6 \div \frac{1}{8} \\ \div 8) & 40 & \\ & \overline{1880 \text{ fl.}} & \end{array}$$

Doch hiervon wird in der Regel detri ein Mehreres vorkommen.

§. 123.

3) *Sind ächte Brüche* mit einander zu multipliziren, so verfährt man ganz nach der, §. 119. gegebenen allgemeinen Regel, und multiplizirt die Zähler und Nenner mit einander. Das Product von $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ ist also $\frac{3}{8}$; der Multiplicator $\frac{1}{2}$ ist ja weniger als 1, ja er ist nur die Hälfte von 1, folglich kann auch das Product nur die Hälfte von $\frac{3}{8}$ betragen. Wenn ich $\frac{5}{8}$ mit $\frac{2}{3}$ multiplizire, so ist das Product $\frac{10}{24}$ oder $\frac{5}{12}$; und der eigentliche Sinn der Aufgabe ist: ich soll von $\frac{5}{8}$ zweimal den dritten Theil nehmen. Indem nun der Zähler des Multiplicanden mit dem Zähler des Multiplicators vermehrt wird, so wird dann, weil das Product nicht zweimal $\frac{5}{8}$, sondern nur 2 mal den 3ten Theil von $\frac{5}{8}$ ausmachen soll, der Bruch durch die Multiplication des Nenners wieder um dreimal vermindert. Denn nach §. 96. und nach der versinnlichenden Darstellung §. 93. werden die Theile eines Ganzen um so vielmal kleiner, als die Zahl, womit man sie multiplizirt, Einheiten hat. Soll ich daher von $\frac{5}{8}$ den dritten Theil nehmen, so darf ich nur den Nenner 8 mit 3 multipliziren, und erhalte $\frac{5}{24}$, zweimal so viel aber macht $\frac{10}{24}$ oder in kleineren Zahlen $\frac{5}{12}$. Hierzu noch folgende *Uebungsbeispiele.*

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$
$$\frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \qquad \frac{15}{32}$$
$$\frac{1}{6} \times \frac{5}{8} = \qquad \frac{5}{48}$$
$$\frac{7}{9} \times \frac{3}{10} = \frac{21}{90} = \frac{7}{30}$$
$$\frac{11}{12} \times \frac{6}{7} = \frac{66}{84} = \frac{11}{14}$$
$$\frac{5}{24} \times \frac{4}{5} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$$

Das erste und die drei letztern dieser Uebungsbeispiele können einen aufmerksamen Rechenschüler leicht auf die Entdeckung eines Vortheils leiten, nämlich diesen: Läſst sich der Zähler des einen und der Nenner des andern Bruches durch eine Zahl ohne Rest dividiren, so kann man beide durch diese Zahl abkürzen, oder gar aufheben; das Product wird dann gleich in den kleinsten Zahlen gefunden. Wir wollen die vier angeführten Beispiele nochmals vornehmen, und auf diese Art multipliziren.

$$\frac{\not{3}1}{4} \times \frac{1}{\not{3}1} = \tfrac{1}{4}$$

$$\frac{7}{\not{9}3} \times \frac{\not{3}1}{10} = \tfrac{7}{30}$$

$$\frac{11}{2\not{1}\not{2}} \times \frac{\not{6}1}{7} = \tfrac{11}{14}$$

$$\frac{1\not{5}}{6\not{2}\not{4}} \times \frac{\not{4}1}{\not{5}1} =$$

§. 124.

4) Hat man *gemischte Brüche mit ächten Brüchen* zu multipliziren, so kann man das Product auf eine dreifache Art finden.

a) Richte den gemischten Bruch ein, und multiplizire die Zähler und Nenner mit einander; z. B. $3\tfrac{1}{4} \times \tfrac{4}{5} = \frac{13}{4} \times \tfrac{4}{5} = \frac{52}{20} = 2\tfrac{3}{5}$. Oder mit Anwendung des im vorigen §. gezeigten Vortheils: $\frac{13}{\not{4}1} = \frac{\not{4}1}{5} = \frac{13}{5} = 2\tfrac{3}{5}$.

b) Multiplizire zuerst mit dem gegebenen Bruche die ganze Zahl, und dann den bei derselben befindlichen Bruch; die beiden Producte werden addirt; z. B. $3\tfrac{1}{4} \times \tfrac{4}{5}$

$$3 \times \tfrac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2\tfrac{2}{5}$$
$$\tfrac{1}{4} \times \tfrac{4}{5} = \tfrac{4}{20} = \tfrac{1}{5}$$
$$2\tfrac{3}{5}$$

c) Multiplizire die gemischte Zahl mit dem Zähler, und dividire das Product durch den Nenner des Bruches; z. B.

$$3\tfrac{1}{4} \times \tfrac{4}{5}$$
(4
$$13$$
5)
$$2\tfrac{3}{5}.$$

Diese Methode ist, fast in allen vorkommenden Fällen, die bequemste und vortheilhafteste; und es ist übrigens einerlei, ob man mit dem Zähler zuerst multiplizirt, oder ob man mit dem Nenner zuerst dividirt. Auf diese Art lassen sich auch solche Multiplicationsaufgaben leicht berechnen, wo der eine Factor aus einer gemischten Zahl von mehrern Sorten, und der andere Factor aus einem Bruche besteht; z. B. wie viel beträgt $\tfrac{5}{8} \times$ 64 Rthlr. $16\tfrac{1}{2}$ Ggr.? oder wenn der Zentner Zucker 64 Rthlr. $16\tfrac{1}{2}$ Ggr. kostet, was kosten $\tfrac{5}{8}$ Zentn.? Die Berechnung ist folgende:

64 Rthlr. $16\tfrac{1}{2}$ Ggr. $\times \tfrac{5}{8}$
(5
323 - $10\tfrac{1}{2}$ -
3 2
8)
40 Rthlr. $10\tfrac{5}{16}$ Ggr.

Oder: 64 Rthlr. $16\tfrac{1}{2}$ Ggr. $\times \tfrac{5}{8}$
(8
8 - $2\tfrac{1}{16}$ -
(5
40 Rthlr. $10\tfrac{5}{16}$ Ggr.

Oder indem man den Multiplicator $\tfrac{5}{8}$ in kleinere Theile zerlegt, z. B. in $\tfrac{4}{8} + \tfrac{1}{8}$, wo $\tfrac{4}{8}$ ge-

rade $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{8}$ aus $\frac{4}{8}$ oder aus der Hälfte der 4te Theil ist, nämlich also:

	64 Rthlr.	$16\frac{1}{2}$ Ggr.	$\times \frac{5}{8}$
2)	32 -	$8\frac{1}{4}$ -	$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
4)	8 -	$2\frac{1}{16}$ -	$\frac{1}{8} = \frac{1}{4}$
	40 Rthlr.	$10\frac{5}{16}$ Ggr.	

Da aber diese Methode schon eine Bekanntschaft mit der Division voraussetzt, so wird im 128. §. mehreres hiervon vorkommen. Folgendes leichte Beispiel mag daher diesen §. beschliessen:

Wenn 1 Pfund Indigo 14 Rthlr. 12 Ggr. kostet, was kommen $\frac{3}{4}$ Pfd.? Antw. 3 Rthlr. 9 Ggr., wie hier folgt:

	14 Rthlr.	12 Ggr.	$\times \frac{3}{4}$; Oder
	43 -	12 -	(3
4)	10 Rthlr.	21 Ggr.	

	14 Rthlr.	12 Ggr.	$\times \frac{3}{4}$
4)	3 -	15 -	
	10 Rthlr.	21 Ggr.	(3

Oder da 14 Pfd. 4 Rthlr. 12 Ggr. kostet, so ist der Betrag von $\frac{3}{4}$ Pfd. $\frac{1}{4}$ weniger, nämlich also:

	14 Rthlr.	12 Ggr.	$\times \frac{3}{4}$
— 4)	3 -	15	$= 1 - \frac{1}{4}$
	10 Rthlr.	21 Ggr.	

§. 125.

5) Sind aber *gemischte Brüche* mit *gemischten Brüchen* zu multipliziren, so richten zwar manche beide Factoren ein, und multipliziren dann, nach obiger allgemeinen Regel, die Zähler und Nenner mit einander; allein dies ist viel zu weitläuftig. Man nimmt daher lieber diejenige Zahl zum Multiplicator, die am be-

quemsten dazu ist, multiplizirt den andern Factor erst mit der ganzen Zahl, und dann auch mit dem Bruche, wie folgende Beispiele zeigen werden.

a) Was kosten $6\frac{1}{4}$ Zentner Blauholz à 17 Rthlr. $13\frac{1}{2}$ Ggr. Antwort: $6\frac{1}{4}$ mal so viel.

```
     17 Rthlr.  13 1/2 Ggr.       ×  6 1/4
   ---------------------------(6
    105   -      9   -
      4   -      9 3/8 -
4) ---------------------------
    109 Rthlr.  18 3/8 Ggr.
```

6 Zentner kosten erstlich 6 mal so viel, was 1 Zentner kostet, nämlich 105 Rthlr. 9 Ggr. und $\frac{1}{4}$ Zentner kostet den 4ten Theil von dem Preise des einen Zentners, nämlich 4 Rthlr. $9\frac{3}{8}$ Ggr. Beide Producte addirt geben den Betrag von $6\frac{1}{4}$ Zentn.

b) Herr A. kauft $5\frac{7}{8}$ Pfund Thee à 8 fl. $32\frac{1}{2}$ Xr., wie viel beträgt es? Hier nimmt man den Multiplicator $5\frac{7}{8}$ für 6, weniger $\frac{1}{8}$ und berechnet die Aufgabe also:

```
      8 fl.   32 1/2 Xr.   ×   5 7/8
   ----------------------(6    -----
     51  -    15     -         6 ÷ 1/8
      1  -     4 1/16 -
8) ----------------------
     50 fl.   10 15/16 Xr.
```

c) Ein Pfund Zimmt für 7 Rthlr. $15\frac{1}{3}$ Ggr., was kosten $36\frac{3}{8}$ Pfund?

```
    7 Rthlr.   15 1/3 Ggr.   ×    36 3/8
  ---------------------------(9   ------
   68   -      18   -             4.9 + 2/8 + 1/8
  ---------------------------(4         1/4   1/2 v. 1/4
  275   -      —    -
4)  1   -      21   -   10  -
    —   -      22   -   11  -
2)-------------------------------
  277 Rthlr.   20 Ggr.   9 Pf.
```

e) Wie heiſst das Product von $169\frac{5}{16}$ mal $61\frac{7}{12}$ Rthlr.?

$169\frac{5}{16}$		$\times$	$61\frac{7}{12}$
$1015\frac{7}{8}$ (6			$6.10 + 1 + \frac{6}{12} + \frac{1}{12}$
(10	64		$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$ v. $\frac{1}{2}$
$10158\frac{3}{4}$			
$169\frac{5}{16}$	16	48	
$84\frac{21}{32}$	4	20	
$14\frac{7}{64}$	2	42	
	1	7	
$10426\frac{53}{64}$ Rthlr.	$\frac{117}{64} = 1\frac{53}{64}$		

§. 126.

Uebungsbeiſpiele

1) Wie heiſst das Product a) von 4 mal $\frac{2}{3}$ Rthlr., b) 6 mal $\frac{3}{4}$ Rthlr. c) 8 mal $\frac{5}{6}$ Rthlr.?
2) Wie — von a) $6 \times \frac{2}{3}$ fl., b) $10 \times \frac{4}{5}$ fl.?
3) Wie — von a) $\frac{4}{5} \times 5$ Ggr., b) $\frac{11}{12} \times 12$ Ggr.?
4) Wie — von a) $16 \times \frac{3}{4}$ Elle, b) $32 \times \frac{9}{16}$ Elle?
5) Wie — von a) $12 \times \frac{3}{4}$ Pfd., b) $\frac{7}{8} \times 40$ Pfd.?
6) Wie — von a) $6 \times 11\frac{1}{2}$ Zentn., b) 8) $\times 13\frac{3}{4}$ Zentn.?
7) Wie — von a) 8×3 Schpfd. $12\frac{5}{8}$ Lspfd., b) 1 Schpfd. 8 Lspfd. $9\frac{3}{4}$ Pfd. $\times 6\frac{1}{2}$?
8) Wie — von a) $\frac{3}{4} \times \frac{7}{8}$ Zentn., b) $\frac{3}{8} \times \frac{9}{10}$ Zentn.?
9) Wie — von a) $\frac{4}{5} \times 6\frac{1}{4}$ Pfd., b) $\frac{2}{3} \times 9\frac{3}{4}$ Zentn., c) $18\frac{7}{20} \times \frac{4}{5}$ Schpfd.?
10) Multiplizire 15 Rthlr. 6 Ggr. $4\frac{1}{2}$ Pf. $\times 7\frac{2}{3}$.
11) — 36 Rthlr. 24 Gr. $6\frac{1}{4}$ Pf. $\times 11\frac{5}{6}$.
12) — a) 135 Mk. $10\frac{1}{4}$ Schill. $\times \frac{7}{8}$, b) $\frac{11}{12} \times 73$ Mk. $15\frac{2}{3}$ Schill.
13) — 309 fl. 9 Stvr. $13\frac{1}{2}$ Pf. holl. $\times 14\frac{15}{16}$.
14) — a) $94\frac{3}{4}$ Lsterl. $\times 8\frac{1}{2}$, b) $12\frac{1}{4} \times 83$ L. 16 S. 4 D.
15) Was betragen 10 Stück Fr.d'or à $33\frac{3}{4}$ fl. poln.?
16) Was — $97\frac{1}{2}$ Pfd. grüner Thee à $6\frac{3}{4}$ fl. in Königsberg?
17) Was $109\frac{1}{4}$ Pfd. Thee, Pecco, à $9\frac{1}{5}$ fl. daselbst?
18) Was — $174\frac{3}{4}$ Pfd. Taback, Bakun, à $2\frac{4}{5}$ Rub. in Petersburg?
19) Was — $96\frac{4}{5}$ Pud Talglichte à $6\frac{3}{4}$ Rub. daselbst?

20) Was betr. $168\frac{3}{8}$ Pfd. Indigo, engl. à $11\frac{2}{3}$ Rthlr. in Berlin?
21) Was — $86\frac{1}{2}$ Pfd. Zimmt à $5\frac{5}{6}$ Rthlr. daselbst?
22) Was — $58\frac{3}{4}$ Zentn. Blauholz à $11\frac{1}{2}$ Rthlr. in Stettin?
23) Was — $37\frac{3}{5}$ Schpfd. Hanf à $32\frac{3}{4}$ Rthlr. daselbst?
24) Eine Stube ist $20\frac{1}{2}$ Fuſs lang und $13\frac{1}{4}$ Fuſs breit, wie viel sind es Quadratfuſs? d. i. $20\frac{1}{2} \times 13\frac{1}{4}$.

D. Division der Brüche.

§. 127.

Einen Bruch durch einen andern dividiren, heiſst bestimmen, wie oft der eine gegebene Bruch (der Divisor) in dem andern Bruche (im Dividenden) enthalten sey; oder: diejenige Zahl finden, welche mit dem Divisor multiplizirt, dem Dividenden gleich ist. Bei dsr Division sucht man gewöhnlich folgende Fragen zu beantworten: Wenn der Divisor den Dividenden zu theilen hat, wie viel trifft es Eins? Oder wenn der Divisor den Dividend kostet, wie viel kostet Eins? Oder wie viel mal ist der Divisor in dem Dividenden enthalten? Allein man nehme sich wohl in Acht, die Division nicht mit der Multiplication der Brüche zu verwechseln. Wenn z. B. $\frac{2}{3}$ durch $\frac{1}{4}$ dividirt werden sollen, so ist der Quotient $\frac{8}{3}$ oder $2\frac{2}{3}$. Etwas ganz anderes ist es aber, wenn $\frac{1}{4}$ mit $\frac{2}{3}$ zu multipliziren ist, das Product, oder der 4te Theil von $\frac{2}{3}$ beträgt dann $\frac{2}{12}$ oder $\frac{1}{6}$. Dies läſst sich auf folgende Art noch anschaulicher machen: $\frac{1}{4}$ Rthlr. $=$ 6 Ggr. und $\frac{2}{3}$ Rthlr. $=$ 16 Ggr., wie oft sind nun 6 in 16 Ggr. enthalten? Antwort $\frac{16}{6}$ mal $= 2\frac{4}{6} = 2\frac{2}{3}$ mal. Wie viel beträgt aber $\frac{1}{4} \times 16$ Ggr. oder der 4te Theil von

16 Ggr. Antwort 4 Ggr. Wäre der Divisor die Einheit selbst oder 1, so wäre der Quotient dem Dividenden gleich, weil 1 Ganzes in $\frac{2}{3}$ nicht ein ganzes mal, sondern nur $\frac{2}{3}$ mal enthalten seyn kann; da nun $\frac{1}{4}$ viermal weniger ist, so muſs es auch viermal öfter, d. i. $\frac{8}{3}$ mal darin enthalten seyn. Wäre aber der Divisor $\frac{3}{4}$, so würden diese dann auch 3 mal weniger oft in $\frac{2}{3}$ enthalten seyn, nämlich nur $\frac{8}{9}$ mal.

Sollte übrigens meinen fleiſsigen Rechenschülern hier und da doch noch etwas nicht ganz klar und deutlich erscheinen, so vertröste ich sie hiermit auf die Proportionsregel, wo sie dann auch deutlich einsehen werden, was eigentlich die Forderung: dividire einen Bruch durch einen andern! sagen wolle, und woher es komme, daſs bei *ächten Brüchen* der Quotient allemal gröſser sey, als der Dividend, und als der Divisor (jeder nämlich für sich betrachtet.)

Bei der Division der Brüche hat man besonders folgende drei Hauptfälle zu merken:

1) *ächte und gemischte Brüche durch ganze Zahlen,*

2) *ganze Zahlen durch ächte und gemischte Brüche,*

3) *ächte und gemischte Brüche durch ächte und gemischte Brüche zu dividiren.*

Eine Erläuterung dieser besondern Fälle enthalten die folgenden fünf §§.

§. 128.

Die Division der Brüche sollte, wie bei den vorhergehenden Rechnungsarten mit Brü-

chen, ebenfalls nur an dem Zähler derselben geschehen. Allein vermöge einer gewissen arithmetischen Licenz darf man auch hier einen verkehrten Weg einschlagen, und — anstatt den Zähler des Bruches zu dividiren — den Nenner desselben multipliziren, welches nach §. 93 und 96 ganz einerlei ist, und den nämlichen Quotienten gibt. Dividire z. B. $\frac{3}{4}$ durch 3. Wird die Division am Zähler verrichtet, so ist der Quotient $\frac{1}{4}$, denn 3 mal $\frac{1}{4}$ sind wieder $\frac{3}{4}$; geschieht aber die Division am Nenner (nämlich durch die Multiplication) so ist der Quotient $\frac{3}{12}$, welches ebenfalls $\frac{1}{4}$ ist. Sind daher

1) *ächte und gemischte Brüche durch ganze Zahlen zu dividiren, so wird in allen den Fällen, wo der Divisor in dem Zähler des Bruches ohne Rest aufgeht, dieser durch jenen dividirt; in allen andern Fällen hingegen, wo der Divisor nicht ohne Rest in des Bruches Zähler aufgeht, multiplizirt man dessen Nenner.* Die bei dem Bruche befindlichen ganzen Zahlen, werden als solche behandelt. Hierzu folgen sogleich einige Beispiele zur Erläuterung, und zwar:

a) wo der Divisor in des Bruches Zähler ohne Rest aufgeht.

4	:	$\frac{4}{5}$	=	$\frac{1}{5}$	3	:	$21\frac{3}{4}$	=	$7\frac{1}{4}$
3	:	$\frac{9}{20}$	=	$\frac{3}{20}$	4	:	$16\frac{8}{9}$	=	$4\frac{2}{9}$
5	:	$\frac{25}{48}$	=	$\frac{5}{48}$	7	:	$28\frac{14}{15}$	=	$4\frac{2}{15}$
6	:	$\frac{24}{25}$	=	$\frac{4}{25}$	8	:	$48\frac{56}{61}$	=	$6\frac{7}{61}$
10	:	$\frac{20}{41}$	=	$\frac{2}{41}$	12	:	$36\frac{72}{85}$	=	$3\frac{6}{85}$
12	:	$\frac{96}{305}$	=	$\frac{8}{305}$	16	:	$80\frac{64}{119}$	=	$5\frac{4}{119}$

b) wo der Divisor in dem Zähler des Bruches nicht ohne Rest aufgeht.

2	:	$\frac{3}{4}$	=	$\frac{3}{8}$	3	:	$24\frac{5}{6}$	= $8\frac{5}{18}$
3	:	$\frac{4}{5}$	=	$\frac{4}{15}$	5	:	$20\frac{2}{3}$	= $4\frac{2}{15}$
4	:	$\frac{5}{6}$	=	$\frac{5}{24}$	7	:	$21\frac{1}{4}$	= $3\frac{1}{28}$
8	:	$\frac{7}{10}$	=	$\frac{7}{80}$	9	:	$45\frac{7}{8}$	= $5\frac{7}{72}$
10	:	$\frac{5}{9}$	=	$\frac{5}{90} \mid \frac{1}{18}$	11	:	$100\frac{5}{6}$	= $9\frac{1}{6}$
16	:	$\frac{4}{5}$	=	$\frac{4}{80} \mid \frac{1}{20}$	12	:	$38\frac{3}{5}$	= $3\frac{13}{60}$

Wollte man auch bei diesen Beispielen die Division am Zähler verrichten, so würde man, allein mit mehr Mühe und mehrern Zahlen, denselben Quotienten finden. Anfängern rathe ich aber doch, die obigen Beispiele, auf die hier angezeigte Art, nochmals zu berechnen, als:

$$2 : \tfrac{3}{4} = \frac{\overset{2}{1\frac{1}{2}}}{4}\Big|\frac{3}{8} \quad \text{Quotient } \frac{3}{8}$$

$$3 : \tfrac{4}{5} = \frac{\overset{3}{1\frac{1}{3}}}{5}\Big|\frac{4}{15} \quad — \quad \frac{4}{15}$$

$$3 : 24\tfrac{5}{6} = 8\frac{\overset{3}{1\frac{2}{3}}}{6}\Big|\frac{5}{18} \quad — \quad 8\frac{5}{18} \text{ u. s. w.}$$

Was die beiden letztern Beispiele mit gemischten Brüchen betrifft, so sieht ein jeder, daſs der Divisor bei 11 in 100 ein Ganzes übrig läſst, dieser Rest wird in eben solche Theile verwandelt, als der Nenner des dabei befindlichen Bruches anzeigt, folglich in $\frac{6}{6}$, hierzu den Bruch $\frac{5}{6}$, so sind $\frac{6}{6} + \frac{5}{6}$ d.i. $\frac{11}{6}$ durch 11 zu dividiren, der Quotient ist $\frac{1}{6}$. In der letztern Aufgabe, wo $38\frac{3}{5}$ durch 12 dividirt wurden, blieben 2 Ganze Rest, diese machen $\frac{10}{5}$, hierzu die $\frac{3}{5}$, so sind es $\frac{13}{5}$; da nun der Divisor 12 in

dem Zähler des Bruches nicht ohne Rest aufgeht, so kommen, durch die Multiplication des Nenners, $\frac{13}{60}$ zum Quotienten. Zur Uebung folgen noch einige ähnliche Beispiele:

$$2 : 15\tfrac{1}{2} = 7\overbrace{\frac{1\frac{1}{2}}{2}}^{2}\Big|\frac{3}{4} = 7\tfrac{3}{4}$$

$$4 : 18\tfrac{1}{3} = 4\overbrace{\frac{2\frac{1}{3}}{4}}^{3}\Big|\frac{7}{12} = 4\tfrac{7}{12}$$

$$8 : 10\tfrac{2}{5} = 1\overbrace{\frac{2\frac{2}{5}}{8}}^{5}\Big|\frac{12}{40}\Big|\frac{3}{10} = 1\tfrac{3}{10}$$

$$5 : 14\tfrac{3}{4} = 2\overbrace{\frac{4\frac{3}{4}}{5}}^{4}\Big|\frac{19}{20} = 2\tfrac{19}{20}$$

§. 129.

2) Ganze Zahlen *durch ächte und gemischte Brüche zu dividiren.* Bei dergleichen Aufgaben verlangt man nämlich zu wissen: wie oft ein gegebener ächter oder gemischter Bruch in einer gegebenen ganzen Zahl enthalten sey? oder wie viel solcher Theile, als der Bruch enthält, sich aus der ganzen Zahl machen lassen? Gesetzt, man will wissen, wie oft $\frac{1}{4}$ in 6 Ganzen enthalten sey, so kann man gleich so schliefsen: $\frac{1}{4}$ ist in einem Ganzen 4 mal enthalten, in 6 Ganzen ist es folglich 4 mal 6 oder 24 mal enthalten. Wird diese Aufgabe kunstmäfsig ausgedrückt, so heifst sie also: $6 : \frac{1}{4}$ (d. h. 6 dividirt durch $\frac{1}{4}$) oder $\frac{1}{4} : 6$ (d. h. $\frac{1}{4}$ dividirt in 6) $= 24$ und man sieht hieraus, dafs die ganze Zahl nur mit dem Nenner des Bruches zu multipliziren ist. Wäre aber der Divisor $\frac{3}{4}$, so könnten diese $\frac{3}{4}$ in 6 Ganzen nur den dritten Theil so oft, nämlich $\frac{24}{3} = 8$

mal, enthalten seyn. Hieraus läſst sich nun auch folgende Regel leicht erklären: *Multiplizire die ganze Zahl mit dem Nenner des Divisors, und dividire das Product durch dessen Zähler.* Noch deutlicher und zugleich auch überzeugender kann man sich das Verfahren bei dergleichen Divisionsaufgaben dadurch machen, daſs man sowohl den Divisor, als den Dividenden unter einerlei Benennung bringt. In dem angeführten Beispiele müſsten demnach die 6 Ganzen in Viertel verwandelt werden, und dann wäre die Division folgende:

$$\frac{1}{4} : \frac{24}{4} = 24$$

$$\frac{3}{4} : \frac{24}{4} = 8$$

Ist der Divisor ein gemischter Bruch, so wird derselbe vorher eingerichtet, und dann ebenfalls nach der gegebenen Regel verfahren. Z. B. dividire 18 durch $2\frac{3}{4}$. Die Berechnung geschieht also:

$$2\tfrac{3}{4} : 18 = 6\tfrac{6}{11}$$

$$\frac{11}{4} \qquad \frac{72}{11)\,6\tfrac{6}{11}} \quad (4$$

Will man sich von der Richtigkeit der Rechnung überzeugen, so darf man nur den Quotienten mit dem Divisor multipliziren, das Product muſs dann dem Dividenden gleich seyn.

Zur Erläuterung der obigen Regel folgen hier noch einige Beispiele:

$$\frac{5}{8} : 12 = \frac{96}{5} = 19\tfrac{1}{5}$$

$$\frac{5}{8} : 20 = \frac{120}{5} = 24$$

$$\tfrac{7}{10} : 42 = \frac{420}{7} = 60$$

$$6\tfrac{1}{3} : 38 = \frac{19}{3} : 38 = \frac{114}{19} = 6$$

$$12\tfrac{1}{4} : 49 = \frac{49}{4} : 49 = \frac{196}{49} = 4$$

Aus diesen vier Beispielen, besonders aus dem letzten, kann man von selbst auf die Entdeckung eines in sehr vielen Fällen anwendbaren Vortheils geleitet werden, nämlich den, den Zähler des Divisors gegen die ganze Zahl zu abbreviren, oder wo möglich aufzuheben. Wir wollen daher die obigen vier Beispiele, mit Anwendung dieses Vortheils, nochmals berechnen.

$$\frac{1\not{5}}{6} : \not{2}\not{0}4 = 24$$

$$\frac{1\not{7}}{10} : 4\not{2}6 = 60$$

$$6\tfrac{1}{3} : 38 = \frac{1\not{1}\not{9}}{3} : \not{3}\not{8}2 = 6$$

$$12\tfrac{1}{4} : 49 = \frac{\not{4}\not{9}}{4} : \not{4}\not{9} = 4$$

§. 130.

3) *Aechte und gemischte Brüche durch ächte und gemischte Brüche zu dividiren.*

Wer die zwei vorigen §§. richtig verstanden hat, dem werden nun auch die hieher gehörigen Aufgaben leicht zu erklären seyn. Es sind übrigens hierbei zwei besondere Fälle zu merken: es sind nämlich die Nenner entweder gleich oder ungleich. Im ersten Falle geschieht die Division, wie §. 128. blos durch die Zähler, z. B. $\tfrac{3}{8} : \tfrac{7}{8} = 2\tfrac{1}{3}$; ferner $2\tfrac{1}{5} : 6\tfrac{4}{5} = \frac{11}{5} : \frac{34}{5} = 3\tfrac{1}{11}$. Sind aber die Nenner ungleich, *so multiplizirt*

man den Dividenden mit des Divisors Nenner, und dividirt das Product durch des Divisors Zähler; z. B. wenn $\frac{9}{10}$ durch $\frac{3}{4}$ dividirt werden sollen, so geschieht die Berechnung nach dieser Regel also:

$$\frac{3}{4} : \frac{9}{10}$$
$$\text{———}(4$$
$$36$$
$$\text{——}$$
$$10$$
$$3)\text{——}$$
$$\frac{12}{10} = 1\tfrac{2}{10} = 1\tfrac{1}{5}.$$

$$\text{Oder } \frac{3}{4} : \frac{9}{10} = \frac{4 \cdot 9}{3 \cdot 10} = 1\tfrac{1}{5}$$

Ein Viertel würde in $\frac{9}{10}$ $\frac{36}{10}$ mal oder $3\frac{3}{5}$ mal enthalten seyn; bei $\frac{3}{4}$ aber kann der Quotient nur den dritten Theil so viel, nämlich $1\frac{1}{5}$ mal betragen. Eben so ist es auch bei gemischten Brüchen, als;

$$3\tfrac{1}{2} : 21\tfrac{7}{8} = 6\tfrac{1}{4}$$
$$\frac{7}{2} \qquad \frac{21\frac{7}{8}\ (2}{43\frac{3}{4}}$$
$$7)\text{———}$$
$$6\tfrac{1}{4}$$

Zur Erläuterung und Uebung dienen noch folgende Beispiele:

$$\frac{1}{3} : \frac{5}{8} = \frac{15}{8} = 1\tfrac{7}{8}$$

$$\frac{1}{8} : \frac{5}{6} = \frac{40}{6} = 6\tfrac{2}{3}$$

$$: 4\tfrac{1}{2} = 7\tfrac{1}{2}$$
$$\text{———}(5$$
$$22\tfrac{1}{2}$$
$$3)\text{———}$$
$$7\tfrac{1}{2}$$

$\frac{3}{10} : 8\frac{5}{6} = 29\frac{4}{9}$

(10) $88\frac{1}{3}$

3) $29\frac{4}{9}$

$3\frac{1}{5} : 18\frac{1}{3} = 5\frac{35}{48}$

16 (5) $91\frac{2}{3}$

5 16) $5\frac{35}{48}$

$2\frac{3}{4} : \frac{11}{12} = \frac{1}{3}$

11 (4) 44

4 12

11) $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$

§. 131.

Das letztere Beispiel des vorigen §. zeigt uns noch einen anzubringenden doppelten Vortheil, nämlich, daſs sich, bei Divisionsaufgaben in gebrochenen Zahlen, sowohl die beiden Zähler, als auch die beiden Nenner gegen einander aufheben und abbreviren lassen. Jene Aufgabe läſst sich daher auf folgende kurze Art leicht auflösen:

$$\frac{1\not{1}\not{1}}{1\not{4}} : \frac{\not{1}\not{1}1}{\not{1}\not{2}3} = \frac{1}{3}$$

denn da der Divisor $\frac{1}{1}$ oder 1 ist, so bleibt der Dividend unverändert.

Die bei der Division der Brüche anzuwendenden Vortheile lassen sich nun dahin bestimmen:

1) *Abbrevire, wo es angeht, die Zähler gegen einander;* z. B. dividire $\frac{5}{8}$ in $\frac{20}{21}$ wie folgt:

$$\frac{1\not{5}}{8} : \frac{\not{2}\not{0}4}{21} = \frac{32}{21} = 1\frac{11}{21}$$

2) *Abbrevire, wo es angeht, die Nenner gegen einander;* z. B. dividire $\frac{3}{16}$ in $\frac{11}{32}$ wie folgt:

$$\frac{3}{1\not{1}\not{6}} : \frac{11}{\not{3}\not{2}2} = \frac{11}{6} = 1\tfrac{5}{6}$$

3) *Abbrevire, wo es angeht, die Zähler und auch die Nenner gegen einander;* z. B. dividire $\frac{3}{7}$ in $\frac{27}{28}$ wie folgt:

$$\frac{1\not{3}}{1\not{7}} : \frac{\not{2}\not{7}9}{\not{2}\not{8}4} = \frac{9}{4} = 2\tfrac{1}{4}$$

4) *Abbrevire, wo es angeht, den Zähler des Divisors gegen die ganze Zahl des Dividenden;* z. B. dividire $5\frac{3}{4}$: 46 wie folgt:

$$5\tfrac{3}{4} : 4\not{6}2 = 8$$
$$\frac{1\not{2}\not{3}}{4}$$

5) *Abbrevire, wo es angeht, den Zähler des Divisors gegen die ganze Zahl und gegen den Zähler des Dividenden;* z. B. dividire $2\frac{1}{2}$: $15\frac{10}{11}$ wie folgt:

$$2\tfrac{1}{2} : 3\not{1}\not{5}\frac{\not{1}\not{0}2}{11} = 6\tfrac{4}{11}$$
$$\frac{1\not{5}}{2} \qquad \frac{\qquad}{6\tfrac{4}{11}}(2$$

§. 132.

Auch für die Division der Brüche hat man, wie für die Multiplication derselben, eine *allgemeine Regel*, welche also ausgedrückt wird: *Multiplizire den gegebenen Dividenden mit des Divisors Nenner und dividire das Product durch des Divisors Zähler.* Um diese Regel in allen vorkommenden Fällen anzuwenden, darf man nur dem Divisor, wenn derselbe eine ganze Zahl ist, eine 1 zum Nenner geben. Ein jeder

kann nun diese allgemeine Regel an den obigen Uebungsbeispielen anwenden, und wird dadurch die Behauptung, daſs sie in allen Fällen anwendbar sey, bei einer zugleich nützlichen Uebung, bestätigt finden. In der Regel detri erst wird die Anwendung derselben den gröſsten Nutzen gewähren.

Weniger brauchbar aber sind folgende zwei Regeln, welche man gewöhnlich bei der Division der Brüche zu geben pflegt:

1) Kehre den Divisor um, und multiplizire dann die Brüche mit einander. Allein diese Regel wird nicht gehörig verstanden, und führt bloſs zu einem gedankenlosen mechanischen Rechnen.

2) Multiplizire die beiden Brüche über's Kreuz. Auch diese Regel ist eben so unbrauchbar, wie die erste; denn hiernach kann ich, wenn z. B. $\frac{7}{8}$ durch $\frac{2}{3}$ dividirt werden sollen, eben so gut $\frac{16}{21}$ als $\frac{21}{16}$ zu Quotienten bekommen.

§. 133.

Obgleich oben §. 95 schon erinnert worden, daſs *Doppelbrüche*, oder solche, wo der Zähler und der Nenner, oder einer von beiden, wieder Brüche sind, selten vorkommen und meistens nur aus Herablassung zu unwissenden Laien gebraucht werden: so muſs ich hier wenigstens noch so viel von denselben sagen, daſs sie ebenfalls nach der allgemeinen Regel behandelt und dividirt werden können. So wie jeder einfache Bruch die nicht ganz vollendete Division nur anzeigt, so ist dies auch der Fall bei Doppelbrüchen. $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ z. B. heiſst: $\frac{1}{2}$ soll durch $\frac{3}{4}$ dividirt werden, der Quotient ist $\frac{2}{3}$; $\frac{\frac{1}{2}}{8}$ zeigt an,

$\frac{1}{2}$ soll durch 8 dividirt werden, der Quotient ist $\frac{1}{16}$; $\frac{4}{\frac{2}{3}}$ zeigt an, 4 sollen durch $\frac{2}{3}$ dividirt werden, der Quotient ist $\frac{12}{2}$ oder 6; $\frac{2\frac{1}{2}}{4}$ zeigt an, daſs $2\frac{1}{2}$ durch 4 dividirt werden soll, der Quotient ist $\frac{5}{8}$.

§. 134.

Uebungsbeispiele.

1) Wie heiſst der Quotient von $\frac{3}{4}$ Rthlr., dividirt durch 3?
2) Dividire a) $\frac{8}{9}$ Rthlr. durch 4; b) $\frac{21}{32}$ Rthlr. : 7.
3) Dividire a $\frac{4}{5}$ fl. durch 4; b) $\frac{9}{10}$ fl. : 3.
4) Dividire a) $\frac{27}{32}$ Mk. durch 9; b) $\frac{1}{4}$ Mk. : 2.
5) Dividire a) $\frac{4}{5}$ L. durch 4; b) $\frac{3}{4}$ L. : 5.
6) Es theilen sich a) 3 in $\frac{36}{55}$ Zentn.; b) 5 in $\frac{15}{22}$ Zentn.; c) 7 in $\frac{49}{110}$ Zentn.; wie viel erhält jeder?
7) a) 4 theilen sich in $\frac{12}{15}$ Schock Aepfel; b) 3 in $\frac{39}{60}$ Schock; c) 8 in $\frac{56}{60}$ Schock; wie viel Stück erhält jeder?
8) Dividire a) $24\frac{3}{9}$ Rthlr. durch 8; b) $36\frac{9}{10}$ fl. : 9.
9) Wie heiſst der Quotient a) von $154\frac{2}{3}$ Rthlr., dividirt durch 8? b) von $326\frac{2}{5}$ fl. : 12?
10) Wie — a) von $17\frac{3}{4}$ fl. : 5; b) von $83\frac{7}{9}$ Rthlr. : 16?
11) Wie — von 58 Rthlr. 13 Ggr. $2\frac{1}{8}$ Pf., dividirt durch 7?
12) Wie — von 221 fl. 10 Stvr. $1\frac{1}{4}$ Pf. holl., dividirt durch 15?
13) Dividire a) $\frac{7}{8}$ Rthlr. durch 4; b) $\frac{5}{6}$ Rthlr. : 6.
14) — a) 3 fl. durch $\frac{3}{4}$; b) 7 fl. : $\frac{4}{5}$.
15) — a) 21 Zentn. durch $\frac{2}{3}$; b) $18\frac{1}{4}$ Zentner. : $\frac{7}{10}$.
16) — a) $4\frac{1}{2}$ Pf. durch $2\frac{1}{4}$; b) $18\frac{3}{4}$ Pfd. : $6\frac{3}{8}$.

17) Dividire a) $69\frac{3}{4}$ Rthlr. durch $5\frac{2}{3}$; b) $15\frac{1}{6}$ Rthlr. : $7\frac{1}{2}$.

18) — a) 15 Wisp. durch $\frac{3}{4}$; b) 18 Malter : $\frac{5}{8}$.

19) Dividire $\frac{7}{8}$ Rthlr. durch $\frac{3}{4}$; oder wie theuer kommt die Elle, wenn $\frac{3}{4}$ Ellen $\frac{7}{8}$ Rthlr. kosten?

20) 5 Erben haben $34783\frac{3}{4}$ Mk. hamb. Current zu theilen, wie viel erhält ein jeder derselben?

21) Wie heifst der Quotient von $69\frac{3}{8}$ Rthlr., dividirt durch $\frac{5}{6}$?

22) Dividire 9 Zentn. 4 Stein $3\frac{2}{3}\frac{3}{2}$ Pfd. durch $\frac{5}{8}$.

23) Was kostet 1 Scheffel Weizen, wenn die Last von $56\frac{1}{2}$ Scheffel in Königsberg $340\frac{1}{6}$ fl. kostet?

24) Wenn in London $19\frac{1}{2}$ Zentn. Blei $18\frac{1}{2}$ Lsterl. gelten, wie theuer kommt 1 Zentn.?

25) Wenn man in Hamburg den Louisd'or zu 10 Mk. $13\frac{1}{2}$ Schill. Banco verwechselt, wie viel Stück Louisd'or mufs man zu 1024 Mk. $11\frac{3}{4}$ Schill. Banco haben?

26) Wenn man in Berlin für $28\frac{1}{2}$ Stück Friedrichsd'or $156\frac{3}{4}$ Rthlr. erhält, wie hoch wird das Stück gerechnet?

27) Breslau giebt $92\frac{1}{2}$ Rthlr. für $16\frac{1}{2}$ Stück Friedrichsd'or, wie hoch nimmt man daselbst das Stück?

28) In Stralsund nimmt man die Pistole zu $4\frac{3}{4}$ Rthlr. Current an, wie viel Stücke braucht man zu $66\frac{1}{2}$ Rthlr.?

29) Wie theuer kommt 1 Pf. grüner Thee in Königsberg, wenn $97\frac{1}{2}$ Pfd. mit $633\frac{3}{4}$ fl. bezahlt werden?

30) Wie oft sind $16\frac{3}{4}$ Loth in $16\frac{3}{4}$ Zentnern enthalten (den Zentn. zu 100 Pfd.?)

Eilfter Abschnitt.

Decimalbruchrechnung.

§. 135.

Die Decimalbruchrechnung, die ihren Namen von dem lateinischen Worte *decem*, zehn, oder vielmehr von *decima*, ein Zehntel, erhalten, ist eine so leichte und vortreffliche Rechnungsart, daſs sie, besonders in den jetzigen Zeiten, von allen, die sich in einer so unentbehrlichen Wissenschaft, als das Rechnen ist, unterrichten wollen, gelernt werden sollte. Das Decimalsystem liegt zwar schon (§. 4.) bei unsern gewöhnlichen Zahlen in zehnfach fortschreitender Gröſse zum Grunde; allein da die Eintheilung unserer teutschen Münzen, Maase und Gewichte nicht nach diesem System eingerichtet ist, so bedienten sich zeither der Decimalbruchrechnung beinahe einzig und allein die Mathematiker in den höhern Rechnungen. Seitdem aber Frankreichs Münz- Maas- und Gewichtssystem durchgängig eine zehntheilige Eintheilung bekommen, und in den neuern Zeiten nicht nur im König-

reich Westphalen, sondern auch in mehrern teutschen Ländern die Rechnung nach Franken und Centimen, wenigstens bei den öffentlichen Kassen, gesetzlich eingeführt worden; so ist schon um deswillen dem Kaufmanne die Kenntniſs der Decimalbruchrechnung sehr zu empfehlen. Und obgleich die europäischen Münzen, Maase und Gewichte gröſstentheils auf eine sehr verschiedene Art eingetheilt sind, so gewährt uns doch die Decimalbruchrechnung die gröſsten und wichtigsten Vortheile, bei Zinsrechnungen, bei Vergleichung der Maase und Gewichte, bei Berechnung der verschiedenen Geldsorten, welche die Herren Kaufleute gern nach Prozenten bestimmen, u. s. w. Es wird daher die Anwendung dieser vortrefflichen Rechnung auf mehrere Fälle gezeigt und dann bei der Regel detri und überall, wo diese Rechnung Vortheile gewährt, auf dieselbe Rücksicht genommen werden.

§. 136.

Erklärung einiger Ausdrücke.

Decimalbrüche sind Brüche, deren Nenner *Potenzen* der 10 sind, die aber, nach einer gewissen Abkürzungsmethode, wie ganze Zahlen geschrieben werden.

Potenz oder *Dignität* ist ein Product aus gleichen Factoren. Man nennt es die *erste*, *zweite*, *dritte*, *vierte* Potenz u. s. w., je nachdem man nur einen Factor hat, oder zwei, drei, vier gleiche Factoren. Die *erste Potenz* ist die Stammzahl selbst. Werden zwei gleiche Factoren, oder welches einerlei ist, wird eine Zahl mit sich selbst multiplizirt, so heiſst das

Product die *zweite Potenz*, oder das *Quadrat.* Multiplizire ich z. B. die Zahl 10 mit sich selbst, so ist das Product 100 die zweite Potenz, oder das Quadrat von 10; diese 10 selbst aber heiſst die *Quadratwurzel.* So ist 36 die zweite Potenz von der Quadratwurzel 6. Das Product aus drei gleichen Factoren nennt man die *dritte Potenz*, *Kubus*, oder *Kubikzahl;* z. B. $10 \times 10 \times 10 = 1000$. Das Product 1000 heiſst die Kubikzahl, und 10 ist die *Kubikwurzel.* Ein Product aus vier gleichen Factoren heiſst die *vierte Potenz*, oder das *Biquadrat* u. s. w. Die Erhebung der Gröſsen wird in der Mathematik auch also angedeutet:

$4 = 4$ $10 = 10$	1ste Potenz, oder Stammzahl.
$4^2 = 4 \cdot 4 = 16$ $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$	2te Potenz, oder Quadrat.
$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ $10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$	3te Potenz, oder Kubikzahl.
$4^4 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$ $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$	4te Potenz, oder Biquadrat.

Die hier den Stammzahlen beigefügte kleine Ziffer ist der *Exponent*, welcher anzeigt, wie viel gleiche Factoren mit einander multiplizirt werden sollen. Bei der ersten Potenz wird dieselbe weggelassen.

§. 137.

Decimalbrüche zu lesen.

Dies ist überaus leicht, besonders für den, welcher die Bedeutung einer jeden Ziffer aus ihrer Stelle anzugeben weiſs; denn eben so wie ganze Zahlen (nach §. 4 und 5) in fortschreitender zehnfacher Vergröſserung von der kleinsten

ganzen Zahl Eins bis ins Unendliche anwachsen können, eben so kann man auch in rückschreitender Ordnung die Theile der kleinsten Einheit bis ins Unendliche verkleinern.

Die den ganzen Zahlen angehängten Decimalbrüche unterscheidet man gewöhnlich durch ein Komma. Manche unterscheiden sie durch einen Punct, und schreiben noch dazu die Decimalbrüche mit kleinern Ziffern; allein das Letztere ist ganz unnöthig, und der Punct hat, theils als Unterscheidungszeichen in der Schriftsprache, theils als arithmetisches Zeichen, eine ganz andere Bedeutung *). Das Komma zeigt demnach an, daſs die ganzen Zahlen mit der Zahl, welcher es zur Rechten steht, aufhören, und daſs die rechter Hand auf dasselbe folgenden Ziffern Decimalbrüche sind. Betrachtet man die Einheit, sie mag nun Thaler oder Franken, Ellen oder Zentner bedeuten, als aus zehn gleichen Theilen bestehend, so heiſst ein jeder solcher Theil ein *Zehntel*, und die Anzahl derselben drückt die auf die Einer abwärts folgende Ziffer aus. Ein Zehntel besteht wieder aus zehn gleichen Theilen, deren jeder zehnmal kleiner ist als ein Zehntel, oder hundertmal kleiner als die Einheit, und daher auch *Hunderttel* genannt wird. Ein Hunderttel enthält dann ebenfalls zehn gleiche Theile, deren jeder zehnmal kleiner ist, als ein Hunderttel, oder tausendmal kleiner als die ursprüngliche Einheit, und daher den Namen *Tausendtel* bekommt.

In der ersten Decimalstelle befinden sich demnach die *Zehntel*, in der zweiten die *Hun-*

*) Besser wäre vielleicht ein Semicolon (;) anzuwenden, wodurch man beide Parteien vereinigen könnte.

derttel, in der dritten die *Tausendtel*, in der vierten die *Zehntausendtel*, in der fünften die *Hunderttausendtel*, in der sechsten die *Millionentel* u. s. w., und so enthält jede noch weiter abwärts hinzugefügte Ziffer zehnmal kleinere Theile, als in der nächst vorhergehenden Stelle.

Hierzu einige Beispiele:

48625	sind	48625	Ganze		
4862,5	-	4862	-	und	$\frac{5}{10}$
486,25	-	486	-	-	$\frac{25}{100}$
48,625	-	48	-	-	$\frac{625}{1000}$
4,8625	-	4	-	-	$\frac{8625}{10000}$
0,48625	-	0	-	-	$\frac{48625}{100000}$
56,7 fl.	wird gelesen	$56\frac{7}{10}$ fl.			
9,75 Rthlr.	- -	$9\frac{75}{100}$ Rthlr.			
0,07 Franc.	- -	$\frac{7}{100}$ Franc.			
80,04	- - - -	$80\frac{4}{100}$ -			
5,008 Kub.fuſs	- -	$5\frac{8}{1000}$ Kbkf.			

Beim Lesen der Decimalbrüche ist es nicht nöthig, den Werth jeder einzelnen Ziffer, in Ansehung ihrer Decimalstelle, besonders anzuzeigen, als z. B. in 319,825 zu sagen, 8 Zehntel, 2 Hunderttel und 5 Tausendtel; sondern man fasset die ganze Zahl zusammen, und gibt ihr den Namen der letztern Stelle, nämlich 825 *Tausendtel*.

8 Zehntel sind eben so viel als	800	Tausendtel,
2 Hunderttel sind - - - -	20	-
5 Tausendtel sind - - - -	5	-
	825	-

Den Namen der letzten Stelle, oder den Generalnenner, kann man auf diese Art sehr leicht finden, wenn man sich so viel Nullen denkt, als Decimalstellen vorhanden sind, und diesen zur Linken eine 1 hinzufügt.

§. 138.

Decimalbrüche zu schreiben.

Man schreibt die Decimalbrüche wie ganze Zahlen, nur der Benennung nach in umgekehrter Ordnung. Wie bei ganzen Zahlen die Hunderte zur Rechten der Tausende gestellt werden, weil sie einen zehnmal geringern Werth haben, so stellt man bei den Decimalbrüchen die Hunderttel zur Rechten der Zehntel, weil sie ebenfalls einen zehnmal geringern Werth haben, als die Zehntel. Diese aber stellt man zur Rechten der Einer, und trennt sie durch ein dazwischen angebrachtes Komma (§. 137.), um die Decimalbrüche ein für allemal von den ganzen Zahlen zu unterscheiden.

Hat der Bruch 10 zum Nenner, oder ist dieser die erste Potenz von 10, so besteht der Zähler desselben, wenn es nicht ein unächter Bruch ist, nur aus einer Ziffer. Ist es ein reiner, ächter Bruch, so wird die Abwesenheit der Ganzen durch eine Null, welcher man ein Komma beifügt, bezeichnet, als:

$\frac{8}{10}$ schreibt man 0,8
$\frac{3}{10}$ - - 0,3
$8\frac{4}{10}$ - - 8,4
$\frac{13}{10}$ - - 1,3
$\frac{52}{10}$ - - 5,2

Enthält der Bruch Hunderttel, oder ist der Nenner die zweite Potenz von 10, so werden die Decimalbrüche also geschrieben:

$\frac{1}{100}$ schreibt man 0,01
$\frac{9}{100}$ - - 0,09

$\frac{57}{100}$	schreibt	man	0,57
$24\frac{75}{100}$	-	-	24,75
$\frac{685}{100}$	-	-	6,85

Ist der Nenner die dritte Potenz von 10, oder enthält der Bruch Tausendtel, so ist die Bezeichnung folgende:

$\frac{1}{1000}$	schreibt	man	0,001
$\frac{49}{1000}$	-	-	0,049
$\frac{625}{1000}$	-	-	0,625
$48\frac{875}{1000}$	-	-	48,875
$\frac{36871}{1000}$	-	-	36,871

Beim Schreiben der Decimalbrüche kommt es, wie bei ganzen Zahlen, vornämlich darauf an, jede Ziffer in die nach ihrem wahren Werthe ihr zukommende Stelle zu setzen.

So wie eine oder mehrere den ganzen Zahlen zur Linken beigefügte Nullen ohne alle Bedeutung sind, eben so sind sie es auch, wenn sie den Decimalbrüchen zur Rechten angehängt werden, weil weder dort noch hier der Werth der einzelnen Theile dadurch verändert wird. Z. B. 00025 ist nicht mehr und nicht weniger als 25, und die drei Nullen können nichts Anderes anzeigen, als daſs keine Hunderte, keine Tausende und keine Zehntausende da sind, sondern nur 25; um aber diese Zahl anzuzeigen, dazu bedürfen wir keiner Nullen. Eben so ist auch 8,25000 weder mehr noch weniger als 8,25, denn die drei Nullen zeigen auch hier ganz unnöthigerweise an, daſs weder Hunderttel, noch Tausendtel, noch Zehntausendtel da sind. Doch werden wir weiter unten sehen, daſs man sich, durch Hinzufügung einiger Nul

len zur Rechten der Decimalbrüche, manche Rechnungen erleichtern kann.

Da bei den Decimalbrüchen die Entfernung einer Ziffer von dem Komma die Gröſse der Theile, welche sie vorstellt, bestimmt, so kann schon durch Versetzung des Komma's der Werth einer Zahl verändert werden. Rückt man z. B. das Komma um eine Stelle zur Rechten herunter, so kommen die Zehntel in die Stelle der Einer, die Hunderttel in die Stelle der Zehntel, die Tausendtel in die Stelle der Hunderttel u. s. w., oder es wird dadurch die Zahl um zehnmal gröſser, wie aus folgendem Beispiele zu ersehen:

$$57{,}625 \times 10 = 576{,}25$$

Eben so verhält sich's auch umgekehrt, wenn man den Decimalstrich um eine Stelle zur Linken hinaufrückt, wodurch die ganze Zahl um zehnmal kleiner gemacht wird, weil nun die Zehner in die Stelle der Einer und diese in die Stelle der Zehntel herunterrücken, als:

$$10 : 8342{,}75 = 834{,}275$$

Um also eine Zahl mit Decimalbrüchen 10, 100, 1000, 10000 mal gröſser oder kleiner zu machen, darf man nur das Komma um 1, 2, 3 oder 4 Stellen rechts oder links weiter rücken.

§. 139.

Gemeine Brüche in Decimalbrüche zu reduciren.

Da lassen sich *die* Brüche, deren Nenner *Binal*- oder *Quinquinalzahlen* (d. h. entweder 2 oder 5 selbst, oder Abkömmlinge von diesen Stammzahlen) sind, am leichtesten in Decimal-

brüche verwandeln. Dahin gehören z. B. folgende Nenner: 2×5; 4×25; 8×125; 16×625; 32×3125. Jedes Paar von diesen Nennern gibt, mit einander multiplizirt, allemal den Nenner zu einem Decimalbruche; denn $2 \times 5 = 10$; $4 \times 25 = 100$; $8 \times 125 = 1000$; $16 \times 625 = 10000$; $32 \times 3125 = 100000$.

Will man nun einen gemeinen Bruch, dessen Nenner einer von diesen paarweis angegebenen Nennern ist, in einen Decimalbruch verwandeln, so darf man nur den Zähler des gemeinen Bruches mit der zweiten Zahl eines solchen Paars multipliziren, das Product ist dann der Zähler des gesuchten Decimalbruches. Zum Beispiel:

1) Wie wird $\frac{3}{5}$ im Decimalausdrucke geschrieben?

$$\frac{3}{5} \cdot 2 = 0{,}6$$

Eigentlich sollte der Zähler und Nenner mit 2 multiplizirt werden, und dann erhielt man $\frac{6}{10}$; da aber der Nenner im Decimalausdrucke nicht mit geschrieben wird, so braucht man auch, der Kürze wegen, nur den Zähler zu multipliziren.

2) Wie schreibt man $\frac{3}{4}$ als Decimalbruch? Antw. 0,75.

$$\frac{3}{4} \cdot 25 \ (= \tfrac{75}{100}) = 0{,}75.$$

3) Wie — $\frac{16}{25}$? Antw. 0,64.

$$\frac{16}{25} \cdot 4 \ (= \tfrac{64}{100}) = 0{,}64.$$

4) Wie — $\frac{5}{8}$? Antw. 0,625.

$$\frac{5}{8} \cdot 125 \ (= \tfrac{625}{1000}) = 0{,}625.$$

5) Wie schreibt man $\frac{11}{16}$? Antw. 0,6875.

$\frac{11}{16} \cdot 625 \quad (= \frac{6875}{10000}) = 0{,}6875.$

6) Wie — $\frac{23}{32}$? Antw. 0,71875.

$\frac{23}{32} \cdot 3125 \quad (= \frac{71875}{100000}) = 0{,}71875.$

Uebrigens kann man auch mit diesen nach der im folgenden §. gegebenen allgemeinen Regel verfahren.

§. 140.

Enthalten die in Decimalbrüche zu reducirenden gemeinen Brüche 3tel, 6tel, 7tel, 9tel, 12tel, 24stel u. s. w., so kann man nie eine Zahl finden, mit welcher man den gegebenen Nenner auf eine Potenz von 10 bringen könnte. Solche Brüche nennt man *unendliche*, oder *unvollendete Decimalbrüche*, weil sie aus solchen gemeinen Brüchen entstehen, deren Nenner keine Potenzen von 2 und 5 sind, und wo die Division (wenn man sie nämlich in Decimalbrüche verwandeln will) nie völlig aufgeht, wo aber der Fehler auf ein so kleines Theilchen gebracht werden kann, welches für gar nichts zu achten ist. *Endliche* oder *vollendete Decimalbrüche* entstehen demnach aus solchen Brüchen, deren Nenner Potenzen von 5 und 2 sind, wie die Brüche im vorigen §.

Um einen jeden gemeinen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln, merke man folgende *allgemeine Regel:*

Man hänge dem Zähler des gemeinen Bruches nach Belieben einige Nullen an, dividire ihn dann durch den Nenner, und gebe dem Quotienten so viel Decimalstellen, als Nullen angehängt worden. Dadurch setzt man den

Bruch mit der 3ten, 4ten oder 5ten Potenz von 10 in Proportion, und sucht dann das vierte Glied, welches der Zähler zu dem verlangten Decimalbruche ist. Z. B. der Bruch $\frac{5}{8}$

$$8 : 1000 = 5 : x$$

Man schliefst dann also: wie sich der Nenner des gemeinen Bruches (8) zu dem Nenner des Decimalbruches (1000 oder 10000 u. s. w.) verhält, so verhält sich auch der Zähler des erstern zu dem noch unbekannten Zähler des letztern. Folglich darf man auch nur dem Zähler nach Belieben einige Nullen anhängen, und denselben durch den Nenner dividiren, als:

$$8)\overline{5000}$$
$$625 = 0{,}625$$

Allein noch deutlicher kann man sich die Sache folgendermafsen erklären: Man betrachte den Zähler des gemeinen Bruches als einen, bei einer vorhergegangenen Division übrig gebliebenen Rest, mache denselben, durch Hinzufügung einer Null, zu Zehnteln und sehe nun, wie viel Zehntel derselbe enthalte. (§. 108.) Bleibt wieder ein Rest, so hänge man noch eine Null an, wodurch derselbe zu Hundertteln gemacht wird, und fahre so fort, bis die Division völlig aufgeht, oder bis man den Decimalbruch in den kleinsten Theilen ausgedrückt hat, so dafs der kleine Rest für gar nichts mehr zu achten ist. Z. B. $\frac{11}{16}$ und $\frac{5}{6}$

```
16) 110 | 0,6875
     96 |
    ---
    140
    128
    ---
     120
     112
     ---
      80
```

6) 50 | 0,8333
48
20
18
20
20

Der Decimalbruch $\frac{11}{16}$ beträgt also 0,6875 und ist ein endlicher oder vollendeter; hingegen der Bruch $\frac{5}{6}$ gibt einen unvollendeten Decimalbruch, weil die fortgesetzte Division immer noch einen kleinen Rest läſst. Da dieser allemal 2 beträgt, so darf man nur, je weiter man die Genauigkeit treiben will, die 3 im Quotienten noch ein oder mehrere Male hinzufügen.

Wie wird $\frac{1}{3}$ als ein Decimalbruch geschrieben? Die Antwort 0,3333 findet man nach dieser Berechnung:

$$\frac{1}{3} \quad 3)\frac{10000}{3333\frac{1}{3}} = 0{,}3333\ldots$$

Der Decimalbruch von $\frac{1}{3}$ beträgt also $\frac{3333}{10000}$ und noch $\frac{1}{3}$ von einem Zehntausendtel, oder ein Dreiſsigtausendtel. Dieser Ueberschuſs aber beträgt so wenig, daſs man denselben ganz unbesorgt weglassen kann; denn wäre es auch der Bruch von einem Thaler, so würde dieser Ueberschuſs noch nicht einmal den 100sten Theil eines Pfennigs ausmachen wäre es der Bruch von einem Pfund Sterling, so würde der Ueberschuſs $\frac{8}{1000}$ Penny betragen. Ueberhaupt werden immer 3 bis 4, höchstens 5 dem Zähler angehängte Nullen zureichen, um den Decimalbruch ziemlich genau auszudrücken. Will man aber die Rechnung doch noch schärfer führen, so kann man noch eine Null mehr an-

hängen. Die Division geht bei solchen unendlichen Decimalbrüchen nie auf; daher pflegt man der letzten Decimalziffer einige Punkte anzuhängen, um dadurch anzuzeigen, daſs sich die Genauigkeit noch weiter treiben lasse, und daſs man die letzte Ziffer nicht für die ganz letzte anzunehmen brauche.

§. 141.

Noch einige Beispiele.

1) Wie heiſst der Decimalbruch von $\frac{37}{12}$ fl.?

12 : 370000
3,0833 . . .

Die Antwort ist 3,0833 . . . fl.
oder noch schärfer 3,08333 . . . fl.

2) Wie schreibt man $56\frac{7}{11}$ Zentn. als einen Decimalbruch?

$56\frac{7}{11}$ Zentn. 11 : 7000 | 56,636 . . .
47(4 |

Die Antwort ist 56,636 . . . Zentn.
oder noch schärfer 56,6363 . . . Zentn.

3) Wie heiſst der Decimalbruch von $\frac{113}{517}$ Pfd?

517) 1130 | 0,218568 . . .
1034 |

960

4430
4136

2940
2585

3550
3102

4480
4136

344

Dies Wenige wird schon hinreichend seyn, Decimalbrüche nicht nur richtig zu lesen und zu schreiben, sondern auch gemeine Brüche in Decimalbrüche zu verwandeln. Die Uebung wird auch hier das Beste thun. Uebrigens wird es Anfängern sehr nützlich seyn, sich mit nachstehenden zwei Tabellen recht bekannt zu machen.

I. *Tabelle der Decimalbrüche* von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{11}{12}$

$\frac{1}{2}$=0,5	$\frac{4}{7}$ =0,57143 ...	$\frac{1}{11}$=0,0909 ...
$\frac{1}{3}$=0,3333 ...	$\frac{5}{7}$ =0,71428 ...	$\frac{2}{11}$=0,1818 ...
$\frac{2}{3}$=0,6666 ...	$\frac{6}{7}$ =0,85714 ...	$\frac{3}{11}$=0,2727 ...
$\frac{1}{4}$=0,25	$\frac{1}{8}$ =0,125	$\frac{4}{11}$=0,3636 ...
$\frac{3}{4}$=0,75	$\frac{3}{8}$ =0,375	$\frac{5}{11}$=0,4545 ...
$\frac{1}{5}$=0,2	$\frac{5}{8}$ =0,625	$\frac{6}{11}$=0,5454 ...
$\frac{2}{5}$=0,4	$\frac{7}{8}$ =0,875	$\frac{7}{11}$=0,63636 ...
$\frac{3}{5}$=0,6	$\frac{1}{9}$ =0,1111 ...	$\frac{8}{11}$=0,72727 ...
$\frac{4}{5}$=0,8	$\frac{2}{9}$ =0,2222 ...	$\frac{9}{11}$=0,81818 ...
$\frac{1}{6}$=0,1666 ...	$\frac{4}{9}$ =0,4444 ...	$\frac{10}{11}$=0,90909 ...
$\frac{5}{6}$=0,8333 ...	$\frac{5}{9}$ =0,5555 ...	$\frac{1}{12}$=0,0833 ...
$\frac{1}{7}$=0,14285 ...	$\frac{7}{9}$ =0,7777 ...	$\frac{5}{12}$=0,4166 ...
$\frac{2}{7}$=0,28571 ...	$\frac{8}{9}$ =0,8888 ...	$\frac{7}{12}$=0,5833 ...
$\frac{3}{7}$=0,42857 ...	$\frac{1}{10}$=0,1 u. s. w.	$\frac{11}{12}$=0,9166 ...

II. *Tabelle der Decimalbrüche*

über 15tel, 16tel, 18tel, 20tel, 24tel, 32tel, und 60tel, mit Ausschluſs der in der vorigen Tabelle enthaltenen Brüche.

$\frac{1}{15}$ = 0,0666 . . .	$\frac{7}{20}$ = 0,35	$\frac{21}{32}$ = 0,65625
$\frac{2}{15}$ = 0,1333 . . .	$\frac{9}{20}$ = 0,45	$\frac{23}{32}$ = 0,71875
$\frac{4}{15}$ = 0,2666 . . .	$\frac{11}{20}$ = 0,55	$\frac{25}{32}$ = 0,78125
$\frac{7}{15}$ = 0,4666 . . .	$\frac{13}{20}$ = 0,65	$\frac{27}{32}$ = 0,84375
$\frac{8}{15}$ = 0,5333 . . .	$\frac{17}{20}$ = 0,85	$\frac{29}{32}$ = 0,90625
$\frac{11}{15}$ = 0,7333 . . .	$\frac{19}{20}$ = 0,95	$\frac{31}{32}$ = 0,96875
$\frac{13}{15}$ = 0,8666 . . .	$\frac{1}{24}$ = 0,0416 . . .	$\frac{1}{60}$ = 0,0166 . . .
$\frac{14}{15}$ = 0,9333 . . .	$\frac{5}{24}$ = 0,2083 . . .	$\frac{7}{60}$ = 0,1166 . .
$\frac{1}{16}$ = 0,0625	$\frac{7}{24}$ = 0,2916 . . .	$\frac{11}{60}$ = 0,1833 . . .
$\frac{3}{16}$ = 0,1875	$\frac{11}{24}$ = 0,4583 . . .	$\frac{13}{60}$ = 0,2166 . . .
$\frac{5}{16}$ = 0,3125	$\frac{13}{24}$ = 0,5416 . . .	$\frac{17}{60}$ = 0,2833 . . .
$\frac{7}{16}$ = 0,4375	$\frac{17}{24}$ = 0,7083 . . .	$\frac{19}{60}$ = 0,3166 . . .
$\frac{9}{16}$ = 0,5625	$\frac{19}{24}$ = 0,7916 . . .	$\frac{23}{60}$ = 0,3833 . . .
$\frac{11}{16}$ = 0,6875	$\frac{23}{24}$ = 0,9583 . . .	$\frac{29}{60}$ = 0,4833 . . .
$\frac{13}{16}$ = 0,8125	$\frac{1}{32}$ = 0,03125	$\frac{31}{60}$ = 0,5166 . . .
$\frac{15}{16}$ = 0,9375	$\frac{3}{32}$ = 0,09375	$\frac{37}{60}$ = 0,6166 . . .
$\frac{1}{18}$ = 0,0555 . . .	$\frac{5}{32}$ = 0,15625	$\frac{41}{60}$ = 0,6833 . . .
$\frac{5}{18}$ = 0,2777 . . .	$\frac{7}{32}$ = 0,21875	$\frac{43}{60}$ = 0,7166 . . .
$\frac{7}{18}$ = 0,3888 . . .	$\frac{9}{32}$ = 0,28125	$\frac{47}{60}$ = 0,7833 . . .
$\frac{11}{18}$ = 0,6111 . . .	$\frac{11}{32}$ = 0,34375	$\frac{49}{60}$ = 0,8166 . . .
$\frac{13}{18}$ = 0,7222 . . .	$\frac{13}{32}$ = 0,40625	$\frac{53}{60}$ = 0,8833 . . .
$\frac{17}{18}$ = 0,9444 . . .	$\frac{15}{32}$ = 0,46875	$\frac{57}{60}$ = 0,95
$\frac{1}{20}$ = 0,05	$\frac{17}{32}$ = 0,53125	$\frac{58}{60}$ = 0,9666 . . .
$\frac{3}{20}$ = 0,15	$\frac{19}{32}$ = 0,59375	$\frac{59}{60}$ = 0,9833 . . .

§. 142.

In diesem § ist nur noch ganz kurz zu zeigen, wie man einen Decimalbruch resolvirt, oder dessen Werth in ganzen Zahlen ausdrückt, und wie man ganze Zahlen in Decimalbrüche der höhern Sorte verwandele? Wer die obigen § 102 und 103 gehörig verstanden hat, der wird beim Resolviren der Decimalbrüche nicht die geringste Schwierigkeit finden. Die Regel dabei ist folgende:

Man multiplicirt den Decimalbruch mit der Reductionszahl, und schneidet dann so viel Decimalstellen ab, als deren der Decimalbruch zuerst hatte.

1) 0,3125 Rthlr. wie viel sind es Groschen und Pfennige?

0,3125 ⨯ 24
——— (4
12500
——— (6
Gr. 7|5000
——— (12
Pf. 6|0000

2) 0,84375 Zentn., wie viel sind es Pfd. etc.?

0,84375 ⨯ 110
84375
———
Pfd. 92|81250 ⨯ 32
——— (4
325000
——— (8
Lth. 26|00

3) Welchen Werth hat der Bruch 0,79166 fl.

0,79166
60
———
Xr. 47|4996ø
4
———
Pf. 1|9984

oder beinahe 2 Pf. od. $\frac{1}{2}$ Kreuzer, welches man schon bei den Kreuzern sehen konnte; denn wenn demselben noch die Kleinigkeit von 4 Zehntausendteln hinzugefügt wird, so enthält der Bruch 5 Zehntel oder $\frac{1}{2}$ Xr.

Eben so leicht ist es auch, die nicht decimalischen Unterabtheilungen oder niedern Sorten bei den Münzen, Maasen und Gewichten in Decimalbrüche der höhern Sorte zu verwandeln. Man nimmt nämlich die Zahl der niedern Sorte, welche man in einen Decimalbruch der höhern Sorte verwandeln will, als Dividend an, und dividirt denselben durch die Reductionszahl, indem man, wie §. 140 und 141 eine und mehrere Nullen dem Dividenden anhängt. Z. B. 45 Kreuzer, was ist es für ein Decimalbruch vom Gulden?

```
6ø : 45ø | 0,75 fl, oder ¾ fl.
     42  |
     ---
      30
      30
     ---
```

Ferner: 28 Loth, —? von 1 Pfund.?

```
32 : 280 | 0,875 Pfd. oder ⅞ Pfd.
     256 |
     ---
      240
      224
      ---
       160
       160
       ---
```

Noch einige Beispiele, wo die Division nie ganz aufgeht, und wo man die Genauigkeit nach Belieben weiter treiben kann.

13 Ggr. —? von 1 Rthlr

```
24 : 130 | 0,54166 . . . Rthlr.
     120 |
     ---
      100
       96
      ---
        40
        24
       ---
        160
        144
        ---
        160
```

8 Pf. —? von 1 Rthlr.

```
288 : 800 | 0,0277 . . . Rthlr.
      576 |
      ---
      2240
      2016
      ----
      2240
```

37 Kr. —? von 1 fl.?

```
6ø : 37ø | 0,6166 . . . fl.
     36  |
     ---
      10
     ---
      40
      36
     ---
      40
```

5 Ggr. 3 Pf. —? von 1 Rthlr.

```
24 : 5 1/4 Gr.
----------- (4
96 : 210      | 0,21875 Rthlr.
     192      |
     ---
      180
      ---
      840
      768
      ---
      720
      672
      ---
      480
      480
      ---
```

§. 143.

Addition der Decimalbrüche.

Decimalbrüche, die es schon sind, zu addiren, ist so leicht, dafs es beinahe gar keiner Anweisung bedarf. Man setze nur die Ziffern von einerlei Ordnung, sowohl bei ganzen Zahlen, als auch bei Decimalbrüchen, richtig unter einander, und addire dann dieselben, wie gunze Zahlen addirt werden; z. B.

1) Rthlr.	0,25	2) fl.	56,8
	0,05		394,8833
	0,375		9,3166
	0,25		204,0666
	0,625		49,15
	0,95		63,0335
Rthlr.	2,5øø	fl.	777,25øø

Man fängt auch hier zur Rechten an zu addiren, um die jedesmaligen Zehner zur folgenden Kolumne mit hinüberzunehmen. Die Summe von Nr. 1. beträgt 2,500 Rthlr. oder da die Nullen zur Rechten der Decimalbrüche ohne Bedeutung sind, 2,5 Rthlr. das ist $2\frac{1}{2}$ Rthlr. Die Summe von Nr. 2. beträgt 777,2500 oder, welches einerlei ist, 777,25 fl. 0,25 fl. aber ist so viel als $\frac{1}{4}$ fl. oder 15 Kreuzer.

§. 144.

Eben so leicht wird es besonders denjenigen seyn, welche die obigen beiden Tabellen gut inne haben, gemeine Brüche erst in Decimalbrüche zu verwandeln, und dann zu addiren. Auch dies soll durch zwei Beispiele bewiesen werden.

Ex. 1) Herr *Dittmar* hatte folgende Posten ausstehen: bei A. $541\frac{4}{5}$ fl., bei B. $359\frac{1}{4}$ fl., bei

C. $896\frac{1}{5}$ fl., bei D. $39\frac{7}{8}$ fl., bei E. $97\frac{11}{20}$ fl., bei F. $273\frac{9}{20}$ fl. Wie viel beträgt es in Summa? Antw. 2208,125 fl. wie hier folgt:

A.	$541\frac{4}{5}$	fl.	=	541,8
B.	$359\frac{1}{4}$	-	=	359,25
C.	$896\frac{1}{5}$	-	=	896,2
D.	$39\frac{7}{8}$	-	=	39,875
E.	$97\frac{11}{20}$	-	=	97,55
F.	$273\frac{9}{20}$	-	=	273,45
				2208,125 fl.

Die Summe der Decimalbrüche ist 3,125; die Summe aller Posten aber ist 2208,125 fl. Der Betrag des Decimalbruches 0,125 ist nach obiger Tabelle gleich $\frac{1}{8}$ fl. oder $7\frac{1}{2}$ Kreuzer.

Ex. 2) Wie viel beträgt die Summe von $\frac{1}{2}$ fl. + $\frac{2}{3}$ + $\frac{3}{4}$ + $\frac{4}{5}$ + $\frac{5}{6}$ + $\frac{7}{10}$ + $\frac{8}{15}$ fl.? Es ist das oben §. 112 angeführte Beispiel, das mit Decimalbrüchen eine noch leichtere Rechnung gewährt, als:

fl.	$\frac{1}{2}$	=	0,5
	$\frac{2}{3}$	=	0,6666
	$\frac{3}{4}$	=	0,75
	$\frac{4}{5}$	=	0,8
	$\frac{5}{6}$	=	0,8333
	$\frac{7}{10}$	=	0,7
	$\frac{8}{15}$	=	0,5333
		fl.	4,7832

Dieser Decimalbruch (0,7832) ist dem in der zweiten Tabelle von $\frac{47}{60}$ beinahe ganz gleich; denn $\frac{1}{10000}$ fl. würde nicht einmal den 40sten Theil eines Pfennigs betragen, und ist daher für gar nichts zu achten.

§. 145.

Wenn in einem Decimalbruche die letzten oder niedrigsten Ziffern immer in 9 fortgehen,

so darf man nur 1 Tausend-oder Zehntausendtheilchen zu der letztern hinzuzählen, so wird man dadurch mehrentheils einen vollendeten Decimalbruch erhalten. Z. B.

1. Cavendish in Manchester nimmt folgende Schuldposten ein: von G. $63\frac{4}{5}$ Lsterl., von H. $119\frac{7}{20}$ L., von I. $84\frac{11}{60}$ L., von K. $75\frac{3}{4}$ L., von L. $43\frac{17}{20}$ L. und von M. $327\frac{4}{15}$ L. Wie viel beträgt die Summe?

G.	$63\frac{4}{5}$	L.	=	63,8
H.	$119\frac{7}{20}$	-	=	119,35
I.	$84\frac{11}{60}$	-	=	84,1833 ...
K.	$75\frac{3}{4}$	-	=	75,75
L.	$43\frac{17}{20}$	-	=	43,85
M.	$327\frac{4}{15}$	-	=	327,2666 ...
				L. 714,1999
				0,0001
				L. 714,2øøø

Durch Hinzufügung dieses $\frac{1}{10000}$, das noch nicht einmal den 40sten Theil eines Penny beträgt, erhält man einen vollendeten Decimalbruch, nämlich 3,2000 d. i. 3,2 und gerade so viel betragen die gemeinen Brüche, wenn sie als solche addirt werden.

Dasselbe gilt auch, wenn die auf die Neunen folgende Ziffer eine 8 oder 7 ist, wo man 2 oder 3 Tausend - oder Zehntausendtheilchen hinzufügt; z. B.

$$\begin{array}{r} 0{,}84998 \\ +\ 0{,}00002 \\ \hline 0{,}85000 = 0{,}85 \end{array}$$

Folglich kann man für folgende und mehrere unvollendete

Decimalbrüche gleich setzen

0,39999 . . . = 0,4
0,24998 . . = 0,25
0,874997 . = 0,875 u. s. w.

Auf solche Ergänzungen, wo man 1 auch 2 bis 3 Tausend - oder Zehntausendtheile noch hinzufügt, hat man wohl Acht zu geben, weil man sich die Rechnung dadurch noch mehr erleichtern, und den Decimalbruch richtiger schätzen kann.

§. 146.

Subtraction der Decimalbrüche.

Auch hier ist das Verfahren eben so, wie bei ganzen Zahlen, nur muſs man beim Rest die Ganzen von den Decimalbrüchen durch das Komma gehörig unterscheiden. Z. B.

1) 623,875 Rthlr.
 508,125 -
 ―――――
 115,750 = 115,75 Rthlr. = $115\frac{3}{4}$ Rthlr.

2) 183,0666 fl.
 124,6833 -
 ―――――
Rest 58,3833 fl. = 58 fl. 23 Kreuzer.

Im zweiten Ex. können die 8 Hunderttheile von den darüberstehenden 6 nicht abgezogen werden, und da auch keine Zehntheile im Minuenden sind, so borgt man bei den 3 Ganzen eine Einheit, welche 10 Zehntel hat; da man nun nicht 10, sondern nur 1 Zehntel braucht, so wird, weil die 9 Zehntel zurückbleiben, aus der Null eine 9; das 1 Zehntel aber ist so viel als 10 Hunderttel, diese zu den 6 Hundertteln hinzugezählt = 16; hiervon die untern 8 und so weiter.

Ex. 3) Subtrahire 68,875 fl. holl. von 123,5 fl.

	123,5 fl.	oder	123,500
	68,875 -		68,875
Rest	54,625 fl.		54,625

Da der Decimalbruch im Minuenden nur aus einer Ziffer besteht, so kann man entweder dieser Ziffer noch einige Nullen anhängen, oder man borgt bei den Ziffern des Subtrahenden, nach §. 15. Nr. 5.

§. 147.

Ist aber der Bruch des Subtrahenden ein unvollendeter Decimalbruch, und der im Minuenden ein vollendeter, so schreibt man, wenn der Subtrahend mehr Ziffern enthält als der Minuend, statt der Nullen lauter Neunen, und vermindert die auf die Neunen folgende bedeutende Ziffer um eins. Dadurch bildet man den vollendeten Decimalbruch im Minuenden auch in einen unvollendeten um, und macht den Minuenden dem Subtrahenden *gleichartig*, wodurch dann die Rechnung um desto schärfer geführt werden kann. Z. B.

Wie heiſst die Differenz von 8,75—4,9583?

8,75	$= 8\frac{3}{4}$
(499 . . .	
4,9583 . . .	$= 4\frac{23}{24}$
3,7916 . . .	$= 3\frac{19}{24}$

§. 148.

Multiplication der Decimalbrüche.

Die allgemeine Regel ist:

Multiplizire die Decimalbrüche gerade so, wie man ganze Zahlen multiplizirt, und gib dann dem erhaltenen Producte so viel Decimal-

stellen, als sich deren in den beiden Factoren (im Multiplicanden und Multiplicator) *befinden.* Trifft sich's aber, daſs das Product nicht so viel Ziffern habe, als es Decimalstellen erhalten soll, so fügt man zur Linken desselben noch so viel Nullen hinzu, als Decimalstellen fehlten. Denn, wenn Ganze mit Zehnteln multiplizirt werden, so enthält das Product Zehntel; werden Zehntel, mit Zehnteln multiplizirt, so enthält das Product Hunderttel, und werden Zehntel und Hunderttel mit einander multiplizirt, so entstehen daraus Tausendtel etc. Einige Beispiele werden dies am besten erläutern.

a) 0,8	b) 8	c) 0,8
6	0,6	0,6
4,8	4,8	0,48
d) 0,08	e) 0,008	f) 0,008
0,06	0,06	0,0006
0,0048	0,00048	0,0000048

Beim Multipliziren ist es bekanntlich einerlei, mit welchem Factor man den andern vermehrt, folglich sind die Producte in a und b einander gleich; denn $6 \times \frac{8}{10}$ und $\frac{8}{10} \times 6 = \frac{48}{10} = 4\frac{8}{10}$ oder im Decimalausdrucke 4,8. In c ist der Multiplicand $\frac{8}{10}$ und der Multiplicator $\frac{6}{10}$, beide Brüche multiplizirt geben $\frac{48}{100} = 0{,}48$. In d sind $\frac{8}{100}$ mit $\frac{6}{100}$ zu multipliziren, das Product ist $\frac{48}{10000} = 0{,}0048$ u. s. w. Hieraus ergibt sich auch die Richtigkeit der obigen Regel.

Eben so verhält sich's mit folgenden Decimalbrüchen:

a) $1{,}2 = 8 \times 1\frac{2}{10} = 8 \times \frac{12}{10} = \frac{96}{10} = 9{,}6$

$$\begin{array}{r} 1{,}2 \\ 8 \\ \hline 9{,}6 \end{array}$$

b) 12
0,8
9,6

c) $1,2 = \frac{8}{10} \times \frac{12}{10} = \frac{96}{100} = 0,96$
0,8
0,96

d) 0,12
0,08
0,0096

e) 0,012
0,008
0,000096

f) $0,72 = \frac{72}{100} \times \frac{6}{1000} = \frac{432}{100000} = 0,00432$
0,006
0,00432

g) 76,625 Rthlr.
48
613 000
3065 00
3678,000 Rthlr.

Oder 76,625 × 48 / 6 × 8
459 750 (6
3678,000 (8

h) 178,35 fl.
1,6
107010
17835
285,360 fl.

Oder 178,35 × 1,6
107 010
285,360

Aus diesen letztern zwei Beispielen sieht man, daſs sich auch hier die oben §. 27. und 29. gezeigten Vortheile im Multipliziren anwenden lassen.

§. 149. a)

Enthält einer der Factoren am Ende Nullen, so kann man dieselben auch, wie bei ganzen Zahlen, ausrücken, und beim Producte die Nullen gegen so viel Decimalstellen weglassen, wie folgende Beispiele zeigen werden:

1) Multiplizire $66\frac{3}{4}$ mit 700; oder wie theuer kommen 700 Zentner Zucker à $66\frac{3}{4}$ Rthlr.?

66,75
700

46725 Rthlr.

2) Was kosten 300 Pfd. Indigo in Paris, à 6 Fr. 64 Cent. oder à 6,64 Fr.?

300
6,64

1992 Francs.

3) Multiplizire 123700 mit 0,025.

123700
0,025

6185
2474

3092,5

In den ersten beiden Beispielen wurden die 2 Nullen gegen die zwei Decimalstellen, gleich weggelassen; im dritten aber hat der Multiplicator drei Decimalstellen, und der Multiplicand nur zwei Nullen, folglich mufste dem Producte noch eine Decimalstelle gegeben werden.

§. 149. b)

Soll ein Decimalbruch mit einer dekadischen Zahl, mit 10, 100, 1000 u. s. w. multiplizirt werden, so darf man nur den Decimalstrich um so viele Stellen weiter herunter rükken, als der Multiplicator Nullen hat. Z. B.

$$7486,875 \times 100 = 748687,5.$$

Eben dasselbe Product erhält man, wenn man dem Multiplicanden die beiden Nullen anhängt, und drei Decimalstellen abschneidet, wo dann die beiden Nullen mit noch einer Ziffer wieder abgeschnitten werden.

Wenn demnach 1 Zentner kostet	134,875	Rthlr.	
so kosten 10 Zentn.	1348,75	-	
und 100 -	13487,5	-	
und 1000 -	134875	-	

Wenn 1 Decigramm mit $43\frac{1}{2}$ Centimes bezahlt wird,

	=	0,435	Fr.
so kostet 1 Gramm	=	4,35	-
- - 1 Dekagramm	=	43,5	-
- - 1 Hektogramm	=	435	-
- - 1 Kilogramm	=	4350	-

Auf diese leichte Art kann man alle dergleichen vorkommende Fälle behandeln. Da es bei der Multiplication nicht, wie bei der Addition und Subtraction, durchaus nöthig ist, daſs nur gleiche Benennungen unter einander zu stehen kommen; so kann man sich dadurch vieler Freiheiten bedienen, ohne nur im mindesten gegen den Wohlstand anzustoſsen. Hierzu mögen folgende Beispiele dienen:

1) Wie heiſst das Product von 748 Rthlr. × 1, 6?

$$\begin{array}{r} 748 \\ 1,6 \\ \hline 4488 \\ 748 \\ \hline 1196,8 \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} 748 \times 1,6 \\ 4488 \\ \hline 1196,8 \end{array}$$

$$\text{Oder:} \quad \begin{array}{r} 748 \\ \hline 2992 \\ \hline 1196,8 \end{array}\begin{array}{l} (4 \\ \\ (4 \end{array} \quad \times \quad \begin{array}{c} 1,6 \\ \hline 4 \cdot 4 \end{array}$$

2) Was kosten $243\frac{1}{4}$ Pfd. à 6 Rubel 65 Kopeken?

243,25	oder	243,25
6,65		6,65
121625		145950
145950		145950
145950		121625
1617,6125		1617,6125

oder: 243,25 × 6,65

(6 145950	$6 + \frac{50}{100} + \frac{10}{100} + \frac{5}{100}$
2) 121625	$\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2}$
5) 24325	
2) 121625	
1617,6125	

Das Product beträgt nach den drei verschiedenen Berechnungen immer 1617 Rubel $61\frac{1}{4}$ Kopeken.

§. 150.

Division der Decimalbrüche.

Die allgemeine Regel ist:

Dividire die Decimalbrüche ebenfalls wie ganze Zahlen, und gib dem Quotienten so viel Decimalstellen, als deren im Dividenden, weniger so viel als im Divisor, sind. Andere drücken diese Regel auch so aus: Hänge dem Dividenden so viel Nullen an, als der Divisor Decimalstellen hat, dividire dann auf die gewöhnliche Weise, und gib am Ende dem Quotienten so viel Decimalstellen, als deren der gegebene Dividend hatte.

In Beziehung auf die gegebene Regel will ich nun noch einige besondere Fälle anführen:

1) *Wenn der Divisor eine ganze Zahl ist, so gibt man dem Quotienten so viel Decimalstellen, als deren im Dividenden sind, wenn*

nämlich die Division aufgeht. Geht aber die Division nicht auf, so kann man dieselbe doch, durch das Hinzufügen von einer oder mehrern Nullen, fortsetzen, um die gröſste Genauigkeit zu finden.

a) Dividire 97,44 durch 12.

```
12 : 97,44
     ─────
     8,12 Quot.
```

b) Dividire 898,896 Stein durch 24.

```
24 : 898,896 Stein | 37,454 Stein.
     72            |
     ───
     178
     168
     ───
      108
       96
      ───
      129
      120
      ───
        96
        96
        ──
```

```
Oder. 24 : 898,896 | 37,454
           178     |
            108
             129
               96
              ───
```

```
Oder. 24 : 898,896      Oder. 24 : 898,896
          ────────           ──   4)────────
           37,454           4 × 6   224 724
                                  6)────────
                                     37,454
```

c) Wie heiſst der Quotient von 1104,1296 fl., dividirt durch 42?

42 : 1104,1296 fl.
6.7 7) 1577328
(6 26,2888 fl.

In diesen drei Beispielen ging der Divisor im Dividenden allemal gerade auf; in den folgenden aber kann man die Division noch weiter fortsetzen.

d) Dividire 1751,7083 Rthlr. durch 56; oder wenn 56 Zentner 1751 Rthlr. 17 Ggr. kosten, was kostet 1 Zentn.?

56 : 1751,7083 Rthlr. | 31,280505
168
71
56
157
112
450
448
283
280
300
280
20 u. s. w.

Oder. 56 : 1751,7083 Rthlr.
7.8 7) 250,244042
8) 31,280505...

e) Wie heiſst der Quotient von 1536,125 Fr., dividirt durch 365?

```
365 : 1536,125 Fr. | 4,20856 Fr.
      1460
      ----
       761
       730
       ----
        3125
        2920
        ----
         2050
         1825
         ----
          2250
          2190
          ----
            60
```

Der Quotient wäre in diesem letztern Beispiele 4,21 Fr., welches zwar $1\frac{1}{2}$ Tausendtel beinahe zu viel, aber von keiner Bedeutung ist.

§. 151.

2) *Wenn Dividend und Divisor aus reinen oder gemischten Decimalbrüchen bestehen, so zieht man die Anzahl der Decimalstellen des Divisors von der des Dividenden ab, und gibt dem Quotienten den Rest.*

a) Dividire 138,336 Francs durch 2,4.

```
 24   :    138,336 Fr.
----     4)-----------
4 × 6       34584
         6)-----------
           57,64 Fr. = 57 Fr. 64 Cent.
```

Der Divisor hat hier nur eine Decimalstelle, der Dividend hingegen hat deren drei, folglich erhält der Quotient 2 Decimalstellen. Denn dividirt man Zehntel durch Zehntel, so erhält man Ganze zum Quotienten; dividirt man aber Hunderttel durch Zehntel, so kommen Zehntel zum Quotienten. Man kann hierbei auch auf folgende Art verfahren: man macht sowohl den Divisor als Dividend um so viel mal gröſser, bis man aus dem Divisor eine völlig ganze Zahl

erhält, und dividirt dann, wie im vorigen §. gezeigt worden. Nach diesem Verfahren erhält man im vorigen Beispiele 24 zum Divisor und 1383,36 zum Dividenden, denn

$$\frac{2{,}4}{24}\,(10 \quad \text{und} \quad \frac{138{,}336}{1383{,}36}\,(10$$

b) Was kostet ein Pfund Thee Congo in Bourdeaux, wenn 214¼ Pfd. für 694 Fr. 17 Cent. eingekauft worden? oder dividire 694,17 Fr. durch 214,25.

```
214,25 : 694,17 | 3,24 Francs. = 3 Fr. 24 Cent.
         64275  |
         -----
          51420
          42850
          -----
           85700
           85700
           -----
```

Hier heben sich die Decimalstellen des Divisors und des Dividenden gegen einander auf, und der Quotient ist 3 Fr. Da aber noch 5142 übrig bleibt, so setzt man die Division immer fort, indem man jedesmal eine Null beifügt, und dann dem Quotienten so viel Decimalstellen gibt, als man Nullen beigefügt hat.

Auf eben diese Art kann man auch bei der Division mit ganzen Zahlen den Rest, welcher öfters einen ganz unbequemen Bruch geben, oder durch's Abbreviren mehr Mühe machen würde, in einem Decimalbruch ausdrücken. Wir wollen das letztere Beispiel einmal hierauf anwenden, und sowohl den Divisor, als den Dividenden um 100 mal vergröſsern, und ausrechnen, wie theuer ein Pfd. komme, wenn 21425 Pfd. für 69417 Fr. eingekauft worden sind? Die Berechnung ist ganz die vorige, als:

```
21425 : 69417 | 3,24 Fr.
        64275 |
        -----
         51420
         42850
         -----
          85700
          85700
          -----
```

Hierauf gründet sich folgendes Verfahren, wodurch die Division der Decimalbrüche sehr erleichtert wird, *daſs man nämlich den Divisor und Dividenden in Ansehung der Decimalstellen gleich mache;* d. h. wenn der Divisor eine und der Dividend drei Decimalstellen hat, so fügt man jenem noch zwei Nullen hinzu, damit er eben so viel Decimalstellen bekomme; oder wenn der Divisor fünf und der Dividend nur zwei Decimalstellen hat, so hängt man letzterem noch drei Nullen an. Hat nun sowohl der Divisor als der Dividend gleich viel Decimalstellen, so kann man an beiden den Decimalstrich ausstreichen, und sie als ganze Zahlen betrachten. Denn wenn man beide mit ihrem nun gleichen Nenner (mit 10, 100, 1000 u. s. w.) multiplizirt, so erhält man aus dem Bruche so viel Ganze, als der Zähler desselben anzeigt. Z. B.

a) Wenn $6\frac{3}{4}$ Zentn. für 3290,625 Rthlr. eingekauft worden, wie theuer kommt 1 Zentn.?

```
675|0 : 3290 62|5 | 487,5 Rthlr. = 487 Rthlr. 12 Ggr.
        2700      |
        ----
         5906
         5400
         ----
          5062
          4725
          ----
           3375
           3375
           ----
```

b) $21\frac{3}{8}$ Ellen haben 102,6 Rubel gekostet, was kostet 1 Elle?

```
21375 : 102600 | 4,8 Rub. = 4 Rub. 80 Kop.
         85500 |
        -------
        171000
        171000
        -------
```

c) Wie heifst der Quotient von 875,5166 dividirt durch 7,2

```
72|000 : 8755|166 | 121,5995
         ---
          155
          144
          ---
           115
          ---
           431
           360
           ---
            716
            648
            ---
             686
             648
             ---
              380
              360
              ---
               20 u. s. w.
```

Oder:

```
72|000 : 8755|166
       8)----------
8.9.     1094,39575
       9)----------
          121,599528
```

Fügt man diesem Quotienten nur noch 5 Zehntausendtel hinzu, so erhält man einen vollendeten Decimalbruch, nämlich 0,6 oder 121,6.

§. 152.

3) *Wenn der Dividend aus lauter Ganzen besteht, und der Divisor ein Decimalbruch ist, so gibt man dem ersteren so viel Nullen, als*

letzterer Decimalstellen hat, und betrachtet beide als ganze Zahlen.

a) Dividire 84 durch 4,2.

```
4,2 : 840 | 20 Quot.
      84  |
      ---
        0
```

b) Dividire 7986 durch 3,75.

```
3,75 : 798600 | 2129,6 Quot.
       750    |
       ---
        486
        ---
        1110
         750
        ----
        3600
        3375
        ----
        2250
        2250
        ----
```

Es wird nämlich hierdurch ebenfalls der Divisor und der Dividend mit 10, 100, 1000 u. s. w. vermehrt, um den Decimalbruch aus dem Divisor wegzuschaffen; denn $10 \times 4{,}2 = 42$; und $10 \times 84 = 840$.

$$100 \times 3{,}75 = 375; \text{ und } 100 \times 7986 = 798600$$

In dem zweiten Beispiele blieben noch $\frac{225}{375}$ Rest, die nach dem vor. § 0,6 gaben.

c) Wenn in Paris 217 Fr. für $144\frac{3}{4}$ Kilogramme levantischen Reiſs gegeben werden, wie theuer kommt da 1 Kilogramme? oder dividire 217 durch 144,75.

```
14475 : 21700 | 1,499 Fr.
        14475 |          = cca. 1,5 Fr.
        -----
        72250
        57900
        ------
        143500
        130275
        ------
         132250
         130275
         ------
           1975
```

Das Facit ist 1,499 Fr. oder 1 Fr. 49 Cent. und 9 Zehntel Centime = 9 Tausendtel Franke, oder, wie es auch in Frankreich genannt wird, 9 Millième. Der Rest $\frac{1975}{14475}$ ist so unbedeutend, daſs er ganz weggelassen werden kann. Ergänzt man übrigens das fehlende $\frac{1}{1000}$ so erhält man 1,5 Fr. oder 1 Fr. 50 Cent. zum Quotienten.

So wie wir oben §. 149 b. die Multiplication der Decimalbrüche mit einer dekadischen Zahl sehr kurz und leicht verrichteten; eben so kurz und leicht ist auch die Division mit einer solchen Zahl, indem man nur den Decimalstrich um so viel Stellen zur Linken hinauf zu rücken braucht, als der Divisor Nullen hat. Z. B.

100 : 6487,5 = 64,875.

Wenn demnach 10 Zentn. kosten	131,25 Rthlr.
so kostet 1 Zentn.	13,125 -
Wenn 1000 Pfd. kosten	7937,5 fl.
so kostet 1 Pfd.	7,9375 fl.
Wenn 1 Kilogramm gilt	137,8 Fr.
so gilt 1 Hektogramm	13,78 -
— — 1 Dekagramm	1,378 -
— — 1 Gramm	0,1378 Fr.
	od. cca 13¾ Cent.

Anmerk. Die Probe macht man auf die vier Rechnungsarten mit Decimalbrüchen eben so, wie oben mit ganzen Zahlen.

§. 153.

Aus den angeführten Beispielen sieht man wenigstens einigermaſsen, daſs die Decimalbruchrechnung viele Vortheile gewähre. Aber welche Vortheile würde sie bei allen Rechnungen des gemeinen Lebens nicht nur, sondern auch bei den kaufmännischen Berechnungen verschaffen, wenn unsere Münzen, Maaſse und Gewichte, so wie jetzt in Frankreich, auch zehntheilig wären! Welch eine Menge der unregelmäſsigsten Zählungsarten muſs nicht ein Anfänger in der Arithmetik auswendig wissen, wenn er nur irgend einige leichte arithmetische Aufgaben berechnen will. So zählt man z. B. bei Münzen von 1 bis 11 Pfennige fort, 12 Pfennigen aber gibt man die Benennung einer höhern Einheit, und nennt sie in Obersachsen einen Groschen, in Niedersachsen einen guten Groschen. Diese zählt man wieder fort bis 23, und macht 24 g. Groschen zu einer neuen höhern Einheit, zu einem Thaler. Oder man nennt, besonders in Niedersachsen, 8 Pfennige einen Groschen, und rechnet 36 solcher Groschen für einen Thaler. In Hamburg, Lübeck u. s. w. machen 12 Pfennige einen Schilling, und 16 solcher Schillinge = 1 Mark. In Bremen gehen auf den Reichsthaler 72 Groote, und jeder Groot besteht aus 5 Schwaaren. In einem groſsen Theile des südlichen Teutschlandes zählt man die Kreuzer bis 59 und gibt erst 60 Kreuzern die Benennung eines Guldens. So hat jedes Land, ja beinahe jedes Ländchen, seine eignen Rechnungs- und Zählungsmünzen.

Beim Gewichte zählt man die kleinste, im Detailhandel vorkommende Sorte, das Quentchen, nur bis 3 fort, und nennt 4 Quentchen 1 Loth; 32 Lothe nennt man 1 Pfund; 20, 22, 24, 33 u. s. w. Pfunde machen 1 Stein; und bald gehen 100, bald 104, bald 108, bald 110, bald 112, bald 114 Pfunde u. s. w. auf einen Zentner. Möchte es daher nicht bloſs ein frommer Wunsch bleiben, daſs auch in unserm teutschen Vaterlande ein die Handlung erleichterndes und Betrug vorbeugendes, allgemeines Münz -, Maas - und Gewichtssystem bald eingeführt würde!

§. 154.

Uebungsbeispiele.

a) *Addition.*

1) Wie viel betragen: 16,25 Zentn. + 8,4 Zentn. + 6,75 Zentn. + 35,6 Zentn. + 0,625 Zentn. + 54,5 Zentn.?

2) Was betragen: 70,5 Pfd. + 16,4375 Pfd. + 32,53125 Pfd. + 21,65625 Pfd. + 8,125 Pfd. + 19,75 Pfd. + 84,5 Pfd.?

3) Addire 193,5 fl. holl. + 69,65 + 119,85 + 34,35 + 80,75 + 304,95 fl. holl.

4) Addire 6,5 Lsterl. + 18,55 + 342,625 + 53,4583 + 78,21875 + 137,96875 + 43,6832 Lsterl.

5) Addire 175,28 Francs + 84,71 + 49,83 + 0,95 + 368,88 + 94,80 + 109 + 0,31 Fr.

(*b* *Subtraction.*

6) A. hatte 73,75 Zentn. Zucker, verkauft

davon 54,875 Zentner, wie viel behält er noch?

7) B. hat 273,21 Francs, wie viel wird ihm übrig bleiben, wenn er sein Kostgeld davon bezahlt, welches 219,83 Fr. beträgt?

8) C. in Amsterdam hat bei D. 1300,525 fl. zu fordern; wenn nun D. 801,65 fl. abbezahlt, wie viel muſs er dem C. noch zahlen?

9) E. in Hamburg hatte 3675,3125 Mk. ausgeliehen, erhielt hierauf bezahlt 2986,8125 Mk.; wie viel beträgt der Rest?

10) F. in Nürnberg kaufte eine Partie Waaren für 867,5 fl. und nachdem er sie wieder verkauft, fand er, daſs er 1246,7166 fl. daraus gelöſst hatte; wie viel betrug sein Gewinn?

c) Multiplication.

11) G. in Marseille kaufte 800 Stück Flinten à 18,34 Fr., wie viel beträgt es?

12) Was kosten $1698\frac{1}{2}$ Pfd. Martinique Kaffee à 1,44 Francs?

13) Was kosten $365\frac{3}{4}$ Pfd. Grünspan à 28 Centimes?

14) Wie heiſst das Product von $16\frac{7}{8} \times 4\frac{3}{4}$?

15) Wie theuer kommen in Petersburg 134,6 Pud Hanföl à $3\frac{3}{4}$ Rubel?

d) Division.

16) Wie viel Paar Schuhe können für 6004 Franken und 80 Centimes angeschafft werden, wenn das Paar 5,56 Franken kostet?

17) Was beträgt der Arbeitslohn für 1 Ruthe Mauer, wenn 24,3 Ruthen 187,11 Franken kosten?

18) 6,75 Meter Tuch kosten 33 Franken, was 1 Meter?

19) Wie theuer kommt in Petersburg 1 Pud Eisen, wenn 614,375 Pud mit 1105,87 Rubel bezahlt werden?

20) Was kostet daselbst 1 Pud Juchten, wenn 68,625 Pud 3595 Rubel 95 Kopeken gelten?

Zweiter Theil.

Proportionsregel. Regel de tri

mit

directen und indirecten Verhältnissen.

Regel quinque. Kettenregel. Regula multiplex. Gesellschaftsrechnung. Niedere und höhere Praktik.

Zwölfter Abschnitt.

Proportionsregel.

§. 155.

Die Proportionsrechnung begreift alle die vielen und mancherlei arithmetischen Operationen unter sich, wobei es darauf ankommt, vermittelst der vorgelegten bekannten Glieder eines Proportionssatzes, das noch fehlende unbekannte Glied desselben durch Rechnung ausfindig zu machen. Man kann die Proportionsregel mit Recht die Grundlage der ganzen Regel de tri nennen, denn ohne jene ist unsere Kenntniſs von dieser eine bloſs mechanische Kunstfertigkeit, die eben, wegen Mangel an gründlicher Einsicht, so leicht wieder verlernt und vergessen wird.

Sollte Einer auch noch gar nichts von Verhältnissen und Proportionen gehört haben, so kann man demselben doch leicht beweisen, daſs täglich in vielen seiner Urtheile eine dunkle Vorstellung davon zum Grunde liege. Gesetzt er sagt: es sind nun 3 Jahre, oder 3 Tage, oder 3 Stunden verflossen u. s. w., so hat er das Ver-

hältnifs von 1 zu 3 dabei im Sinne, er mag sich's übrigens deutlich bewufst seyn oder nicht; denn die Schätzung, wie viel die Dauer eines Jahres, eines Tages, einer Stunde, gegen 3 Jahre, oder gegen 3 Tage, oder 3 Stunden betrage, kann ihm nicht ganz fremd seyn; ohne dieselbe konnte er den Ausspruch gar nicht thun. Wenn Karl sagt, er habe 4mal mehr Zahlpfennige als Theodor, weil dieser 6 und jener 24 hat, so zeigt er dadurch schon den Exponenten eines geometrischen Verhältnisses an, ohne etwas von diesem zu wissen. So liegen in jeder Multiplication und Division versteckte Verhältnisse. Wer z. B. sagt: 2mal 3 sind 6, oder $4 \times 5 = 20$; oder 6 in 24 habe ich 4mal, der vergleicht ja zwei Zahlgröfsen mit einander, und findet, indem er die Gröfse der einen Zahl aus der Gröfse der andern bestimmt, das Verhältnifs dieser Zahlen. 6 ist nämlich 2mal gröfser als 3, oder 3mal gröfser als 2; 20 ist 4mal gröfser als 5, oder 5mal gröfser als 4; und 6 ist 4mal kleiner, als 24.

§. 156.

Erklärung einiger Ausdrücke.

Alle Gröfsen und Zahlen lassen sich, besonders bei gleichem Namen, mit einander vergleichen. So kann man 4 Pferde mit 5 Pferden, 3 Hasen mit 10 Hasen, 6 Ellen mit 18 Ellen, 14 Zentner mit 28 Zentn., 4 Rthlr. mit 16 Rthlr., 6 Ggr. mit 20 Ggr.; 12 Lsterl. mit 54 Lsterl. vergleichen. Die Vergleichung zweier Gröfsen oder Zahlen nennt man ein *Verhältnifs;* oder wenn zwei Zahlen oder Gröfsen gegen einander verglichen werden, dann wird die Wahrneh-

mung ihres Verhaltens, in Ansehung der Gröſse derselben, ein Verhältniſs genannt. Das Verhältniſs zweier Zahlen wird daher durch eine dritte Zahl eingesehen und angegeben. Diese Vergleichung aber kann auf eine doppelte Art geschehen, nämlich durch die Subtraction und durch die Division. Die Vergleichung zweier Gröſsen oder Zahlen durch die Subtraction nennt man ein *arithmetisches Verhältniſs*, bezeichnet dasselbe mit dem Subtractionszeichen, und nennt den Unterschied zwischen den beiden Gröſsen oder Zahlen die *Differenz*. Z. B. 9 — 5 und 15 — 11, d. h. 9 verhält sich zu 5, und 15 verhält sich zu 11, arithmetisch genommen. In beiden Verhältnissen ist die Differenz 4.

Die Vergleichung zweier Gröſsen oder Zahlen durch die Division nennt man ein *geometrisches Verhältniſs*, bezeichnet dasselbe mit dem Divisionszeichen, und nennt den Unterschied zwischen den beiden Gröſsen oder Zahlen den *Exponenten* (auch Ration, franz. *raison*). Z. B.

3 : 12 und 8 : 32

d. h. 3 verhält sich zu 12, und 8 verhält sich zu 32. In beiden Verhältnissen ist der Exponent 4.

Kommen nun zwei solche Verhältnisse zusammen, die, obwohl mit andern Zahlgröſsen ausgedrückt, doch eine und eben dieselbe Differenz, oder einen und eben denselben Exponenten haben, so sagt man: es sind zwei gleiche Verhältnisse vorhanden, und nennt sie eine *Proportion*. Zwei gleiche arithmetische Verhältnisse bilden eine arithmetische Proportion, z. B.

9 — 5 = 15 — 11

d. h. 9 verhält sich zu 5, wie 15 zu 11, arithmetisch genommen. Zwei gleiche geometrische Verhältnisse bilden eine geometrische Proportion, z. B.

$$3 : 12 = 8 : 32$$

d. h. 3 verhält sich zu 12, wie 8 zu 32.

Da die geometrischen Verhältnisse und Proportionen am meisten gebraucht werden, so pflegt man das Beiwort geometrisch, der Kürze wegen, wegzulassen, und versteht jedesmal, wenn von Verhältniſs und Proportion schlechthin gesprochen wird, das sogenannte geometrische Verhältniſs, oder die geometrische Proportion darunter. Ueberhaupt haben die Beiwörter arithmetisch und geometrisch weiter keine besondere Bedeutung, sondern sind von den Erfindern derselben willkürlich gewählt worden.

Die vier verschiedenen Zahlgröſsen einer Proportion werden die *Glieder* derselben genannt. Das erste und vierte Glied heiſsen die *äuſseren*, das zweite und dritte aber die *mittleren Glieder*. So sind in den obigen beiden Beispielen 9 und 11; 3 und 32 die äuſseren Glieder; 5 und 15, 12 und 8 aber die mittleren Glieder. Das erste und dritte Glied (9 und 15; 3 und 8 in den angeführten Beispielen) heiſsen ferner die *vorhergehenden*, das zweite und vierte Glied (5 und 11, wie auch 12 und 32) die *nachfolgenden* Glieder. Die vorhergehenden Glieder werden auch *Vorderglieder*, die nachfolgenden *Hinterglieder* genannt.

Ein Verhältniſs heiſst *steigend*, wenn das erste Glied kleiner, *fallend* aber, wenn dasselbe gröſser ist, als das zweite. In dem ersten der

obigen Beispiele sind die Verhältnisse fallend, im zweiten steigend.

§. 157.

Arithmetische Verhältnisse und Proportionen.

Ein arithmetisches Verhältniſs entsteht also, wenn ich zwei Zahlen oder Gröſsen durch die Subtraction mit einander vergleiche. Zeige ich nun an, wie viel die eine Zahl gröſser oder kleiner ist, als die andere, oder um wie viel beide Zahlen von einander unterschieden sind, so nennt man dies die Differenz. In 21 — 3 ist die Differenz 18; in 72 — 63 ist sie 9.

Zwei gleiche arithmetische Verhältnisse machen eine arithmetische Proportion, als:

$$9 - 7 = 374 - 372$$

d. h. 9 verhält sich zu 7, arithmetisch genommen, wie 374 zu 372; die Differenz ist in beiden Verhältnissen 2.

$$1818 - 1839 = 5 - 26$$

d. h. 1818 verhält sich zu 1839, wie 5 zu 26, nämlich arithmetisch genommen; die Differenz ist 21. Diese findet man durch die Subtraction, wenn man die kleinere Zahl eines jeden Verhältnisses von der gröſseren abzieht.

Sind die mittleren Glieder einander gleich, so heiſst die Proportion *stetig* oder *zusammenhängend*; sind sie aber verschieden, so heiſst die Proportion *abgesondert* oder *getrennt*. So ist z. B. 12 — 8 = 8 — 4 eine stetige, hingegen 19 — 14 = 27 — 22 eine abgesonderte arithmetische Proportion. In der stetigen Proportion heiſst das Glied, welches zweimal vorkommt, das *mittlere* Glied.

In jeder richtig ausgedrückten arithmetischen Proportion muſs die Summe der äuſseren Glieder allemal der Summe der mittleren gleich seyn, als:

$$9 - 7 = 374 - 372$$

$$\underbrace{7 + 374}_{381} \qquad \underbrace{9 + 372}_{381}$$

Die Summe der äuſseren Glieder 9 + 372 ist gleich der Summe der mittleren Glieder 7 + 374, nämlich in beiden Fällen 381.

$$1818 - 1839 = 5 - 26$$

$$\underbrace{1839 + 5}_{1844} \qquad \underbrace{1818 + 26}_{1844}$$

$1818 + 26 = 1844$, und $1839 + 5 = 1844$.

Ist eines der vier Glieder einer arithmetischen Proportion unbekannt, so läſst sich dasselbe aus dem einen bekannten Verhältnisse und der zum andern gegebenen Zahl finden.

Gehört nämlich das unbekannte Glied zu den äuſseren, so addire die beiden mittleren, und ziehe das bekannte äuſsere von der Summe ab; gehört aber das unbekannte Glied zu den mittleren, so addire die beiden äuſseren, und ziehe das bekannte mittlere von der Summe ab. Z. B.

$$9 - 5 = 15 - x$$

$5 + 15 = 20$, hiervon 9 abgezogen, bleibt 11, und dies ist das gesuchte unbekannte vierte Glied. Oder

$$x - 5 = 15 - 11$$

$5 + 15 = 20$, minus $11 = 9$ und dies ist das verlangte erste Glied. Ferner

$$9 - 5 = x - 11$$

$9 + 11 = 20$, $- 5 = 15$, welche Zahl das verlangte dritte Glied ist. Oder

$$9 - x = 15 - 11$$

9 + 11 = 20, — 15 = 5, welche Zahl das verlangte zweite Glied ist.

Zur Uebung kann man die obigen und noch andere Beispiele wählen.

Arithmetische Proportionen kommen in der Anwendung der Rechnungswissenschaft auf's gemeine Leben weit seltner vor, als geometrische, meine lieben Rechenschüler werden sich daher gegenwärtig mit diesem Wenigen begnügen.

§. 158.

Geometrische Verhältnisse und Proportionen.

Ein geometrisches Verhältniſs entsteht (§. 156.) wenn man zwei Gröſsen oder Zahlen durch die Division vergleicht. Bestimmt man nun, wie vielmal die eine gröſser oder kleiner ist, als die andere, oder wie oft die eine in der andern enthalten ist, so geschieht dies durch den Exponenten. So ist z. B. in 12 : 54 und in 18 : 81 der Exponent $4\frac{1}{2}$.

Zwei geometrische Verhältnisse, die einerlei Exponenten haben, bilden eine geometrische Proportion.

So kann man aus den vorigen beiden Verhältnissen folgende Proportion formiren:

$$12 : 54 = 18 : 81$$

weil beide Verhältnisse einen und denselben Exponenten haben. Eben so ist es in folgenden:

a) 5 : 15 = 12 : 36
b) 5 : 12 = 15 : 36
c) 6 : 2 = 27 : 9
d) 27 : 6 = 9 : 2

In a) ist der Exponent 3; in b) $2\frac{2}{5}$; in c)

$\frac{1}{3}$; in d) $\frac{2}{9}$. Wollte ich aber z. B. folgende beide Verhältnisse zusammenstellen

$$4 : 16 \text{ und } 6 : 18$$

so könnten sie, weil der Exponent verschieden ist, keine richtige Proportion bilden, denn diese erfordert zwei Verhältnisse, die einen gemeinschaftlichen Exponenten haben.

Die Gleichheit zweier Verhältnisse erfährt man durch die Division des gröfsern Gliedes durch das kleinere; kommt einerlei Quotient, so hat man auch zwei gleiche Verhältnisse. Dies kann man an obigen Beispielen a b c d bestätigt finden.

§. 159.

Nicht nur aus ganzen Zahlen, sondern auch aus Brüchen lassen sich Proportionen bilden, wenn nämlich die Verhältnisse gleiche Exponenten haben; z. B.

$$\tfrac{1}{2} : \tfrac{2}{3} = \tfrac{5}{8} : \tfrac{5}{6}$$

Um solche Proportionen leichter zu übersehen, bringe man nur die Brüche unter einerlei Nenner, und lasse dann diese fahren; so werden die Zähler die Proportion in ganzen Zahlen darstellen, als:

$$\tfrac{12}{24} : \tfrac{16}{24} = \tfrac{15}{24} : \tfrac{20}{24}$$

oder mit weggelassenen Nennern:

$$12 : 16 = 15 : 20$$

der Exponent ist in beiden Verhältnissen $1\frac{1}{3}$; denn

$$\frac{16}{12} = 1\tfrac{1}{3} \text{ und } \frac{20}{15} = 1\tfrac{1}{3}.$$

Auf ähnliche Art kann man auch mit folgender Proportion verfahren:

$$\tfrac{3}{8} : \tfrac{4}{5} = \tfrac{3}{4} : 1\tfrac{3}{5}$$

$$\text{oder } \tfrac{15}{40} : \tfrac{32}{40} = \tfrac{30}{40} : \tfrac{64}{40}$$

$$\text{oder } 15 : 32 = 30 : 64$$

der Exponent ist $2\frac{2}{15}$, denn $\frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}$ und $\frac{64}{30} = 2\frac{2}{15}$.

§. 160.

Hieraus erhellet nun von selbst, daſs wenn in einer Proportion das erste Verhältniſs steigend ist, das zweite Verhältniſs ebenfalls steigend seyn müsse; oder wenn das zweite Glied gröſser ist, als das erste, das vierte Glied auch gröſser seyn müsse, als das dritte. Und eben so umgekehrt, wenn das erste Verhältniſs fallend ist; wo dann das vierte Glied so vielmal kleiner seyn muſs, als das dritte, so vielmal nämlich das zweite Glied kleiner ist, als das erste. Zum Beweise dienen die in den vorigen zwei §. angeführten Beispiele.

Jedes Verhältniſs an sich betrachtet, muſs gleichartig benannte Zahlen enthalten, doch können die des einen Verhältnisses von andrer Art seyn, als die des andern Verhältnisses. Z. B.

3 Rthlr. : 15 Pfd. = 4 Ohm : 20 Zentner

würde gar keinen Sinn geben, weil sämmtliche Glieder verschiedenartig sind. Wenn ich aber sage:

3 Pfd. : 15 Pfd. = 4 fl. : 20 fl.

d. h. 3 Pfd, verhalten sich zu 15 Pfd. wie sich 4 fl. zu 20 fl. verhalten; so ist es eine ganz richtig ausgedrückte Proportion, die diesen Sinn gibt: Wenn ich für 3 Pfd. von einer gewissen Waare 4 Gulden bezahlen soll, so werden 15 Pfd., oder 5 mal so viel von dieser Waare auch 5 mal so viel Geld, nämlich 20 Gulden kosten. Wäre das erste Verhältniſs fallend gewesen, z. B. 3 Pfd. : 1 Pfd., so hätte auch das zweite Verhältniſs fallend seyn müssen, denn für 3 mal

weniger Waare gibt man gewiſs auch 3 mal weniger Geld.

§. 161.

Eine in die Augen fallende Haupteigenschaft der Proportion ist, daſs sie aus 4 Gliedern besteht, weil jedes Verhältniſs deren zwei enthält. Diese Glieder können, der Richtigkeit der Proportion unbeschadet, auf verschiedene Art verwechselt und verändert werden.

Es können nicht nur die beiden Verhältnisse, sondern auch die Glieder desselben verwechselt werden; z. B.

wenn 3 Pfd. : 15 Pfd. = 4 fl. : 20 fl.
so ist 4 fl. : 20 fl. = 3 Pfd. : 15 Pfd.

Einem Jeden wird es von selbst einleuchten, daſs beide Proportionen einerlei ausdrücken, denn wenn 3 Pfd. 4 fl. kosten, so kann ich auch sagen, für 4 fl. erhalte ich 3 Pfd. und für 20 fl. erhalte ich 5 mal so viel Waare, nämlich 15 Pfd.

Die Glieder einer Proportion können überhaupt auf achterlei Art verwechselt werden, so daſs sie jedesmal wieder eine richtige Proportion formiren. Wir wollen zum Beweise die vorige Proportion beibehalten, und die Veränderungen in bloſsen Zahlen angeben.

Es sey gegeben

a) $3 : 15 = 4 : 20$

so entsteht durch Verwechslung der Verhältnisse

b) $4 : 20 = 3 : 15$

durch Umkehrung der Glieder in den beiden Verhältnissen

c) $15 : 3 = 20 : 4$
d) $20 : 4 = 15 : 3$

Da sich nun in diesen vier Proportionen das erste Glied zum dritten, wie das zweite zum vierten verhält, so entstehen hieraus noch vier andere Proportionen:

e) 3 : 4 = 15 : 20
f) 4 : 3 = 20 : 15
g) 15 : 20 = 3 : 4
h) 20 : 15 = 4 : 3

Bei Verwechslung der Glieder hat man vornämlich darauf zu merken, daſs, wenn das erste Verhältniſs steigend ist, das andere ebenfalls steigend seyn muſs, und umgekehrt.

15 : 20 = 4 : 3

wäre daher keine richtige Proportion, weil das erste Verhältniſs steigend, und das andere fallend ist.

§. 162.

Wenn in einer Proportion das erste und zweite Glied, oder das erste und dritte, oder das zweite und vierte, oder das dritte und vierte mit gleichen Zahlen multiplizirt oder dividirt werden, so bleibt das Gleichverhältniſs unverändert. Wir wollen wieder das vorige Beispiel wählen:

3 : 15 = 4 : 20

Mit dieser Proportion kann man nachstehende und noch mehrere Veränderungen vornehmen:

9 : 45 = 4 : 20 wo das erste Verhältniſs mit 3 multiplizirt ist;
1 : 5 = 4 : 20 wo das erste Verhältniſs durch 3 dividirt ist;
12 : 15 = 16 : 20 wo die vorhergehenden Glieder (das 1ste u. 3te) mit 4 multiplizirt sind;
$\frac{3}{4}$: 15 = 1 : 20 wo die vorhergehenden Glieder durch 4 dividirt sind;

$3 : 75 = 4 : 100$ wo die nachfolgenden Glieder (das zweite u. vierte) mit 5 multiplizirt sind;

$3 : 1\frac{1}{2} = 4 : 2$ wo die nachfolgenden Glieder durch 10 dividirt sind;

$3 : 15 = 80 : 400$ wo das zweite Verhältnifs mit 20 multiplizirt ist;

$3 : 15 = \frac{1}{5} : 1$ wo das zweite Verhältnifs durch 20 dividirt ist;

$36 : 180 = 48 : 240$ wo beide Verhältnisse oder sämmtliche 4 Glieder mit 12 multiplizirt sind;

$1 : 5 = 1\frac{1}{2} : 6\frac{2}{3}$ wo alle 4 Glieder durch 3 dividirt sind.

Solche Veränderungen, die man mit einer und derselben Proportion vornimmt, verschaffen nicht nur mehrere Bekanntschaft mit dem Verhältnisse der Zahlen, sondern sie gewähren auch in der Anwendung der Proportionsrechnung auf die Regel de tri die schönsten und wichtigsten Vortheile, und können zugleich als eine Probe der richtigen Berechnung gebraucht werden.

§. 163.

Wenn man in einer Proportion zum ersten Gliede das zweite, und zum dritten das vierte addirt; oder wenn man vom ersten das zweite, und vom dritten das vierte abzieht: so entsteht ebenfalls wieder eine richtige Proportion. Z. B. in obiger Proportion $3 : 15 = 4 : 20$

$$(3 + 15) : 15 = (4 + 20) : 20 \text{ d. i.}$$
$$18 : 15 = 24 : 20$$
oder $$3 : (15 + 3) = 4 : (20 + 4) \text{ d. i.}$$
$$3 : 18 = 4 : 24.$$
oder $$3 : (15 \div 3) = 4 : (20 \div 4) \text{ d. i.}$$
$$3 : 12 = 4 : 16.$$

So unbedeutend dies auch Manchem scheinen wird, so kann man doch in der Regel de tri wichtige Vortheile daraus herleiten, und dieselben dadurch beweisen.

§. 164.

In zwei und mehreren Proportionen kann man die Glieder der einen mit den Gliedern der andern Proportion multipliziren, die vier Producte geben wieder eine richtige Proportion. z. B.

$$\begin{array}{l} 3 : 15 = 4 : 20 \\ 2 : 3 = 6 : 9 \\ \hline 6 : 45 = 24 : 180 \end{array}$$

Ein anderes Beispiel mit 3 gegebenen Proportionen:

$$\begin{array}{l} 4 : 6 = 2 : 3 \\ 5 : 10 = 8 : 16 \\ 3 : 9 = 4 : 12 \\ \hline 60 : 540 = 64 : 576 \end{array}$$

Wenn zwei Proportionen so beschaffen sind, daſs das Vorderglied der einen dem Hintergliede der andern gleich ist, so verhält sich das erste Glied der ersten Proportion zum zweiten Gliede der zweiten, wie das dritte Glied der ersten zum vierten Glied der zweiten, z. B.

$$\begin{array}{l} 5 : 8 = 20 : 32 \\ 8 : 15 = 32 : 60 \\ \hline 5 : 15 = 20 : 60 \end{array}$$

Wenn ferner zwei Proportionen von der Art sind, daſs die Hinterglieder der einen den Hintergliedern der andern gleich sind, so verhält sich das erste Glied der ersten Proportion zum ersten Gliede der zweiten, wie das dritte Glied der ersten zum dritten Gliede der zweiten, als:

$$\begin{array}{l} 3 : 7 = 6 : 14 \\ 4 : 7 = 8 : 14 \\ \hline 3 : 4 = 6 : 8 \end{array}$$

Dasselbe gilt auch von umgekehrten Fällen, als:

$$
\begin{array}{rcl}
5 : 11 &=& 10 : 22 \\
5 : 18 &=& 10 : 36 \\
\hline
11 : 18 &=& 22 : 36
\end{array}
$$

Oder.

$$
\begin{array}{rcl}
6 : 16 &=& 15 : 40 \\
16 : 5 &=& 48 : 15 \\
\hline
6 : 5 &=& 48 : 40
\end{array}
$$

Auch diese Veränderungen sind sehr wichtig, weil eine gründliche Einsicht der zusammengesetzten Regel de tri, und der daraus entstandenen Kettenregel davon abhängt.

§. 165.

In allen geometrischen Proportionen ist das Product der äuſseren Glieder jederzeit dem Producte der mittleren gleich. Z. B.

$$7 : 56 = 9 : 72$$

$$56 \times 9 = 504 \qquad 7 \times 72 = 504$$

Verändert man diese Proportion nach §. 162 in andere, so werden und müssen dieselben immer die nämliche Eigenschaft behalten Denn in jedem, aus zwei Gröſsen bestehenden Verhältnisse ist das gröſsere Glied anzusehen, als ein Product des kleineren Gliedes mit dem Exponenten. In obigem Beispiele ist der Exponent 8, man kann daher die Proportion auch so ausdrücken:

$$7 : 8 \times 7 = 9 : 8 \times 9$$

Das Product der äuſseren Glieder beträgt nun $7 \times 8 \times 9$, und eben so viel, selbst in den nämlichen Factoren beträgt auch das Product der mittleren Glieder. Welche Zahlen zuerst und welche zuletzt stehen, darauf kommt bei der Multiplication nie etwas an. Zu mehrerer Uebung und Ueberzeugung behandle man die §. 162 angeführten Beispiele eben so, und die obige Behauptung wird sich allemal bestätigt finden.

Eben das gilt auch von Proportionen mit Brüchen, z. B.

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{5}{8} : \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{12} \qquad \frac{5}{12}$$

Das Product der äuſseren Glieder beträgt $\frac{5}{12}$, und eben so viel ($\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$) beträgt das Product der mittleren.

§. 166.

Aus dem im vorigen §. enthaltenen Lehrsatze läſst sich nun die Aufgabe, die in der Regel de tri von der gröſsten Wichtigkeit ist, nämlich:

Aus 3 bekannten Gliedern einer Proportion das vierte unbekannte zu finden,

leicht erklären und beweisen. Um diese Aufgabe in allen vorkommenden Fällen richtig aufzulösen, so merke man folgende allgemeine Regel:

Gehört das unbekannte Glied zu den äuſseren, so multiplizire die mittleren Glieder, und dividire das Product durch das bekannte äuſsere; gehört aber das unbekannte Glied zu den mittleren, so multiplicire die äuſseren, und dividire das Product durch das bekannte mittlere.

Dadurch wird diejenige Zahl gefunden, die, mit dem ihr correspondirenden Gliede multiplizirt, das nämliche Product gibt, als das der beiden andern, entweder der äuſseren oder mittleren Glieder ist. Einige Beispiele werden dies hoffentlich noch deutlicher machen. Es sey zuerst die mehr erwähnte Proportion

$$3 : 15 = 4 : 20$$

oder mit benannten Zahlen

3 Pfd. : 15 Pfd. = 4 fl. : 20 fl.

Gesetzt nun, das vierte Glied (20 fl.) wäre unbekannt, so findet man dasselbe nach der obigen Regel also:

$4 \times 15 = 60 : 3 = 20$, oder

3 Pfd. : 15 Pfd. = 4 fl. : x

———(4

60

3)———

20 das vierte unbekannte Glied;

denn $3 \times 20 = 60$ und $4 \times 15 = 60$.

Oder, wenn $3 : 15 = 4 : x$

$$\text{so ist } x = \frac{4 \times 15}{3} = 20$$

Ferner, es sey gegeben

$6 : 20 = 12 : x$ oder in benannten Zahlen; 6 Ellen Band kosten 12 Ggr., wie theuer kommen 20 Ellen?

$$\text{so ist } x = \frac{20 \times 12}{6} = 40 \text{ Ggr.}$$

Gesetzt aber, das erste Glied fehle, und es wäre folgende Proportion gegeben:

$$x : 20 = 12 : 40$$

$$\text{so ist } x = \frac{20 \times 12}{40} = 6$$

Wenn man nämlich für eine gewisse Anzahl Ellen Band 12 Ggr. gegeben, und 20 Ellen von demselben Band für 40 Ggr. verkauft werden, wie viel sind es Ellen gewesen? Antwort 6 Ellen. Nach diesem Sinn der Aufgabe könnte man die bekannten Glieder auch so stellen, daſs das unbekannte in das vierte gehöre, nämlich:

40 Ggr. : 20 Ggr. = 12 Ellen : x

d. h. für 40 Ggr. erhalte ich 12 Ellen, wie viel Ellen erhalte ich für 20 Ggr.? Für ein halbmal so viel Geld, erhält man auch nur ein halbmal so viel Waare.

Das zweite Glied sey unbekannt; z. B.

$$3 : x = 4 : 20$$

$$\text{so ist } x = \frac{3 \times 20}{4} = 15$$

d. h. wenn ich für 3 Pfd. 4 fl. bezahlen muſs, wie viel Pfunde werde ich für 20 fl. erhalten? Nach dem Sinn der Aufgabe können die drei gegebenen Glieder auch so gestellt werden:

$$4 \text{ fl.} : 20 \text{ fl} = 3 \text{ Pfd.} : x$$

Ist das dritte Glied unbekannt, z. B.

$$3 : 15 = x : 20$$

$$\text{so ist } x = \frac{3 \times 20}{15} = 4$$

d. h. wenn 15 Pfd. 20 fl. kosten, wie theuer werden 3 Pfd. kommen? Folglich kann man die Proportion auch so ordnen:

$$15 \text{ Pfd.} : 3 \text{ Pfd.} := 20 \text{ fl} : x$$

denn für 5mal weniger Waare bezahlt man auch 5mal weniger.

Noch leichter wird in den mehresten Fällen die Berechnung, wenn man das unbekannte Glied durch Hülfe des Exponenten sucht. Dies soll im nächsten §. gezeigt werden.

§. 167.

Da das Verhältniſs zweier Zahlgröſsen darin besteht, daſs die eine so und so viel mal gröſser oder kleiner ist, als die andere, und dies durch den Exponenten gefunden und angezeigt wird, so läſst sich hieraus der Schluſs machen: daſs der Exponent in allen Verhältniſsen zureiche, vermittelst desselben zu der einen gegebenen Gröſse die andere zu finden. Es sey z. B. das Verhältniſs 5 : 40 gegeben, so sieht ein Jeder beim ersten Anblick, daſs der Exponent 8 ist,

denn $40 = 5 \times 8$. Wäre nun bloſs das erste Glied und der Exponent des Verhältnisses bekannt, so läſst sich schon aus dieser Angabe das unbekannte zweite Glied leicht finden; denn hiernach soll das zweite Glied 8mal gröſser seyn, als das erste. Da nun das erste Glied 5 ist, so ist das zweite Glied $x = 8 \times 5 = 40$, welches kein vernünftiger Mensch bezweifeln wird. Im Falle aber die gröſsere Zahl bekannt und die kleinere zu suchen wäre, so ist dies ebenfalls durch den Exponenten ausfindig zu machen. Soll nämlich das unbekannte Glied, wie in dem obigen Verhältnisse, 8mal kleiner seyn, als das bekannte (40), so ist der Exponent $\frac{1}{8}$ und das unbekannte Glied $x = 40 \times \frac{1}{8} = \frac{40}{8} = 5$.

Nach dieser Voraussetzung wird gewiſs Jedem die Richtigkeit folgender Behauptung einleuchtend seyn: daſs, wenn zwei gleiche Verhältnisse gedacht und angenommen werden, und wenn nur drei Glieder von denselben bekannt sind, sich das vierte vermittelst des Exponenten ebenfalls finden lasse. Es sey z. B.

$$5 : 40 = 17 : x$$

gegeben, so kann man hier durch Hülfe des Exponenten (8) das vierte unbekannte Glied sogleich mit 136 hinschreiben, denn $8 \times 17 = 136$. Die Richtigkeit dieser Proportion ersieht man nun theils daraus, daſs das Product der äuſseren Glieder 5×136 gleich ist dem Producte der mittleren Glieder 40×17, nämlich in beiden Fällen 680; theils auch daraus, daſs die beiden Verhältnisse einen und denselben Exponenten haben, folglich einander gleich sind.

Das Nämliche gilt auch von folgender Proportion

$$42 : 7 = 54 : x \; (9)$$

in welcher der Exponent des ersten Verhältnisses ein Bruch ist, nämlich $\frac{1}{6}$; da nun das zweite Glied nur $\frac{1}{6}$mal oder den 6ten Theil so groſs ist, so muſs auch das vierte Glied $x = 54 \times \frac{1}{6} = \frac{54}{6} = 9$ seyn.

§. 168.

Hierbei bemerke man zugleich, daſs das Product der äuſseren und das der mittleren Glieder immer aus drei Factoren bestehe, nämlich aus den zwei Gliedern und ihrem Exponenten. Zum Beweise wollen wir die beiden Proportionen des vorigen §. noch einmal vornehmen.

a) $5 : 40 = 17 : 136$
b) $42 : 7 = 54 : 9$.

Das Product der äuſseren Glieder in a) ist 5×136, die letztere Zahl aber besteht wieder aus den beiden Factoren 8×17, nämlich dem Exponenten und dem dritten Gliede, folglich kann auch das Product der äuſseren Glieder so geschrieben werden $5 \times 8 \times 17$. Das Product der mittleren Glieder 40×17 besteht aus den nämlichen Factoren, und ist $5 \times 8 \times 17$.

In b) ist das Product der äuſseren Glieder 42×9 oder mit besonders angegebenen Exponenten $6 \times 7 \times 9$; und eben so viel beträgt das Product der mittleren Glieder 7×54 oder $7 \times 6 \times 9$. Oben im §. 161 ist gezeigt worden, daſs sich eine Proportion achtmal verändern lasse; in jeder dieser, so wie auch in den, §. 162 durch die Multiplication und Division vor-

genommenen Veränderungen, wird man die Bemerkung bestätigt finden, daſs sich das unbekannte Glied ganz allein durch den Exponenten ausfindig machen lasse. Zur nützlichen Wiederholung und Uebung rathe ich daher, zu den sämmtlichen Proportionen in jenen §§ ein Glied, das man nach Willkür als unbekannt annehmen kann, vermittelst des Exponenten zu suchen.

§. 169.

Jede Gröſse, in sofern es möglich ist, ein Maas für dieselbe anzunehmen, kann gemessen, folglich auch durch eine Zahl ausgedrückt werden. Diese Zahl zeigt dann an, wie oft das Maas in der Gröſse enthalten ist. Daher sind die in der Rechnungswissenschaft vorkommenden Zahlen meistentheils nicht abstract, sondern concret und auf körperliche Dinge angewandt. Dabei aber ist durchaus nothwendig, daſs die Dinge oder Gröſsen, die man vergleichen, oder von welchen man sagen will, daſs eine so vielmal gröſser sey, als die andere, einerlei Namen haben, oder sich auf einerlei Einheit beziehen. So kann ich zwar von zwei Körpern, wovon der eine 8 Pfd und der andere 4 Pfd wiegt, sagen, daſs jener 2mal gröſser sey, als dieser. Die Gewichte von beiden Körpern verhalten sich, wie die Zahlen 8 : 4. Hätte aber der eine Körper 8 Lothe und der andere 4 Pfunde, so könnte ich unmöglich sagen, daſs sich die Gewichte derselben wie die Zahlen 8 : 4 verhielten, denn sie haben nicht einerlei Benennung. Gebe ich ihnen aber einerlei Namen, nämlich dadurch, daſs ich die Pfunde in Lothe verwandle, oder die Lothe als Theile eines Pfundes betrachte, so kommt folgendes Verhältniſs zum Vorschein:

8 : 128 oder $\frac{1}{4}$: 4

Die Verhältnisse müssen also gleichbenannte Zahlen enthalten. Hierdurch wird aber keinesweges behauptet, daſs beide Verhältnisse einer Proportion einerlei Benennung haben sollen, sondern nur die Glieder eines Verhältnisses, besonders des ersten. Sonst würde ja auch keine Vergleichung der Waaren mit den Preisen derselben Statt finden, z. B.

8 Lth. : 128 Lth. = 3 Lth. : 48 Lth.

Dies wäre zwar eine geometrische Proportion, wobei aber nichts von einer Vergleichung der Preise vorkommt, die man in folgender nicht vermissen wird:

8 Lth. : 128 Lth. = 3 Ggr. : 48 Ggr.

So verhält sich das Geld, das eine Waare kostet, wie die Menge der Waaren. Zwei-, drei-, viermal so viel von der nämlichen Waare kostet auch zwei-, drei-, viermal so viel Geld. Je mehr Arbeiter man hält, desto mehr muſs man Lohn geben; je mehr Arbeit man denselben gibt, desto länger werden sie daran arbeiten; je mehr Verzehrer da sind, desto mehr Proviant muſs man haben. Wo eine solche Proportion nicht Statt findet, kann auch die Regel de tri nicht angewendet werden; z. B. wenn eine Kanonenkugel in 1 Secunde einen Raum von 600 Schritten durchläuft, so kann sie in 4 Secunden nicht einen 4mal gröſseren Raum durchlaufen; oder wenn 1000 Mann Soldaten in einem Tage 5 Meilen vorwärts kommen, so können unmöglich 10,000 Mann in der nämlichen Zeit 50 Meilen zurücklegen. Diese und ähnliche Beispiele, aus welchen man zwar richtige Proportionen bilden kann, können daher keinen

Gegenstand einer arithmetischen Berechnung abgeben, weil ein ganz widersinniges Resultat herauskommen würde.

§. 170.

So vorbereitet, kann man denn mit Nutzen zu allen den Rechnungen übergehen, welche in der sogenannten *Regel de tri* vorkommen. Sie hat diese verstümmelte Benennung von den drei gegebenen Gliedern einer geometrischen Proportion, zu welcher sie das vierte unbekannte Glied finden lehrt, erhalten. (*Regula de tribus numeris* oder *terminis.*) Manche geben ihr die teutsche Benennung Dreisatz.

Man theilt die Regel de tri ein: a) in die einfache, und b) in die zusammengesetzte. Jene beschäftigt sich nur mit einer geometrischen Proportion von drei Gliedern, zu welchen das vierte gesucht wird. Die zusammengesetzte Regel de tri aber hat es mit solchen Aufgaben zu thun, wo die eigentliche Regel de tri zwei und mehrere Male wiederholt werden müſste, und lehrt solche Aufgaben in einem Ansatze zu berechnen. Man theilt sie daher wieder ein:

1) in die Regel quinque, oder die Regel von fünf bekannten Gliedern;

2) in die Kettenrechnung;

3) in die Gesellschafts-, Vermischungs- und Falsirechnung.

(Uebrigens gibt man der Anwendung der Regel de tri auf verschiedene kaufmännische und andere Rechnungen noch besondere Namen, z. B. Agiorechnung, Wechselreductionen, Tararechnung, Waarencalculationen u. s. w., zu de-

ren Berechnung der zweite Cursus die nöthige Anweisung enthalten wird.)

Sowohl in der einfachen, als auch in der zusammengesetzten Regel de tri kommen *directe* und *indirecte Verhältnisse* vor. Die Regel de tri mit directen Verhältnissen enthält solche Aufgaben, in welchen die drei gegebenen Glieder der Proportion so auf einander folgen, daſs das vierte unbekannte, ohne Versetzung der ersten Glieder, aus ihnen schon von selbst folgt. Bei den hieher gehörigen Aufgaben kann man immer sagen: je mehr da, desto mehr dort; je weniger hier, desto weniger dort; z. B. je mehr Waare ich kaufe, desto mehr Geld muſs ich dafür geben; oder je weniger Geld ich anwende, desto weniger werde ich dafür erhalten.

Die Regel de tri mit indirecten Verhältnissen hingegen enthält solche Aufgaben, wo von den drei gegebenen Gliedern das erste zum zweiten sich verhält, wie das unbekannte vierte Glied zum dritten, und wo daher die beiden Glieder des einen bekannten Verhältnisses erst versetzt werden müssen, um das unbekannte vierte Glied zu erhalten. Bei den hieher gehörigen Aufgaben kann man so urtheilen: je weniger, desto mehr; oder je mehr, desto weniger; z. B. je mehr Arbeiter, desto weniger brauchen sie Zeit zur Vollendung eines Werkes; je weniger Meilen einer täglich reiset, desto mehrere Tage wird er auf der Reise zubringen.

Zur Berechnung dieser verschiedenen Arten der Regeldetri Aufgaben werden in der Folge nicht nur die nöthigen Regeln, sondern auch genugsame Erläuterungen durch Beispiele gegeben werden.

Dreizehnter Abschnitt.

Einfache Regel de tri mit directen Verhältnissen.

§. 171.

Allgemeine Regeln.

1) *Zuvörderst mufs eine Regeldetri - Aufgabe richtig angesetzt werden.*

Von den drei vorgelegten bekannten Gliedern bringt man das gleichartige Verhältnifs in das erste und zweite Glied, doch so, dafs die Fragezahl allemal in das zweite Glied zu stehen kommt. Das Prädicat des ersten Gliedes, welches mehrentheils eine Angabe von dessen Werth in Dingen anderer Art enthält, schreibt man in das dritte Glied. Auf diese Art wird man nie fehlen, und der Ansatz ist überaus leicht, wie folgende Beispiele zeigen:

Aufgabe. Eine Elle Tuch kostet $3\frac{1}{3}$ Rthlr., wie theuer kommen 63 Ellen?

Ansatz. 1 Elle : 63 Ellen = $3\frac{1}{3}$ Rthlr. : x

Aufgabe. Was kostet 1 Pfd. Kaffee in Moskwa, wenn 40 Pfd. mit 35 Rubel bezahlt werden?

Ansatz. 40 Pfd. : 1 Pfd. = 35 Rubel : x

Aufgabe. Für 68 Mark Cur. kauft man in

Hamburg 100 Pfund Pfeffer, was werden 375 Pfd. kosten?

Ansatz. 100 Pfd. : 375 Pfd. = 68 Mk. : x

Aufgabe. Wie viel Rthlr. Interesse geben 1250 Rthlr. Kapital à 4 Procent?

Ansatz. 100 Rth. Kap. : 1250 Rth. Kap. = 4 Rth. Int. : x

Anmerk. Obgleich in den meisten, bis jetzt erschienenen Rechenbüchern die Stellung der Glieder immer noch nach dem alten Schlendrian geschieht, indem nämlich die Verhältnisse, nicht wie sie zu einander gehören, zusammengestellt, sondern ganz unnatürlich mit ungleichartigen vermischt werden, z. B.

2 Ellen : 5 Rthlr. = 8 Ellen : 20 Rthlr.

od. 20 Rth. sächs. : 21 Rth. preus. = 340 Rth. sächs. : x

so dürfte es doch endlich einmal Zeit seyn, sich der richtigen Stellung zu bedienen, da sie, besonders bei etwas schweren oder verwickelten Aufgaben, so wesentliche Vortheile gewährt.

2 Ellen : 8 Ellen = 5 Rthlr. : 20 Rthlr.

20 Rthlr. s. : 340 Rthlr. s. = 21 Rthlr. pr. : 357 Rthlr. pr.

Mit einem Blicke sieht man nun, ob das erste Verhältniſs am Namen gleich ist, oder nicht; und mit einem Blicke beinahe, oder mit geringer Mühe, findet man in vielen vorkommenden Aufgaben sogleich den Exponenten, mit welchem man nur das dritte Glied multipliziren darf. Die gröſsten Vortheile aber gewährt die mathematisch richtige Stellung des ersten Verhältnisses in der zusammengesetzten Regel de tri, besonders mit indirecten Verhältnissen.

§. 172.

2) *Die beiden Glieder des ersten Verhältnisses müssen einerlei Benennung haben.* (§. 169.)

Ist dies bei einer vorkommenden Aufgabe der Fall nicht, so müssen sie, ehe man noch

das vierte Glied sucht, unter einerlei Benennung gebracht werden. Enthält z. B. das erste Glied Pfunde, das andere aber Zentner oder Steine, so müssen diese vorher in Pfunde reducirt werden. Eben so verhält sich's mit allen Sorten von Gewichten, Maasen und Münzen. Z. B. 1 Stein Provenceröl kostet in Breslau 9 Rthlr., wie theuer kommen 16 Pfd.?

1 Stein : 16 Pfd. = 9 Rthlr.

24 Pfd.

3) *Mit dem Exponenten des ersten Verhältnisses multiplizirt man das dritte Glied, und gibt dem Producte die nämliche Benennung, die das dritte Glied hat.*

Im vorigen Beispiele ist der Exponent $\frac{2}{3}$, denn 24 : 16 oder $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$; folglich kann man sich das vierte unbekannte Glied x, oder das Facit auch gleich so denken $\frac{9 \times 2}{3}$. Da sich nun der Divisor 3, gegen einen der Factoren (9) aufheben läſst, so bleibt $\frac{3 \times 2}{1} = 6$; oder $x = \frac{9 \times 2}{3} = 3 \times 2 = 6$.

4) Ist aber der Exponent des ersten Verhältnisses eine so unbequeme Zahl, oder ein Bruch, mit welchem sich nicht gut multipliziren läſst, *so multiplizirt man die mittleren Glieder, und dividirt das dadurch erhaltene Product durch das erste Glied.*

Uebrigens ist es einerlei, ob man zuerst multiplizirt oder dividirt. Z. B. wie theuer kommen in Königsberg 79 Pfd. Wachs, wenn der Stein von 33 Pfd. für 41 fl. verkauft wird?

$$\begin{array}{l} 33\text{ Pfd.} : 79\text{ Pfd.} = 41\text{ fl.} : x \quad (98\tfrac{5}{33}\text{ fl.}) \\ \overline{3 \cdot 11} \qquad \underline{316} \\ \qquad\qquad 3239 \\ \qquad 3)\overline{} \\ \qquad\qquad 1079\tfrac{2}{3} \\ \qquad 11)\overline{} \\ \qquad\qquad 98\tfrac{5}{33}\text{ fl.} \end{array}$$

Der Exponent ist hier $2\frac{13}{33}$, welches aber eine so unbequeme Zahl ist, daſs das vierte Glied, nach der hier angewendeten allgemeinen Regel, leichter gefunden wurde.

§. 173.

Zu einer Erleichterung für Anfänger kann man alle hieher gehörigen Aufgaben unter drei Rubriken bringen, nämlich *Multiplications-Divisions*-und *gemischte Aufgaben.*

Multiplicationsaufgaben sind diejenigen, wo, bei gleicher Benennung der beiden ersten Glieder der Proportion, das erste aus einer bloſsen Einheit besteht, und wo man folglich nur die beiden mittleren Glieder multipliziren darf, um das vierte unbekannte Glied zu finden. Jede Multiplicationsaufgabe gehört im Grunde schon zur Regel de tri; denn der Zweck einer jeden Multiplicationsberechnung besteht eigentlich darin, eine Zahl ausfindig zu machen, welche den Betrag des Multiplicanden gerade um so vielmal übertrifft, als der durch den Multiplicator angedeutete mehrmalige Betrag den einmaligen. Es sey z. B. folgende Multiplicationsberechnung:

$$12 \times 5 = 60$$

so ist das Product 60 diejenige Zahl, zu welcher 12 sich verhält, wie 1 zu 5. Als Resultat einer Proportionsrechnung betrachtet, ist also hier 60 die vierte, vorher unbekannte

Zahl; die vier Glieder der Proportion aber sind folgende:

$$1 : 5 = 12 : 60$$

oder $1 : 12 = 5 : 60$

Denn wenn eine Multiplicationsaufgabe als eine förmliche Proportion aufgeschrieben wird, so erhält auch die Einheit einen Platz, und zwar als erste Proportionszahl. Diese verhält sich dann zur zweiten, oder zum Multiplicator, wie sich die dritte, oder der Multiplicand zur vierten Proportionszahl, zum Producte verhält.

§. 174.

Theils zum Beweise der im vor. §. vorgetragenen Behauptung, theils aber auch zur Uebung in dergleichen vorkommenden Multiplicationsaufgaben, wollen wir einige der oben im achten Abschnitt §. 79. enthaltenen Uebungsbeispiele vornehmen, und dieselben als Regeldetri-Aufgaben behandeln.

1) Multiplizire 87 Rthlr. 6 Ggr. 8 Pf. mit 3.

1 : 3 = 87 Rthlr. 6 Ggr. 8 Pf. : x
(3
x = 261 Rthlr. 20 Ggr. - Pf.

2) Multiplizire 124 fl. 51 Xr. mit 5.

1 : 5 = 124 fl. 51 Xr. : x
(5
x = 624 fl. 15 Xr.

3) Multiplizire 84 Schock 3 Mandel 8 Stück mit 4.

1 : 4 = 84 Schk. 3 Mdl. 8 Stk. : x
(4
x = 339 Schk. 2 Mdl. 2 Stk.

4) Was kosten $\frac{1}{2}$ Dutzend Stühle à 1 Rthlr. 2 Ggr. 8 Pf. das Stück?

1 St : 6 St. = 1 Rthlr. 2 Ggr. 8 Pf. : x
(6
x = 6 Rthlr. 16 Ggr. - Pf.

12) Wie theuer kommen in Amsterdam 42 Zentn. Korinthen à 24 fl. 12 Stüver?

1 Zentn. : 42 Zentn. = 24 fl. 12 Stvr. : x
6×7 (7
172 4
(6
x = 1033 fl. 4 Stvr.

21) Was kosten in Berlin 33 Pfd. Indigo à 4 Rthlr.?

1 Pfd. : 33 Pfd. = 20 Rthlr. : x
(20
x = 660 Rthlr.

Hieraus sieht man schon, daſs, so oft von den drei Gliedern einer Regeldetri - Aufgabe das erste, bei übrigens gleicher Benennung mit dem zweiten, eine bloſse Einheit enthält, die ganze Berechnung in der Multiplication des dritten Gliedes mit dem zweiten, oder des zweiten mit dem dritten bestehe. Das dadurch erhaltene Product ist das gesuchte vierte Glied, und verhält sich zum dritten, wie der Multiplicator zur Einheit.

Anmerk. Der wahre, ächte und dem Sinne der Aufgabe angemessene Multiplicator ist in allen dergleichen vorkommenden Aufgaben das zweite Glied; denn wenn ich für 1 Zentner so oder so viel Geld geben soll, so muſs ich für 42 Zentn. von derselben Waare 42mal so viel Geld geben. Es kommt daher immer nur auf den Exponenten des ersten Verhältnisses an; auf den Namen der Glieder selbst nimmt man keine Rücksicht, sondern sieht dieselben vielmehr für unbenannt an. Das Facit einer Regeldetri-Aufgabe ist daher nichts anders, als das Product der ungleichartigen Zahl, die zu zwei unter

sich gleichartigen Verhältniſs-Zahlen gegeben ist, mit dem Exponenten dieser Verhältniſs-Zahlen. Da es nun bei Multiplicationsaufgaben ganz einerlei ist, welchen Factor man zum Multiplicator macht, so erhält das vierte Glied doch die Benennung des dritten, ob man gleich mit diesem das zweite multiplizirt. Man wendet in dergleichen Fällen nur ein verkehrtes Mittel an, um auf eine kürzere Art zum Ziele zu gelangen, und denkt sich, bei der wirklichen Berechnung, die Aufgabe umgekehrt; z. B. im obigen 21sten Ex., als wenn sie also lautete: 1 Pfd. kostet 33 Rthlr., was kosten 20 Pfd.? Daſs aber eben aus dieser Umkehrung viele wichtige Vortheile flieſsen, das werden wir weiter unten, besonders in der Praktik, erfahren.

§. 175.

Kommen im zweiten oder dritten Gliede, oder auch in beiden Gliedern, Brüche vor, so verfährt man damit, wie schon oben, bei der Multiplication der Brüche §. 119 bis 125 gezeigt worden. Es wird daher sehr nützlich seyn, jene wenigen Paragraphen hier nochmals zu wiederholen. Einige der in §. 126 enthaltenen Uebungsbeispiele wollen wir sogleich als Regeldetri-Aufgaben behandeln.

1) Wie heiſst das Product von 4mal $\frac{2}{3}$ Rthlr.?

$$1 : 4 = \tfrac{2}{3} \text{ Rthlr.} : x$$

$$\overline{}\,(4$$

$$x = \tfrac{8}{3} = 2\tfrac{2}{3} \text{ Rthlr. od. } 2 \text{ Rthlr. } 16 \text{ Ggr.}$$

3) Wie heiſst d. Prod. von $\frac{4}{5}$ mal 5 Ggr.?

$$1 : \frac{4}{5} = 5 \text{ Ggr.} : x$$

$$\underline{\quad\quad}(4$$

$$20$$

$$(5\underline{\quad\quad}$$

$$x = 4 \text{ Ggr.}$$

7) Wie — von $17\frac{1}{2}$ mal 7 Zentn.?

$$1 : 17\frac{1}{2} = 7 \text{ Zentn.} : x$$

$$\underline{\quad\quad}(7$$

$$x = 122\frac{1}{2} \text{ Zentn.}$$

8) Wie heiſst das Product a) von 8 × 3 Schpfd. $12\frac{5}{8}$ Lspfd.?

$$1 : 8 = 3 \text{ Schpfd. } 12\frac{5}{8} \text{ Lspfd.} : x$$

$$\underline{\quad\quad}(8$$

$$x = 29 \text{ Schpfd. } 1 \text{ Lspfd.}$$

Wie — b) von $6\frac{1}{2}$ mal 1 Schpfd. 8 Lspfd. $9\frac{3}{4}$ Pfd.?

1 : $6\frac{1}{2}$ = 1 Schpfd. 8 Lspfd. $9\frac{3}{4}$ Pfd. (6

8	- 12	- $2\frac{1}{2}$	-
—	- 14	- $4\frac{7}{8}$	- ($\frac{1}{2}$
9 Schpfd.	6 Lspfd.	$7\frac{3}{8}$ Pfd.	

9) Wie viel beträgt $\frac{3}{4} \times \frac{7}{8}$ Zentn.?

$$1 : \frac{3}{4} = \frac{7}{8} \text{ Zentn.} : x$$

$$x = \frac{21}{32} \text{ Zentn.}$$

17) Was betragen in Königsberg $97\frac{1}{2}$ Pfd. Thee à $6\frac{3}{4}$ fl.

$$1 \text{ Pfd.} : 97\frac{1}{2} \text{ Pfd.} = 6\frac{3}{4} \text{ fl.} : x$$

$$\underline{\quad\quad}(3 \qquad \frac{27}{4}$$

$$292\frac{1}{2}$$

$$\underline{\quad\quad}(9$$

$$2632\frac{1}{2}$$

$$4)\underline{\quad\quad}$$

$$658\frac{1}{8} \text{ fl.} = x$$

Oder: 1 Pfd. : $97\frac{1}{2}$ Pfd. = $6\frac{3}{4}$ fl. : x

$$\underline{\quad\quad}(7 \qquad 7 \div \frac{1}{4}$$

$$682\frac{1}{2}$$

$$24\frac{3}{8} \; (\div \frac{1}{4}$$

$$\underline{\quad\quad}$$

$$658\frac{1}{8} \text{ fl.}$$

18) Was betragen $109\frac{1}{4}$ Pfd. Thee Pecco à $9\frac{1}{5}$ fl.?

$$1 \text{ Pfd.} : 109\tfrac{1}{4} \text{ Pfd.} = 9\tfrac{1}{5} \text{ fl.} : x$$

$$\begin{array}{r} (9 \\ 983\tfrac{1}{4} \\ 21\tfrac{17}{20} \\ \hline 1 = 1005\tfrac{1}{10} \text{ fl.} \end{array}$$

§. 176.

Von fleiſsigen Rechenschülern hoffe ich, daſs sie die übrigen, in dem angezogenen §. 126. enthaltenen Uebungsbeispiele auf ähnliche Art berechnen, und folgende Spezialregeln dabei anwenden werden.

a) Enthält nur das zweite oder dritte Glied einen Bruch, so multiplizirt man das andere Glied mit dem Zähler des Bruches, und dividirt das Product durch den Nenner. Z B.

1) Wie theuer kommen in Amsterdam 3245 Pfd. Kaffee, Surinam, à 18 Stüv. oder à $\frac{9}{10}$ fl.?

$$1 \text{ Pfd.} : 3245 \text{ Pfd.} = \tfrac{9}{10} \text{ fl.} : x$$

$$\begin{array}{r} (9 \\ 10)\ 2920{,}5 = 2920\tfrac{1}{2} \text{ fl.} \end{array}$$

2) Wenn in Königsberg 1 Stein Pfeffer 38 fl. kostet, wie theuer kommen da $\frac{3}{4}$ Stein? (oder 15 Pfd.)

$$1 \text{ Stein} : \tfrac{3}{4} \text{ Stein} = 38 \text{ fl.} : x$$

$$\begin{array}{r} (3 \\ 114 \\ 4) \overline{} \\ 28\tfrac{1}{2} \text{ fl.} = x \end{array}$$

Oder $1 \text{ Stein} : \tfrac{3}{4} \text{ Stein} = 38 \text{ fl.} : x$

$$\begin{array}{rr} 1 \div \tfrac{1}{4} & 9\tfrac{1}{2}\ (\div \tfrac{1}{4} \\ & x = 28\tfrac{1}{2} \text{ fl.} \end{array}$$

b) Enthält das zweite oder dritte Glied einen gemischten Bruch, so richtet man denselben

entweder ein, oder man multiplizirt erst mit der ganzen Zahl, und berechnet dann auch den Betrag des Bruches. Z. B.

3) Was kosten $4\frac{1}{2}$ Elle Tuch à 3 Rthlr. 10 Ggr.?

1 Elle : $4\frac{1}{2}$ Ellen = 3 Rthlr. 10 Ggr. : x (9

$\frac{9}{2}$ 30 - 18 -

2)

x = 15 Rthlr. 9 Ggr.

Oder: 1 Elle : $4\frac{1}{2}$ Ellen = 3 Rthlr. 10 Ggr. : x (4

13 16

1 17 (+ $\frac{1}{2}$

x = 15 Rthlr. 9 Ggr.

4) Wie theuer kommen in Berlin $3\frac{1}{2}$ Zentn. Kanaster, das Pfd. zu $1\frac{1}{2}$ Rthlr.?

1 Pfd. : $3\frac{1}{2}$ Zentn. = $1\frac{1}{2}$ Rthlr. : x

385 Pfd.

$192\frac{1}{2}$ (+ $\frac{1}{2}$

x = 577 Rthlr. 12 Ggr.

Ein Zentner hat in Berlin 110 Pfd., der halbe 55 Pfd., folglich sind $3\frac{1}{2}$ Zentn. = 385 Pfd. Kostete nun jedes Pfd. 1 Rthlr., so wäre der Betrag 385 Rthlr.; da aber das Pfd. $\frac{1}{2}$ Rthlr. mehr kostet, so macht auch der Betrag an Gelde noch $\frac{1}{2}$ mal so viel, nämlich $192\frac{1}{2}$ Rthlr. Beides addirt, gibt das richtige Facit mit 577 Rthlr. 12 Ggr.

c) Fehlt dem der ganzen Zahl angehängten Bruche — gleichviel, ob es das zweite oder dritte Glied ist — nur ein solcher Theil, als der Nenner des Bruches anzeigt, so nimmt man die ganze Zahl für 1 mehr an, und zieht dann den zu viel angenommenen Theil wieder ab. Z. B.

5) Was kosten in Petersburg $98\frac{3}{5}$ Pud Hanföl à $4\frac{3}{4}$ Rubel?

2 Pud : $98\frac{3}{5}$ Pud = $4\frac{3}{4}$ Rub. : x
(5
493 — $5 \div \frac{1}{4}$
$24\frac{13}{20}$ ($- \frac{1}{4}$

x = $468\frac{7}{20}$ Rub. oder 468 Rub. 35 Kop.

Diese Berechnung kann man sich so erklären: 1 Pud kostet 5 Rubel weniger $\frac{1}{4}$; $98\frac{3}{5}$ Pud kosten daher $98\frac{3}{5}$ mal 5 Rub., weniger $98\frac{3}{5}$ mal $\frac{1}{4}$. Oder man kehrt die beiden mittleren Glieder in Gedanken um, als wenn die Aufgabe so lautete: 1 Pud kostet $98\frac{3}{5}$ Rub., was kosten $4\frac{3}{4}$ Pud.? Der Betrag ist dann ebenfalls $5 \times 98\frac{3}{5}$ Rub., weniger $\frac{1}{4} \times 98\frac{3}{5}$ Rub., d. i. 468 Rub. 35 Kop.

6) Was betragen in Breslau $11\frac{7}{8}$ Stein Korinthen à $2\frac{2}{3}$ Rthlr.?

1 Stein : $11\frac{7}{8}$ Stein = $2\frac{2}{3}$ Rthlr. : x
(3
$35\frac{5}{8}$ — $3 \div \frac{1}{3}$
$3\frac{23}{24}$ ($\div \frac{1}{3}$

x = $31\frac{2}{3}$ Rthlr.

Oder: 1 Stein : $11\frac{7}{8}$ Stein = $2\frac{2}{3}$ Rthlr. : x
(12
$12 - \frac{1}{8}$ — 32
$\frac{1}{3}$ ($\div \frac{1}{8}$

x = $31\frac{2}{3}$ Rthlr.

Wie der Zähler eines Bruches auf seinen Nenner zerstreut werden kann, dies s. weiter unten im 18ten Abschn. §. 254.

Anmerk. Dieses gilt auch von ganzen Zahlen, wo nur eins an der höhern Sorte fehlt; z. B. wenn der Zentn. 23 Ggr. gilt, was kommen 53 Zentn.? Hier nimmt man die 23 Ggr. für

1 Rthlr. an, und zieht dann die zu viel angenommenen 53 Ggr. von dem Betrage ab, als:

1 Zentn. : 53 Zentn. = 23 Ggr. : x
2 Rthl. 5 Ggr. ———— 1 Rthlr. ÷ 1 Ggr.
x = 50 Rthlr. 19 Ggr.

Oder: was kosten 35 Ellen à 2 Rthlr. 23 Ggr.?

1 Elle : 35 Ellen = 2 Rthlr. 23 Ggr. : x
———— (3 ————
105 3 Rthlr. ÷ 1 Ggr.
1 Rthlr. 11 Ggr. (÷ 1 Ggr.
————
x = 103 Rthlr. 13 Ggr.

S. oben §. 32 und 77; mehreres aber unten im 18. Abschn.

§. 177.

Divisionsaufgaben sind diejenigen, wo bei gleicher Benennung der beiden Glieder des ersten Verhältnisses das zweite oder dritte Glied aus einer blofsen Einheit besteht, und wo zur Auflösung einer solchen hieher gehörigen Aufgabe weiter nichts gehört, als das zweite oder dritte Glied durch das erste zu dividiren.

So wie jede Multiplicationsaufgabe im Grunde schon eine Regeldetri - Aufgabe ist, eben so kann man auch die Divisionsaufgaben zur Regel de tri rechnen, indem das jedesmalige Resultat derselben in Gestalt eines förmlichen Proportionssatzes vorgetragen werden kann, z. B.

$$6 : 54 = 9$$

d. h. 6 dividirt in 54 ist oder beträgt 9, oder der 6te Theil von 54 ist 9. In Gestalt eines Proportionssatzes wird diese Aufgabe so geschrieben:

$$6 : 1 = 54 : 9$$
oder $6 : 54 = 1 : 9$

Der Quotient verhält sich nämlich zum Dividenden, wie der Divisor zur Einheit. Der Exponent des ersten Verhältnisses ist in dergleichen Aufgaben allemal ein Bruch. Wir wollen auch hier einige der oben §. 90. enthaltenen Uebungsbeispiele als Regeldetri-Aufgaben behandeln.

1) 4 Pferde kosten 100 Friedrichsd'or, was kostet eins?

4 Pf. : 1 Pf. = 100 Fr.d'or : x
4) ———————
x = 25 Fr.d'or.

4) Was kostet 1 Taschentuch, wenn das Dutzend 6 Rthlr. 4 Ggr. kommt?

12 Stk. : 1 Stk. = 6 Rthl. 4 Ggr. : x
12) ———————
- - 12 Ggr. 4 Pf.
(x = $\frac{6}{12}$ Rthlr. + $\frac{4}{12}$ Ggr.)

6) 80 Ellen rother Kasimir kosten 133 Rthlr. 8 Ggr., was kostet 1 Elle?

80 Ellen : 1 Elle = 133 Rthlr. 8 Ggr. : x
——— 10) ———————
8. 10 13 - 8 -
8) ———————
x = 1 Rthlr. 16 Ggr.

8) Wie hoch wird 1 Dukaten angenommen, wenn 15 Dukaten mit 45 Rthlr. 20 Ggr. bezahlt werden?

15 Duk. : 1 Duk. = 45 Rthlr. 20 Ggr. : x
15) ———————
3 Rthlr. 1 Ggr. 4 Pf.

11) Was kostet in Danzig 1 Scheffel Weizen, wenn die Last mit 500 fl. bezahlt wird?

1 Last : 1 Scheff. = 50ø fl. : x
——— 6) ———————
6ø Scheff. x = $8\frac{1}{3}$ fl.

26) Wie theuer kommt in Hamburg 1 Pfd.

Mandeln, wenn 100 Pfd. für 125 Mk. verkauft werden?

100 Pfd. : 1 Pfd. = 125 Mk. : x
x = 1,25 Mk. = $1\frac{1}{4}$ Mk.

35) 40 Arroben Kaffee kosten in Lissabon 237000 Rees, wie theuer kommt 1 Arrobe?

4ø Ar. : 1 Ar. = 23700ø Rs.
4) ―――――
5925 Rs.

41) 100 Pfd. Muskatnüsse kosten in London 7 L. 16 S. 8 D., was kostet 1 Pfd.?

100 Pfd. : 1 Pfd. = 7 L. 16 S. 8 D.
10) ―――――
- - 15 - 8 -
10) ―――――
- - 1 S. $6\frac{4}{5}$ D.

Oder: 100 Pfd. : 1 Pfd. = 7 L. 16 S. 8 D.
100) ―――――
- - 1 S. 6,8 D.

50) Wie theuer kommt in Marseille 1 Pfd. Kaffee, wenn 433 Pfd. 1558 Fr. 80 Cent. kosten?

433 Pfd. : 1 Pfd. = 1558,80 Fr.
1299 | 3,60 Fr. = 3 Fr. 60 C.
―――――
2598
2598
―――――
0

Der jedesmalige Divisor wird hier ebenfalls, wie der Multiplicator in den vorigen Multiplicationsaufgaben, als eine unbenannte Zahl angesehen, und die Benennung des gefundenen vierten Gliedes richtet sich nach der Benennung des dritten.

Divisionsaufgaben kommen im gemeinen Leben sehr häufig vor, z. B. wenn eine Erbschaft, ein beim Handel gemachter Gewinn, oder eine Summe aufgelaufener Kosten, unter

mehrere Personen zu vertheilen ist; oder, wenn etwas im Ganzen gekauft worden, zu berechnen, wie viel *ein* Theil davon koste u. s. w. Es wird daher sehr nützlich seyn, wenn Anfänger das oben §. 86 bis 89 Vorgetragene hier kürzlich wiederholen, und die in §. 90 enthaltenen Uebungsbeispiele als Regeldetri-Aufgaben nochmals berechnen.

§. 178.

Um auch die Division mit Brüchen auf die Regel de tri anzuwenden, so wollen wir einige der oben in §. 134 enthaltenen Uebungsbeispiele ebenfalls als Regeldetri-Aufgaben berechnen. Zuförderst aber wird es nicht nur nützlich, sondern auch nöthig seyn, sich die in §. 127 bis 133 mitgetheilten Regeln und Erläuterungen wieder bekannt zu machen.

1) Wie heifst der Quotient von $\frac{3}{4}$ Rthlr., dividirt durch 3?

$$3 : 1 = \tfrac{3}{4}\text{ Rthlr.} : x$$
$$3)\overline{\qquad\qquad}$$
$$\tfrac{1}{4}\text{ Rthlr.} = x$$

8) Dividire $24\frac{8}{9}$ Rthlr. durch 8.

$$8 : 1 = 24\tfrac{8}{9}\text{ Rthlr.} : x$$
$$8)\overline{\qquad\qquad}$$
$$3\tfrac{1}{9}\text{ Rthlr.} = x$$

15) Dividire 21 Zentn. durch $\frac{2}{3}$.

$$\tfrac{2}{3} : 1 = 21\text{ Zentn.} : x$$
$$\overline{\qquad\qquad}(3$$
$$63$$
$$2)\overline{\qquad\qquad}$$
$$x = 31\tfrac{1}{2}\text{ Zentn.}$$

17) Dividire $69\frac{3}{4}$ Rthlr. durch $5\frac{2}{3}$.

$5\frac{2}{3}$: 1 = $69\frac{3}{4}$ Rthlr. : x

17 | 17) $209\frac{1}{4}$ | $12\frac{21}{68}$ Rthlr. = x (3

3 | 39

$5\frac{1}{4}$ | 21

17 | 68

19) Wie theuer kommt die Elle, wenn $\frac{3}{4}$ Ellen $\frac{7}{8}$ Rthlr. kosten?

$\frac{3}{4}$ Elle : 1 Elle = $\frac{7}{8}$ Rthlr. : x

$$x = \frac{28}{24} = 1\frac{1}{6} \text{ Rthlr.}$$

23) Was kostet in Königsberg 1 Scheff. Weizen, wenn die Last von $56\frac{1}{2}$ Scheff. $344\frac{1}{6}$ fl. kostet?

$56\frac{1}{2}$ Scheff. : 1 Scheff. = $344\frac{1}{6}$ fl. : x

113 | 113) $688\frac{1}{3}$ | $6\frac{31}{339}$ fl. = x (2

2 | 678

$10\frac{1}{3}$ | 31

113 | 339

25) Wenn man in Hamburg den Louisd'or zu 10 Mk. $13\frac{1}{2}$ Schill. Banco verwechselt, wie viel Stück Ld'or muſs man zu 1024 Mk. $11\frac{3}{4}$ Schill. Banco haben?

10 Mk. $13\frac{1}{2}$ Schl. : 1024 Mk. $11\frac{3}{4}$ Schl. = 1 Ld'or : x

16 | 16

$173\frac{1}{2}$ | $16395\frac{3}{4}$

347 | 347) $32791\frac{1}{2}$ | $94\frac{1}{2}$ Ld'or = x (2

2 | 3123

1561

1388

347

$173\frac{1}{2}$ | 347 | 1

347 | 694 | 2

In dieser Aufgabe muſs zuförderst das erste

Verhältnifs unter einerlei Namen gebracht werden, dann heifst es: für $173\frac{1}{2}$ Schl. gebe ich 1 Louisd'or, für $16395\frac{3}{4}$ Schl. gebe ich folglich so vielmal 1 Ld'or, oder so viele Louisd'or, als so oft der Divisor in dem Dividenden enthalten ist.

Zur Berechnung der übrigen Uebungsbeispiele, in Form eines Proportionssatzes, will ich noch zwei Spezialregeln beifügen, die zugleich mit angewendet werden können.

a) Ist der Divisor ein ächter Bruch, so multiplizirt man das zweite oder dritte Glied mit dem Nenner, und dividirt das Product durch den Zähler.

b) Enthalten das erste und zweite, oder das erste und dritte Glied gemischte Brüche, so richtet man nur den Bruch im ersten Gliede ein, und dividirt mit demselben in das zweite oder dritte Glied, wie Brüche dividirt werden. Die dabei anzuwendenden Vortheile sind in §. 131. nachzulesen.

§. 179.

Gemischte Aufgaben sind diejenigen, wo in allen drei Gliedern gröfsere Zahlen, als die simple Einheit, enthalten sind, und wo folglich nicht nur ein Multiplications-, sondern auch ein Divisionsgeschäft Statt findet. Der Divisor ist in allen solchen Aufgaben gleich unmittelbar bereits vorhanden, der Dividend aber erscheint erst mittelbar, nämlich nach vorher gegangener Berechnung der im zweiten und dritten Gliede enthaltenen Multiplicationsaufgabe, deren Product erst den wahren Dividenden gibt.

Es lassen sich übrigens hierbei viele Vor-

theile anwenden, besonders wenn der Exponent des ersten Verhältnisses bald und leicht zu finden ist, wodurch öfters eine solche gemischte Aufgabe in eine bloſse Multiplication oder Division verwandelt wird.

Einige besondere Regeln.

1) Man suche den Exponenten des ersten Verhältnisses, und multiplizire mit demselben das dritte Glied.

2) Gibt der Exponent keinen bequemen Multiplicator, so suche man das erste und zweite, oder das erste und dritte Glied, durch einen gewählten Divisor auf die möglichst kleinsten Zahlen zu bringen, und verfahre dann nach der allgemeinen Regel.

3) Da die Division mit 10, 100, 1000, 10000 u. s. w. so leicht zu verrichten ist, daſs man vom Dividenden nur so viel Ziffern, als der Divisor Nullen hat, abzuschneiden braucht, so multiplizire man, in Ermangelung anderer Vortheile, das erste und zweite, oder das erste und dritte Glied, mit einer solchen Zahl, wodurch man 100, 1000 u. s. w. zum ersten Gliede erhält.

§. 180.

1) Was kosten 5 Ellen von einem Stücke Zeug von 40 Ellen, welches für 10 Rthlr. eingekauft worden?

40 Ellen : 5 Ellen = 10 Rthlr. : x

8) ――――――

Exp. $\frac{4}{40} | \frac{1}{8}$ x = 1 Rthlr. 6 Ggr.

Der Exponent des ersten Verhältnisses ist $\frac{1}{8}$, oder 5 Ellen sind 8 mal weniger, als 40 Ellen, folglich kosten auch 5 Ellen 8 mal weniger,

als 40 Ellen. Dividirt man das erste Verhältniſs durch 5, so erscheint der nämliche Exponent, als:

$$\begin{array}{l} 40 : 5 = 10 \text{ Rthlr.} : x \\ 5)\overline{} \\ 8 : 1 \end{array}$$

Abbrevirt man das erste und dritte Glied durch 10, als:

$$\begin{array}{l} 40 : 5 = 10 \text{ Rthlr.} : x \\ 10)\overline{} \quad 10\overline{} \\ 4 \qquad\quad 1 \end{array}$$

so kommt dasselbe Resultat heraus, denn wenn 4 Ellen 1 Rthlr. kosten, so kosten 5 Ellen den vierten Theil mehr, folglich $1\frac{1}{4}$ Rthlr. Der Exponent ist in diesem Falle $\frac{5}{4}$ oder $1\frac{1}{4}$; da nun 1 im dritten Gliede nicht multiplizirt, so ist dieser Exponent gleich das gesuchte vierte Glied selbst.

2) 30 Viertel Brantwein, kosten in Kopenhagen 86 Rthlr., wie theuer kommen 125 Viertel?

$$\begin{array}{l} 30 \text{ Vrtl.} : 125 \text{ Vrtl.} = 86 \text{ Rthlr.} : x \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \overline{}(4 \\ \text{Exp. } 4\frac{1}{6} \qquad\qquad 344 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\quad 14 - 32 \ (+\frac{1}{6} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \overline{} \\ \qquad\qquad x = 358 \text{ Rthlr. } 32 \text{ Schl. Dän.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Oder. } 30 : 125 = 86 \text{ Rthlr.} : x \\ 5)\overline{} \\ \quad 6 : 25 \\ 6)\overline{} \\ \quad 1 : 4\frac{1}{6} \end{array}$$

Der Exponent des ersten Verhältnisses ist $4\frac{1}{6}$; für $4\frac{1}{6}$ mal mehr Waare muſs man folglich auch so viel mal mehr Geld geben. Der Betrag des vierten Gliedes ist demnach $4\frac{1}{6}$ mal 86 Rthlr. oder 4×86 Rthlr. $+ \frac{1}{6} \times 86$ Rthlr. oder $+ \frac{86}{6}$ Rthlr. Anfänger bitte ich auf diese

zergliedernde Vorstellungsart wohl Acht zu haben, damit sie den Fehler vermeiden, den Betrag des Bruches aus dem vorstehenden Producte zu nehmen. Der Bruch $\frac{1}{6}$ ist ja nicht der 6te Theil von 4, sondern von der Einheit; wenn daher 1 Viertel 86 Rthlr. kostet, so kosten 4 Viertel 4mal so viel; der 6te Theil eines Viertels aber kostet nur den 6ten Theil von dem Betrage eines Viertels. Kopenhagen rechnet nach Thaler zu 96 Schillingen; $\frac{86}{6}$ Rthlr. sind daher 14 Rthlr. + $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ Rthlr. = 32 Schl. Dän.

3) Wie theuer kommen in Breslau 770 Pfd. Bleiweiſs, wenn der Zentn. (von 132 Pfd.) 14 Rthlr. 24 Sgr. kostet?

1 Zentn.	: 770 Pfd.	=	14 Rthlr.	24 Sgr.	: x
132 Pfd.	Exp. $5\frac{5}{6} = 6 \div \frac{1}{6}$		88 -	24 -	(6
			2 -	14 -	($\div \frac{1}{6}$
	x	=	86 Rthlr.	10 Sgr.	

Der Exponent wird also gefunden:

$$\begin{array}{r|l} 132 : 770 & 5 \\ 660 & \\ \hline 110 & \frac{5}{6} \\ 132 & \end{array}$$

Wäre der Exponent wirklich 6, so würde ich für 6mal so viel Waare auch 6mal so viel Geld bezahlen müssen, nämlich 88 Rthlr. 24 Sgr. Da ich aber nur $5\frac{5}{6}$mal mehr Waare kaufe, so beträgt meine Zahlung nicht ganz 6mal so viel, was 1 Zentner kostet, sondern den 6ten Theil von dem Betrage 1 Zentners weniger. Folglich wird der Betrag des zu viel angenommenen 6ten Theils (2 Rthlr. 14 Sgr.) von dem 6maligen Betrage abgezogen.

§. 181.

4) Wie theuer kommen in Danzig 3212 Pfd. englisches Blei, wenn der Zentner für 40 fl. verkauft wird?

```
1 Zentn.  :  3212 Pfd.  =  4ø fl.
———        11)———
11ø Pfd.
               292
             ————(4
      x  =   1168 fl.
```

Der Exponent des ersten Verhältnisses ist $29\frac{1}{5}$; allein da sich die Nullen im ersten und dritten Gliede gegen einander ausstreichen lassen, so ist die Rechnung auf die hier gezeigte Art noch etwas leichter und kürzer. Das vierte unbekannte Glied konnte auch gleich so angezeigt werden:

$$x = \frac{3212 \times 40}{110}$$

und nun ist es ganz einerlei, ob man zuerst dividirt, oder multiplizirt.

5) Ein Fabrikant in Königsberg erhält von einem Gutsbesitzer 15 Stein 11 Pfd. Landwolle für 368 fl., wie theuer kommt demselben ein Stein von 33 Pfd.?

```
15 Stn. 11 Pfd.  :  33 Pfd.  =  368 fl.  :  x
   33            11)———      46)———
  ———                3            8
  506
11)———
   46             x = 3 × 8 = 24 fl.
46)———
    1
```

Nachdem das erste Verhältniſs unter einerlei Benennung gebracht worden, so läſst sich dasselbe durch 11 abbreviren, und gibt in kleineren Zahlen 46 : 3; der Exponent wäre also

$\frac{3}{46}$. Vergleiche ich aber das erste mit dem dritten Gliede, so zeigt ein gewisser scharfer Blick — den man sich freilich nur durch viele Uebung verschaffen kann — dafs das erstere im letzteren 8mal enthalten ist. Hierdurch wird die ganze Aufgabe in eine leichte Multiplication verwandelt, nämlich in $3 \times 8 = 24$ fl. und so viel kostet auch der Stein, oder die 33 Pfd.

6) Wenn in Hamburg 820 Pfd. Baumöl, (Genua, weifs) für 310 Rthlr. Banko verkauft werden, wie theuer kommen hiernach 2065 Pfd.?

82ø Pfd. : 2665 Pfd. = 31ø Rthlr. Banko : x
7995

82) 82615 | 1007½ Rthlr. Bko. = x
574

$\frac{41}{82}$ | $\frac{1}{2}$

Oder man berechne die Aufgabe durch Hülfe des Exponenten, welcher $3\frac{1}{4}$ ist. Der folgende §. wird noch einige hieher gehörige Aufgaben, nebst deren Berechnung enthalten; die Erkärung lasse ich um deswillen weg, weil sie aus diesem §. noch bekannt seyn mufs.

§. 182.

7) Wenn in Hamburg der Zentner Leinöl 56 Mk. Kur. kostet, wie viel wird man für 84 Pfd. zu zahlen haben?

112 Pfd. : 84 Pfd. = 56 Mk. Kur. : x
56) —— 2) —— 56) ——
2 42 Mk. Kur. = x 1

8) 825 Pfd. gelbe Erde kosten in Magdeburg 121 Rthlr. 21 Gr., wie theuer kommt 1 Zentner?

825 Pfd. : 110 Pfd. = 121 Rthlr. 21 Gr. : x

Exp. $\frac{2}{15}$ — 243 - 18 - (2

15) x = 16 Rthlr. 6 Gr.

9) Wie theuer kommen in Leipzig 1265 Pfd. Karolina-Reiſs, den Zentner zu 12 Rthlr. 8 Gr.?

110 Pfd. : 1265 Pfd. = 12 Rthlr. 8 Gr. : x (11

Exp. $11\frac{1}{2}$ — 135 - 16 -
6 - 4 - (+ $\frac{1}{2}$

x = 141 Rthlr. 20 Gr.

10) Wenn in Braunschweig 18 Ballen 6 Ries Schreibpapier für 558 Rthlr eingekauft werden, wie theuer kommt der Ballen?

18 Blln. 6 Rs. : 1 Blln. = 558 Rthlr. : x

186 Rs. — 10 Rs. — 186) 3

186) 1 — x = 10 × 3 Rthlr. = 30 Rthlr.

11) In Petersburg kostet der Berkowitz (von 10 Pud oder 400 Pfd.) Hanf, (Ausschuſs,) 40 Rubel, was kosten 13 Berkowitz und 6 Pud?

1 Brkw. : 13 Brkw. 6 Pd. = 4ø Rub. : x

1ø Pd. — 136 Pd. (4

x = 544 Rub.

12) Wenn in Libau die Last Weizen (von 48 Loof) 130 Rthlr. Alberts gilt, was kommen 36 Loof?

1 Lst. : 36 Lf. = 130 Rthlr. Alb. : x

48 Lf. — $32\frac{1}{2}$ (— $\frac{1}{4}$

x = $97\frac{1}{2}$ Rthlr. Alb.

Exp. $\frac{36}{48} \Big| \frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4}$.

§. 183.

Sehr leicht ist meistentheils die Berechnung solcher gemischten Aufgaben, in welchen das erste Glied aus einer Decimalzahl, 10, 100, 1000 u. s. w. besteht, und wo man, statt zu dividiren, nur so viel Ziffern vom Dividenden abschneidet, als der Divisor Nullen hat. Dergleichen Aufgaben kommen in der kaufmännischen Arithmetik sehr häufig vor, da die Preise von vielen Waaren nach 100 Pfd. u. s. w. bestimmt werden. Z. B.

13) Amsterdam verkauft 100 Pfd. Anies (römischen) für 66 fl. Banko, wie theuer kommen da 2150 Pfd.?

100 Pfd. : 2150 Pfd. = 66 fl. Bko. : x

2365 (11 6 × 11

(6

x = 14190 fl. Bko.

14) Hamburg verkauft 231 Pfd Pfeffer, Ind. à 71 Mk. die 100 Pfd.; wie viel ist der Betrag?

100 Pfd. : 2 3 1 Pfd. = 71 Mk. : x

1 6 1 7

x = 164|01 Mk. = 164 Mk. + $\frac{1}{100}$ Mk. oder beinahe 2 Pf.

15) Triest sendet nach Wien 3218 Pfd. Kaffee à 116 fl. die 100 Pfd.; wie viel beträgt es?

100 Pfd. : 3 2 1 8 Pfd. = 116 fl. : x

3218

3 2 1 8

1 9 3 0 8

fl. 3 7 3 2|88 x = 3732 fl. 52$\frac{4}{5}$ Xr.

60

Xr. 52|80

16) Ein Kaufmann in Nürnberg erhält 285

Pfd. Ingber, weissen, à 120 fl. die 100 Pfd.; wie viel hat derselbe dafür zu zahlen?

$$1\not{0}\not{0}\text{ Pfd.} : 285\text{ Pfd.} = 12\not{0}\text{ fl.} : x$$
$$570$$
$$x = 342\not{0}\text{ fl.}$$

17) In Amsterdam rechnet man den holl. Gulden zu $3\frac{1}{3}$ Schilling flämisch, hiernach gelten 3 fl. so viel als 10 Schill. fls.; wie viel Gulden holl. werden nach diesem Verhältniss in 7536 Schill. fls. enthalten seyn?

$$10\text{ Schill. fls.} : 7536\text{ Schill. fls.} = 3\text{ fl.}$$
$$(3$$
$$2260|8 = 2260\text{ fl. } 16\text{ Stvr.}$$

§. 184.

Da die Berechnungen der Aufgaben, in welchen das erste Glied eine Decimalzahl enthält, so leicht sind, so kann man, um sich dergleichen Erleichterungen zu verschaffen, das erste und zweite, oder auch das erste und dritte Glied mit einer solchen Zahl multipliziren oder dividiren, wodurch man im ersten Gliede eine Decimalzahl erhält.

18) Was kosten in Cadix 784 Pfd. Orangen, wenn die Arrobe von 25 Pfd. zu 16 Reales de plata verkauft wird?

$$25\text{ Pfd.} : 784\text{ Pfd.} = 16\text{ Rpta} : x$$
$$(4$$
$$100 : 3136$$
$$18816$$
$$x = 501|76\text{ Rpta} = 501\tfrac{3}{4} + \tfrac{1}{100}\text{ Rpta.}$$

Multiplizirt man hier das erste Verhältniss mit 4, so bleibt dasselbe (§. 162.) nicht nur unverändert, sondern man erhält auch im ersten Gliede den bequemsten Divisor. x oder das

vierte Glied beträgt also 501,76 = $501\frac{76}{100}$ Reales de plata. Der Decimalbruch 0,76 = 0,75 (oder $\frac{3}{4}$) + 0,01 (oder $\frac{1}{100}$), welcher Ueberschuſs so unbedeutend ist, daſs derselbe ungefähr den dritten Theil eines sächsischen Pfennigs ausmacht.

19) In Amsterdam betragen 5 fl. so viel als 2 Rthlr., wie viel Thaler betragen nun 384 fl.?

5 fl. : 384 fl. = 2 Rthlr. : x

——(2 ——(4 ——(2

10 153|6 4

x = $153\frac{6}{10}$ Rthlr. = 153 Rthlr. 30 Stvr.

20) In Königsberg kostet der Zentner Zinn 125 fl., wie viel Pfunde wird man für 75 fl. erhalten?

125 fl. : 75 fl. = 11ø Pfd. : x

————(8

1øøø : 6øø

x = 6 × 11 = 66 Pfd.

Hier lassen sich, nachdem das erste Verhältniſs mit 8 multiplizirt worden, die Nullen des Divisors gegen die zwei Nullen im zweiten, und gegen die eine Null im dritten Gliede ausstreichen, dann bleibt noch folgende Proportion 1 : 6 = 11 : x. Durch Hülfe des Exponenten wird die nämliche Aufgabe also berechnet:

125 fl. : 75 fl. = 110 Pfd. : x

Exp. $\frac{3}{5}$ 5)——

22

——(3

x = 66 Pfd.

21) Wenn 250 fl. holl. in Leipzig mit $139\frac{3}{4}$ Rthlr. bezahlt werden, wie viel betragen 821 fl. holl.?

250 fl. : 821 fl. = 1 3 9$\frac{3}{4}$: x
———(4
1000
5 5 9
1 1 1 8
4 4 7 2
Rthlr. 4 5 8|9 3 9
———(4
3 7 5 6
———(6
gr. 22|5 3 6
———(12
Pf. 6|4 3 2

x = 458 Rthlr. 22 Gr. 6 Pf. cca.

22) Wenn 600 Pfd. von einer gewissen Waare 204 Rthlr. kosten, was betragen 11 Pfd.?

600 Pfd. : 11 Pfd. = 204 Rthlr. : x
6)——— 6)———
100 34
———(11
Rthlr. 3|74
24
———
Gr. 17|76
———(12
Pf. 9|12

x = 3 Rthlr. 17 Ggr. 9 Pf. + $\frac{12}{100}$ Pf.

Mehrere Vortheile werden im 18ten Abschnitte vorkommen.

§. 185.

Gemischte Aufgaben, in welchen ein oder mehrere Glieder Brüche enthalten, werden nun keine sonderliche Schwierigkeit verursachen, wenn man nur die Multiplications- und Divisionsaufgaben mit Brüchen gehörig zu behandeln weiſs. Man richte übrigens auch hier sein Augenmerk vorzüglich mit auf den Exponenten des ersten Verhältnisses, und mache sich nachstehende Specialregeln wohl bekannt.

a) Besteht nur das erste Glied aus einem

Bruche, so wird das Product der mittleren Glieder durch den Bruch im ersten Gliede dividirt, d. h. mit dem Nenner wird es multiplizirt, und durch den Zähler dividirt.

1) Was kosten 3 Zentn., wenn man für $\frac{3}{4}$ Zentn. 6 Rthlr. 15 Gr. bezahlen soll?

$\frac{3}{4}$ Zentn. : 3 Zentn. = 6 Rthlr. 15 Gr. : x
(3
19 - 21 -
(4
79 - 12 -
3)
x = 26 Rthlr. 12 Gr.

Allein wer sieht hier nicht gleich, daſs man die Multiplication und Division durch eine und dieselbe Zahl (3) hätte sparen können. Dies wird hoffentlich auch derjenige meiner theuren Rechenschüler sogleich bemerkt haben, der sich des in §. 131. Nr. 4. gezeigten Vortheils noch erinnert. Doch auch ohne Anwendung jenes Vortheils können wir hier das vierte Glied auf die kürzeste Art finden, wenn wir nämlich das dritte Glied mit dem Exponenten des ersten Verhältnisses multipliziren. Der Exponent aber wird also gefunden:

$$\tfrac{3}{4} : 3 = \tfrac{3}{4} : \tfrac{12}{4} = 4$$

Vermöge des Exponenten 4, muſs x oder das vierte Glied 4mal gröſser seyn, als das dritte. Die Berechnung der Aufgabe erscheint hiernach in folgender Form:

$\frac{3}{4}$ Zentn. : 3 Zentn. = 6 Rthlr. 15 Gr. : x
(4
x = 26 Rthlr. 12 Gr.

Hieraus flieſst zugleich eine andere speziellere Anweisung, deren Anwendung in der Kettenregel nie unterlassen werden darf, nämlich: man werfe den Nenner im ersten Gliede in das

zweite oder dritte, und die Nenner in diesen beiden Gliedern in das erste Glied. Dadurch springen die etwa noch anzubringenden Vortheile Jedem von selbst in die Augen. Die Erklärung dieser specielleren Regel ist übrigens sehr leicht, denn aus dem 10ten Abschnitte mufs es nun klar seyn, dafs der Nenner eines Bruches, womit ich eine andere gegebene Zahl multipliziren soll, immer einen Divisor, und dafs umgekehrt der Nenner eines Bruches, womit ich eine andere gegebene Zahl dividiren soll, immer einen Multiplicator vorstelle, z. B.

$\frac{3}{4} \times$ 4 Rthlr. 8 Ggr. (3
13 - -
4) 3 Rthlr. 6 Ggr.

Oder: $\frac{3}{4} \times$ 4 Rthlr. 8 Ggr.
4) 1 - 2 -
(3 3 Rthlr. 6 Ggr.

Ferner $\frac{5}{8}$: 35 Mk. 15 Schill.
5) 7 - 3 -
(8 57 Mk. 8 Schill.

2) Wenn man in Berlin für $12\frac{1}{2}$ Rthlr. 1 Zentn. (oder 110 Pfund) Bleiweis kauft, wie viel Pfunde wird man für 50 Rthlr. erhalten?

$12\frac{1}{2}$ Rthlr. : 50 Rthlr. = 110 Pfd. : x
25 100 x = 440 Pfd. (4
Exp. 4

Oder : $12\frac{1}{2}$ Rthl. : 50 Rthlr. = 1 Zentn. : x
Exp. 4 x = 4 Zentn. (4

§. 186.

b) Besteht nur das zweite Glied aus einem Bruche, so multiplizirt man das dritte mit dem Zähler des Bruches, und wirft den Nenner in das erste Glied, wodurch der daselbst befindliche Divisor um so vielmal vergröfsert wird. Die

anzubringenden Vortheile fallen dann von selbst in die Augen.

3) In Petersburg kostet das Pud Cochenille 480 Rubel, wie theuer kommen $\frac{3}{4}$ Pfd.?

$$4\not{0}\ \text{Pfd.} : \frac{3}{\not{4}}\ \text{Pfd.} = 48\not{0}\ \text{Rub.} : x$$

16) 4 / 1; 16) / 3 / (3

$$x = 9\ \text{Rub.}$$

$$\text{Oder}\ x = \frac{480 \times 3}{40 \times 4} = 9\ \text{Rub.}$$

4) In Königsberg kostet das Schiffpfd., oder 3 Zentn. Eisen 58 fl., was kosten hiernach $15\frac{1}{2}$ Zentner?

$$3\ \text{Zentn.} : 15\tfrac{1}{2}\ \text{Zentn.} = 58\ \text{fl.} : x$$

Exp. $5\frac{1}{6}$ — (5: 290; $9\frac{2}{3}$ (+ $\frac{1}{6}$

$$x = 299\tfrac{2}{3}\ \text{fl.}$$

5) In Hamburg kosten 100 Pfd. Karolina-Reiſs $43\frac{3}{4}$ Mk., was kosten hiernach 640 Pfund?

$$10\not{0}\ \text{Pfd.} : 64\not{0}\ \text{Pfd.} = 43\tfrac{3}{4}\ \text{Mk.} : x$$

$\not{4}$; 4) 16; 175; 1050

$$x = 280\not{0}\ \text{Mk.}$$

Den gemischten Bruch im dritten Gliede richte ich zuförderst ein, und werfe den Nenner, als den Divisor in das erste Glied. Nun streiche ich die eine Null von 100 gegen die Null in 640 aus, und abbrevire das zweite Glied durch den aus dem dritten Gliede erhaltenen Divisor 4. Mit der 16 multiplizire ich endlich (nach §. 27) das dritte Glied, und dividire das Product 2800 durch 10 im ersten Gliede.

Doch halte ich auf das Einrichten der Brüche in den beiden mittleren Gliedern nicht viel,

weil sich meistentheils noch ein anderer Weg zeigt, um dies zu vermeiden. So läſst sich die vorige Aufgabe auch also berechnen:

10ø Pfd. : 64ø Pfd. = $43\frac{3}{4}$ Mk. : x
8.8 350 (8
280ø (8

6) Wenn in Weimar der Zuchthausbäcker für 96 Pfund Brod 15 Gr. Backerlohn erhält, wie viel beträgt's von 72 Pfd. 16 Lth.?

9ø Pfd. : $72\frac{1}{2}$ Pfd. = 15 Gr.
8 12
8) 1 : $9\frac{1}{16}$ 1 Gr. 3 Pf. (9
x = 11 Gr. $3\frac{15}{16}$ Pf

Die 15 Gr. werden mit der Reductionszahl 12, die aber gleich gegen 96 im ersten Gliede aufgehoben wird, in 15 Pf. oder 1 Gr. 3 Pf. verwandelt; der Exponent des ersten Verhältnisses ist $9\frac{1}{16}$, folglich ist x = 9 mal 1 Gr. 3 Pf. + $\frac{1}{16} \times$ 15 Pf. d. i. 11 Gr. $3\frac{15}{16}$ Pf.

c) Enthalten die ersten beiden Glieder, oder das erste und dritte Glied Brüche, so ist es mehrentheils am rathsamsten, das Verhältniſs in ganzen Zahlen zu suchen. Dieses aber wird am kürzesten dadurch gefunden, indem man den Zähler des ersten mit dem Nenner des zweiten oder dritten Gliedes, und den Zähler des zweiten (oder dritten) mit dem Nenner des ersten Gliedes multiplizirt. Hat man erst das Verhältniſs in ganzen Zahlen, so läſst sich dann auch der Exponent leicht finden.

7) In Amsterdam kostet die Unze Moschus (2 Loth oder $\frac{1}{16}$ Pfd.) 20 fl., wie theuer kommen $2\frac{3}{4}$ Pfd.?

$\frac{1}{16}$ Pfd. : $\frac{11}{4}$ Pfd. = 20 fl. : x

$$\begin{array}{l} 4 : 176 \\ 4)\overline{\quad\quad} \\ \quad 44 \\ \overline{\quad\quad}(20 \\ x = 880 \text{ fl.} \end{array}$$

Daſs aber bloſs die Zähler mit den gegenüberstehenden Nennern multiplizirt werden, dies kann man sich also erklären: Wenn zwei Brüche unter einerlei Nenner gebracht werden sollen, so wird (§. 112) der Zähler und Nenner des einen Bruches mit des andern Bruches Nenner multiplizirt. Die obigen Brüche würden daher auf folgende Art unter einerlei Nenner gebracht werden müssen:

$$\frac{1}{16} : \frac{11}{4}$$
$$\frac{4}{64} : \frac{176}{64}$$

Da beide Glieder 64stel enthalten, so kann man die Nenner weglassen, und die Zähler für Ganze annehmen. Um aber das Verhältniſs gleich in den kleinsten Zahlen zu finden, so wende man überall, wo es angeht, die §. 131 gezeigten Vortheile an. In dem obigen Beispiele lassen sich die Nenner 16 und 4 durch 4 abbreviren, wodurch die Rechnung noch etwas kürzer wird, nämlich:

$$\frac{1}{4\not{1}\not{6}} \text{ Pfd.} : \frac{11}{1\not{4}} = 20 \text{ fl.} : x$$
$$1 : 44$$

8) Wenn $3\frac{3}{4}$ Ellen Tuch 11 Rthlr. 16 Ggr. kosten, wie theuer werden $22\frac{1}{2}$ Ellen von derselben Sorte kommen?

$$3\tfrac{3}{4} \text{ Ell.} : 22\tfrac{1}{2} \text{ Ell.} = 11 \text{ Rthlr. } 16 \text{ Gr.} : x$$
$$\frac{1\not{1}\not{5}}{2\not{4}} : \frac{3\not{4}\not{5}}{1\not{2}} \quad \overline{\quad\quad\quad\quad}(6$$
$$1 : 6 \qquad x = 70 \text{ Rthlr.} - -$$

Hier lassen sich in dem ersten Verhältnisse sowohl die Zähler als Nenner der Brüche gegen einander aufheben; daraus entstehen dann die Brüche $\frac{1}{2}$: $\frac{3}{1}$, welche das Verhältniſs in den kleinsten Zahlen mit 1 : 6 geben, und worin zugleich der Exponent 6 vor Augen liegt.

§. 188.

Den Beschluſs mag noch eine Aufgabe machen, in welcher alle drei gegebenen Glieder Brüche enthalten, und wo sich weiter kein Vortheil anwenden läſst, als das Verhältniſs des ersten und zweiten Gliedes in den kleinsten Zahlen auszudrücken, und den Exponenten zu suchen.

9) Wenn in Libau $1\frac{1}{2}$ Decher Bockleder $15\frac{2}{3}$ Rthlr. Alberts kostet, wie theuer kommen hiernach $4\frac{4}{5}$ Decher?

$1\frac{1}{2}$ D. : $4\frac{4}{5}$ D. = $15\frac{2}{3}$ Rthlr. : x

$\frac{1\,\not{3}}{2}$: $\frac{8\,\not{24}}{5}$ ——— (16

$250\frac{2}{3}$

5) ———

5 : 16 x = $50\frac{2}{15}$ Rthlr. (12 Gr.)

Oder mit dem Exponenten:

5 : 16 = $15\frac{2}{3}$ Rthlr. : x

——— (3

Exp. $3\frac{1}{5}$ 47

$3\frac{2}{15}$ (+ $\frac{1}{5}$

———

x = $50\frac{2}{15}$ Rthlr.

Nach und nach, und besonders durch viele Uebung, wird und muſs man sich eine solche Fertigkeit eigen machen, daſs man gleich beim ersten Ueberblicke sieht, wie und auf welche Art die Aufgabe am kürzesten und leichtesten auszurechnen sey. Manche Aufgaben sind in Brüchen, andere in ganzen Zahlen leichter zu

behandeln. Mehrere Vortheile und Abkürzungen der vorkommenden Berechnungen werden weiter unten im 18. Abschnitte mitgetheilt werden.

§. 189.

Probe einer Regeldetri-Berechnung.

Unter der Probe irgend einer Berechnung versteht man eine Untersuchung, ob das gefundene Facit das richtige sey, oder ob man bei dessen Berechnung gefehlt habe. Die Richtigkeit der Regeln selbst, nach welchen eine vorher unbekannte Zahl gefunden worden, nennt man einen Beweis.

Von einem geübten Rechner, der wohl noch dazu schon als Handlungsgehülfe angestellt ist, verlangt man mit Recht, daſs er die ihm vorgelegten Aufgaben, nach den Regeln der Arithmetik richtig zu berechnen im Stande sey. Allein da kein Mensch in irgend einer Wissenschaft die höchste Vollkommenheit erreichen kann, so ist auch der geschickteste Rechner der Gefahr ausgesetzt, hier oder da einen Fehler im Rechnen zu begehen. Hiervon zeugen auch die lateinischen Buchstaben unter manchen Rechnungen *S. E. C.* (*salvo errore calculi*). Es ist daher nöthig, eine Aufgabe nicht nur zweimal zu berechnen — denn man kann beidemal denselben Fehler begehen —; sondern vielmehr die Richtigkeit derselben auf einem andern Wege zu probiren. Hierzu schlage ich folgende drei Mittel vor, deren Anwendung äuſserst selten trügen wird:

1) Man berechne eine vorgelegte Aufgabe auf eine doppelte Art. Stimmt das Facit beide-

Mal überein, so kann man sich auf die Richtigkeit der Auflösung mit ziemlicher Gewifsheit verlassen.

2) Man multiplizire die beiden äufseren Glieder, und sehe zu, ob ihr Product dem Producte der mittleren Glieder gleich sey. (S. oben §. 165.)

3) Man nehme eins von den zuerst gegebenen drei Gliedern für unbekannt an, berechne die Aufgabe nochmals, so mufs, wenn richtig gerechnet worden, das als unbekannt angenommene Glied wieder herauskommen.

Zur Erläuterung wollen wir folgende Aufgabe wählen: 1 Unze Karmin kostet in Nürnberg 6 fl., wie theuer kommen $3\frac{3}{8}$ Pfd.?

$$
\begin{array}{lllll}
\frac{1}{2\not{1}\not{6}}\ \text{Pfd.} & : & 3\frac{3}{8}\ \text{Pfd.} & = & 6\ \text{fl.} : x \\
 & & \underline{\quad 27 \quad} & & \underline{\quad 54 \quad} \\
 & & 1\not{8} & x = & 324\ \text{fl.} \\
1 & : & 54 & &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lllll}
\textbf{Oder:}\ 2\ \text{Lth.} & : & 3\frac{3}{8}\ \text{Pfd.} & = & 6\ \text{fl.} : x \\
2)\overline{\quad 1 \quad} & & \overline{108\ \text{Lth.}} & & 2)\overline{\quad 3 \quad} \\
 & & \overline{\qquad\qquad}(3 & & \\
 & & x = 324\ \text{fl.} & &
\end{array}
$$

Das Product der äufseren Glieder ist auch dem Producte der mittleren gleich, nämlich:

$$
\begin{array}{ccccccc}
2\ \text{Lth.} & : & 108\ \text{Lth.} & = & 6\ \text{fl.} & : & 324\ \text{fl.} \\
 & & \underline{\quad 6 \quad} & & & & \underline{\quad 2 \quad} \\
 & & 648 & & = & & 648
\end{array}
$$

Nehmen wir eins der gegebenen Glieder für unbekannt an, so mufs auch dieses bei richtiger Berechnung (§. 166.) wieder zum Vorschein kommen, als:

$$
\begin{array}{ccccccc}
2\ \text{Lth.} & : & x & = & 6\ \text{fl.} & : & 324\ \text{fl.} \\
 & & & & & & \underline{\qquad\quad}(2 \\
 & & & & & & 648 \\
 & & & & & 6) & \overline{\qquad\quad} \\
 & & & & x & = & 108\ \text{Lth.}
\end{array}
$$

Oder: 6 fl. : 324 fl. = 2 Lth. : x

2) 3) 2)

1

3 108 Lt. = x

Oder: x : $3\frac{3}{8}$ Pfd. = 6 fl. : 324 fl.

(6

9 9

$$324)\ \frac{20\frac{1}{4}}{\quad} = \frac{20\frac{1}{4}}{324} \Big| \frac{81}{1296} \Big| \frac{9}{144} \Big| \frac{1}{16}\ \text{Pfd.}$$

Oder: 324 fl. : 6 fl. = $3\frac{3}{8}$ Pfd. : x

wie zuvor.

Oder: $\frac{1}{16}$ Pfd. : $3\frac{3}{8}$ Pfd. = x : 324 fl.

($\frac{1}{16}$

$20\frac{1}{4}$

$3\frac{3}{8} := \frac{27}{8}$ (8

162

27) 162 | 6 fl. = x

Oder: $3\frac{3}{8}$ Pfd. : $\frac{1}{216}$ Pfd. = 324 fl. : x

6)

27 54

18 9)

54 1 6 fl. = x

Ein Jeder wird hoffentlich hieraus zur Genüge ersehen, auf wie vielerlei Art man die Richtigkeit einer Berechnung probiren kann. Man wählt aber natürlich immer diejenige Art, welche die wenigste Mühe verursacht.

§. 190.

Uebungsbeispiele.

Was kosten in

Augsburg:

1) 15 Mark feines Gold à 288 fl.?
2) $13\frac{1}{2}$ - Dukatengold à 283 fl.?
3) $10\frac{1}{4}$ - Pistolengold à 274 fl.?
4) 80 Pfd. Kaffee, St. Domingo à 107 fl. 45 Xr. die 100 Pfd.?
5) 90 - dito - - fein à 129 - 25 - - - - ?
6) 32 - dito. Levant. à 217 - 30 - - - - ?

Hamburg:

7) $13\frac{1}{8}$ Zentn. Hanföl à 47 Mk.?

8) $43\frac{3}{4}$ Pfd. Mandeln, Valence à 72 Mk. die 100 Pfd.?

9) 500 - Kapern, Toulons à 96 - - - - ?

10) 1200 - Wallfischbarten à 55 Mk. 4 Schl. - - ?

11) 80 dopp. Ellen Leinw. Osnabr. à $27\frac{1}{2}$ Rthlr. die 100 d. E.?

12) 45 - - dito, Teklenb. à $24\frac{1}{3}$ - - - - - ?

Bremen:

13) 1000 Pfd. Galläpfel à 44 Rthlr. 48 Gt. die 100 Pfd.?

14) $64\frac{1}{2}$ Pfd. Lakrizensaft à 28 Rthlr. - - - ?

15) 39 Tonnen Theer, Mosk. à $8\frac{1}{4}$ Rthlr.?

16) 43 - dito, Stockh. à $8\frac{3}{4}$ - ?

17) 17 Viertel Rum à 88 Rthlr. die $\frac{30}{4}$?

18) 23 - Brantwein à 73 - - - ?

Lübeck:

19) 29 Pfd. Weinstein, ital. roth à 46 Mk. die 100 Pfd.?

20) 64 - dito - weiſs à 38 - - - - ?

21) 263 - Alaun, dän. à 23 Mk. 12 Schl. - - - ?

22) 177 - dito, röm. à 41 - die 100 Pfd.?

23) 205 - Baumöl, Genua, à 718 Mk. die 820 Pfd.?

24) $102\frac{1}{2}$ Pfd. dito, Malaga à 363 - - - - ?

Frankfurt am Main:

25) $16\frac{1}{2}$ Mk. Dukatengold à 281 fl.?

26) 350 Pfd. Baumwolle à 97 fl. 36 Xr. die 100 Pfd.?

27) 89 - Baumwollengarn à 215 fl. - - - ?

28) 63 - dito à 240 - - - - ?

29) 19 - Cacao à 113 - - - - ?

30) 100 - Lorbeerblätter à - - 4 Xr. das Pfd.?

Nürnberg:

31) 37 Pfd. Cochenille à $11\frac{1}{2}$ fl.?

32) $43\frac{1}{3}$ - dito à $11\frac{3}{4}$ - ?

33) 6590 - Kaffee, Martin. à 85 fl. die 100 Pfd?

34) 1217 - dito, Java à 120 - - - - ?

35) 313 - Zucker, Candies à 75 - - - - ?

36) 87 - dito, Melis à 81 - - - - ?

Leipzig:

37) $13\frac{5}{8}$ Zentn. Mandeln à 39 Rthlr.?

38) $24\frac{1}{4}$ - Rosinen à 19 - 12 Ggr.?

39) $108\frac{1}{2}$ Ball. Druckpapier à 16 Rthlr. 8 Ggr.?

40) 341 Pfd. Bernstein à 21 Ggr.?

Braunschweig:

41) 173 Pfd. Berlinerblau à 1 Rthlr. 21 Ggr.?
42) 85 - Berlinerroth à 1 - 14 - ?
43) 29¾ Zentn. Blei, engl. à 9¾ - ?
44) 28½ Pfd. Fernambukh. à 41 Rthlr. 24 Ggr. d. Ztn. v. 114 Pfd.?

Amsterdam:

45) 387½ Pfd. Thee Boe à 15 Stvr.?
46) 60 - dito, Congo à 2 fl. 18 Stvr.?
47) 1275 - Kaffee, Surin. à 16 Stvr.?
48) 91¾ - Muskatnüsse à 280 - ?

Breslau:

49) 37¾ Pfd. Kampher à 5 Rthlr. 6 Sgr.?
50) 328 - Fischbein 6 — $\frac{8}{4}$ à 10 - ?
51) 1 Stein Anies, wenn 31 Stn. mit 78¾ Rthlr. bezahlt werden?

Cadix:

52) 58 Arroben Zucker à 41½ Rpta?
53) 367 Arrob. Orangen à 16½ - ?

Lissabon:

54) 1 Moyo Salz, wenn 64½ Moyo 113520 Rees kosten?
55) 1 Pfd. Sassaparille, wenn die Arrobe von 32 Pfd. 8000 Rees kostet?

Danzig:

56) 397 Pfd. Bimstein à 10 Gr.?
57) 7 Last 20 Schffl. Roggen à 362½ fl. die Last v. 60 Schffl.?

Riga:

58) 1 Pfd. Wachs, wenn 1 Schpfd. v. 400 Pfd. 80 Rthlr. kostet?
59) 38 Schpfd. 100 Pfd. Pottasche à 20 Rthlr. d. Schpfd?
60) 13½ Schpfd. Flachs à 31½ - - - ?

Magdeburg:

61) 59¾ Zentn. Salpeter à 45 Rthlr. 18 Gr.?
62) 93 Zentn. Stärke à 13 Rthlr. 6 Gr.?
63) 5 Pfd. Braunstein à 3 Rthlr. 20 Gr. d. Ztn. v. 110 Pfd.?

Kopenhagen:

64) 3789 Pfd. Kaffee, Mart. à 32 Schill. dän.?
65) 893 - Zucker, Raff. à 36 - ?

66)	100 Pfd. Reifs, Karol.	à	$13\frac{1}{2}$ Schill. dän.?			
67)	$5\frac{3}{4}$ Schpfd. Klippfische	à	24 Rthlr. 32 Schill. dän.?			

St. Petersburg:

68)	87 Pud Seifentalg	à	53 Rub.	45 Kop.	d. Brkw. v. 10 Pud?	
69)	396 - Juchten	à	15 -	50 -	?	
70)	1 Pfd. Kaffee	à	35 -		d. Pud v. 40 Pfd.?	

Vierzehnter Abschnitt.

Einfache Regel de tri mit indirecten Verhältnissen.

§. 191.

In den theils erklärten, theils zur Uebung mitgetheilten Aufgaben des vorigen Abschnittes folgten die gegebenen drei Glieder der geometrischen Proportion immer so auf einander, daſs das vierte unbekannte Glied so vielmal gröſser oder kleiner war, als das dritte, so vielmal nämlich das zweite gröſser oder kleiner war, als das erste. Allein bei vielen Geschäften im menschlichen Leben sieht man ein, daſs, je mehr Kräfte zur Vollendung einer Arbeit angewendet werden, desto weniger Zeit man dazu brauche; daſs, je mehr Menschen von einem gewissen Vorrath Lebensmittel zehren, desto kürzere Zeit sie damit reichen; daſs, je theurer das Getraide wird, desto weniger der Bäcker am Gewichte gebe; daſs, je schmäler das Tuch ist, woraus man sich etwas will verfertigen lassen, desto länger dasselbe seyn müsse u. s. w.; folg-

lich treten hier umgekehrte Verhältnisse ein, nämlich je mehr, desto weniger, oder je weniger, desto mehr.

Man gibt daher der Regel, welche die Berechnung solcher Aufgaben lehrt, den Namen der umgekehrten Regel de tri, weil die Glieder des einen gegebenen Verhältnisses umgekehrt werden müssen. Die Benennung, verkehrte Regel de tri, ist ganz unrichtig und man findet sie auch nur noch in einigen älteren Rechenbüchern. Am richtigsten nennt man sie: Regel de tri mit indirecten Verhältnissen, im Gegensatze der Regel de tri mit directen Verhältnissen.

§. 192.

Schon der gesunde Menschenverstand muſs einem jeden, welcher die vorgelegte Aufgabe nicht mit den äuſseren Augen und Ohren allein betrachtet, sagen, ob der Betrag des vierten Gliedes gröſser oder kleiner, mehr oder weniger seyn müsse, als der des dritten. So bald man aber dieses weiſs, so weiſs man auch, ob die gegebenen Glieder ein directes oder indirectes Verhältniſs enthalten.

Es sey z. B. folgende Aufgabe: Eine bestimmte Quantität Leinwand wird auf 8 Stühlen in 12 Wochen fertig; wie viel Stühle sind nöthig, wenn sie in 4 Wochen fertig seyn soll? Ein jeder wird hier, bei einigem Nachdenken, sogleich einsehen, daſs, in je kürzerer Zeit die Leinwand geliefert werden soll, auf desto mehreren Stühlen gearbeitet werden muſs; denn je weniger dort (in Zeit), desto mehr hier, (bei den arbeitenden Kräften.) Es würde ja auch

ein ganz widersinniges Resultat erscheinen, wenn man die vorgelegten Glieder direct also stellte:

12 Wochen : 4 Wochen = 8 Stühle : x ($2\frac{2}{3}$ St.)

Kehren wir aber das erste Verhältnifs um, nämlich:

4 Wochen : 12 Wochen = 8 Stühle : x (24 St.)

so ist die gefundene Zahl 24 nicht nur die richtige 4te Proportionszahl, sondern wir sehen auch ein, dafs der Effect der 8 Stühle in 12 Wochen, dem Effecte der 24 Stühle in 4 Wochen völlig gleich sey. 24 Stühle liefern, bei übrigens gleicher Anstrengung und Arbeit, in 4 Wochen eben so viel, als 8 Stühle in 12 Wochen. Oder da die Quantität Leinwand in 3 mal weniger Zeit fertig werden soll, so mufs man 3 mal mehr Stühle haben. Man kann diese Aufgabe auch auf folgende Art zergliedern: wenn die Leinwand auf 8 Stühlen in 12 Wochen verfertigt werden kann, so würde man, im Fall solche in einer Woche fertig werden sollte, 96 Stühle nöthig haben, da man aber 4 Wochen dazu nehmen will, fo braucht man 4 mal weniger Stühle, nämlich nur 24.

Durch die richtige Stellung der Glieder wird man, gleichsam von selbst, auf das Umkehren des ersten Verhältnisses hingeführt; denn man weifs doch, so bald man in dem obigen Beispiele ansetzt:

8 Stühle : x

dafs hier im dritten und vierten Gliede Stühle mit Stühlen in Vergleichung kommen. Dafs aber die letztere Zahl mehr betragen müsse, als 8, dies zeigt der gesunde Menschenverstand einem Jeden an. Es mufs daher 8 : x ein steigendes Verhältnifs seyn; hieraus aber folgt, dafs

auch die zwei ersten Glieder der Proportion in einem steigenden Verhältnisse angesetzt werden müssen.

Wer aber auch dieses noch nicht begreifen sollte, der lege sich bei dem zweiten Gliede nur die Frage vor: wenn diese Zahl noch einmal so groſs wäre, würde das Resultat oder das Facit dann auch noch einmal so viel betragen? Muſs man sich diese Frage mit *Nein* beantworten, so ist das Verhältniſs indirect, und muſs noch vor der Berechnung umgekehrt werden. Erhält man aber *Ja* zur Antwort, so ist es ein directes Verhältniſs.

§. 193.

Mehrere Beispiele.

1) Wenn 200 Arbeiter mit einem Festungsbau in 5 Monaten fertig werden, in wie viel Monaten würden 500 Arbeiter denselben vollenden? Antw. in 2 Monaten, wie hier folgt:

200 Arb. : 500 Arb. = 5 Mon. : x

indirect 5 : 2

Legt man sich hier beim zweiten Gliede die Frage vor: wenn es noch einmal so viel Arbeiter wären, würden sie noch einmal so viel Zeit dazu brauchen? so ist die Antwort: *Nein*. Allein hier ist leicht einzusehen, daſs $2\frac{1}{2}$ mal mehr Arbeiter $2\frac{1}{2}$ mal weniger Zeit brauchen, um mit der ihnen aufgegebenen Arbeit zu Stande zu kommen; das letztere Glied muſs daher weniger betragen. Da nun das erste Verhältniſs steigend ist, das andere aber zuverlässig fallend seyn muſs, so ist es, um die Aufgabe ihrem wahren Sinne und dem gesunden Menschen-

verstande gemäſs zu berechnen, nöthig, das erste Verhältniſs umzukehren, d. h. so zu stellen, daſs es ebenfalls ein fallendes Verhältniſs werde. Dann wird auch der Effect der 200 Arbeiter in 5 Monaten dem Effecte der 500 Arbeiter in 2 Monaten gleich seyn; denn 200 × 5 = 500 × 2.

2) Ein Bote kommt, wenn er täglich 5 Meilen geht, in 12 Tagen an den Ort seiner Bestimmung; er soll aber schon in 8 Tagen dort zu seyn, wie viel Meilen wird er nun täglich zurücklegen müssen? Auch diese Aufgabe enthält ein indirectes Verhältniſs, denn in je weniger Zeit der Bote die Reise vollenden will, desto mehrere Meilen wird er täglich gehen müssen. Die Berechnung ist daher folgende:

$$\frac{12 \text{ Tage} : 8 \text{ Tage}}{\text{ind. } 8 : 12} = 5 \text{ M.} : x$$

$$12 \times 5 = 60;\quad 60 : 8 = 7\tfrac{1}{2} \text{ Meile} = x$$

3) Zu einem Kleide braucht Herr Schmidt $4\frac{1}{2}$ Elle $\frac{9}{4}$ breites Tuch; wie viel Ellen wird er von $\frac{10\frac{1}{2}}{4}$ breitem Tuche dazu nöthig haben? Antw. $3\frac{6}{7}$ Ellen, wie nachstehende Berechnung zeigt:

$$\frac{9 \text{ Vrtl. br.} : 10\tfrac{1}{2} \text{ Vrtl. br.}}{\text{ind. } 10\tfrac{1}{2} : 9} = 4\tfrac{1}{2} \text{ Elle lang} : x$$

$$10\tfrac{1}{2} \times 2 = 21;\ 21 : 3 = 7;\ 9 : 3 = 3 \qquad 4\tfrac{1}{2} \times 2 = 9;\ 9 \times 3 = 27;\ 27 : 7 = 3\tfrac{6}{7} \text{ Ell.} = x$$

Von 4 Ellen würde er folglich $\frac{1}{7}$ oder etwas mehr als $\frac{1}{8}$ Elle $\left(\frac{\frac{1}{2}}{4}\right)$ übrig behalten, oder zurückbekommen müssen.

§. 194.

4) Als der dresdner Scheffel Roggen in Leipzig 4 Rthlr. galt, wog 1 Groschenbrod 1 Pfund 12 Loth; wie viel muſs es wiegen, wenn der Scheffel $5\frac{1}{2}$ Rthlr. gilt? Daſs auch hier ein indirectes Verhältniſs Statt finde, sieht ein jeder ein, denn je theurer das Getraide wird, desto weniger Brod wird der Bäcker am Gewichte geben.

4 Rthlr. : $5\frac{1}{2}$ Rthlr. = 1 Pfd. 12 Lth. : x
(8
ind. 11 : 8 11 - - -
11) 1 Pfd. - - = x

5) In Braunschweig kauft man den Himten Roggen für $1\frac{1}{4}$ Rthlr. und 1 Brod zu 4 Ggr. wiegt 6 Pfd.; wie theuer wird der Himten kommen, wenn der Bäcker nur 2 Pfd. 26 Lth für 4 Ggr. gibt? (Je weniger der Bäcker am Gewichte gibt, desto theurer wird das Getraide seyn).

6 Pfd. : $2\frac{13}{16}$ Pfd. = $1\frac{1}{4}$ Rthlr. : x
(32
ind. 45 : 96 40
3) 15 : 32 15) $2\frac{2}{3}$ Rthlr. = x

Anmerk. Ganz richtig und genau aber lassen sich dergleichen Aufgaben, nach diesem Ansatze, nicht auflösen. Denn, wenn das Getraide wohlfeiler oder theurer wird, so ändert sich nicht auch alles übrige, z. B. die Metze des Müllers, Bäckerlohn, Holz u. s. w. Ein Bäcker würde daher wohl etwas zu kurz kommen, wenn er bei einem gewissen Getraidepreise das Pfund Brod für 1 Ggr. gibt, und nun, wenn das Getraide um einen Thaler wohlfeiler geworden, verhältniſsmäſsig auch das Pfd. Brod um so wohlfeiler geben sollte; denn wahrschein-

lich wird er alles übrige noch um den vorigen Preis bezahlen müssen. Dasselbe gilt auch von der Bier- und Fleischtaxe, wo ebenfalls verschiedene Nebensachen mit in Anschlag gebracht werden müssen. Will man aber eine so ziemlich richtige Brodtaxe entwerfen, so hat man dabei folgendes zu beobachten:

Da das Getraide nach dessen Güte auch im Gewichte verschieden ist, so nimmt man das Mittelgewicht eines im Lande eingeführten Maases als Basis der Berechnung an; z. B. eines Viertels, eines Himtens, eines Scheffels, Simmers etc. Wir wollen annehmen, ein dresdner Scheffel, dessen körperlicher Inhalt gegen 5304 franz. Kubikzoll beträgt, gebe

		148 Pfd. Mehl,
davon aber geht wieder ab:		
für die Metze des Müllers	10 Pfd.	
an Staub etc. . . .	2 -	
an Kleien	24 -	
zusammen -	36 Pf.	
so bleiben noch reines Mehl	112 Pfd.	

Dann nimmt man als einen Erfahrungssatz an, daſs 4 Pfd. Mehl 5 Pfd. Brod geben, folglich geben 112 Pfd. Mehl 140 Pfund Brod. Wie theuer aber diese 140 Pfd. Brod kommen, berechnet man also:

1 Scheff. Roggen gilt jetzt	4 Rthlr.	
für Bäckerl., Holz, Salz etc. - -		18 Gr.
zusammen	4 Rthlr.	18 Gr.
Hiervon geht wieder ab:		
für die 24 Pfd. Kleien - -		9 -
so bleibt	4 Rthlr.	9 Gr.

als das, was 140 Pfd. Brod kosten. 140 ist also ein unveränderlicher Divisor; die 4 Rthlr. 9 Gr.

aber sind ein nach dem jedesmaligsn Getraidepreise sich ändernder Dividend. Reduzirt man die 4 Rthlr 9 Gr. auf lauter Pfennige, so kommen 1260 Pf.; diese durch 140 dividirt, so kostet das Pfd. Brod 9 Pf. Will ich nun wissen, wie viel ein Viergroschenbrod wiegen müsse, so erfahre ich dies durch folgenden Proportionssatz:

1260 Pf. : 48 Pf. = 140 Pfd. : x

x = $5\frac{1}{3}$ Pfd. = 5 Pfd. 10 Lth. $2\frac{2}{3}$ Qt.

§. 195.

6) Ein Fürst will von 7löthigem Silber eine gewisse Münze schlagen lassen, so dafs 230 Stück auf die Mark fein gehen sollen; es entschliefst sich derselbe aber anders, und will, dafs 10löthiges Silber dazu genommen werde. Wie viel Stücke werden nun auf die Mark fein gehen? (Je feiner das Silber, desto weniger Stücke gehen auf die Mark fein.)

7 löth. : 10 löth. = 23ø St. : x (7

ind. 1ø : 7 x = 161 St.

7) Wenn von 10löthigem Silber 352 Stück auf eine Mark gehen, wie viel löthig wird das Silber seyn, wenn nur 320 Stück aus der Mark geprägt werden? (Je weniger Stücke aufs die Mark gehen, desto feiner ist das Silber.)

352 Stk. : 320 Stk. = 1ø löth. : x

ind. 32ø : 352

4) 88

8) 11 löthig. = x.

8) Ein Goldschmidt hat 18 Mark 14löthig Silber; er vermischt es mit Kupfer und erhält 21 Mark; wie fein wird das Silber nun seyn?

(Je mehr Zusatz unter das Silber kommt, desto weniger fein ist es.)

18 Mk. : 21 Mk. = 14 Lth. f. : x

ind. 21 : 18

$$x = \frac{18 \times 14}{21} = 12 \text{ Lth. f.}$$

9) Gesetzt aber, der Goldschmidt wollte wissen, wie viel Kupfer er zu den 18 Mark 14löthigen Silbers nehmen müsse, um 12löthiges Silber zu erhalten; so enthält die Aufgabe ebenfalls ein indirectes Verhältnifs, denn je weniger fein, desto mehr Zusatz ist erforderlich.

14 Lth. f. : 12 Lth. f. = 18 Mk. : x

ind. 12 : 14 — 3 (+ $\frac{1}{6}$

Exp. 1$\frac{1}{6}$ — x = 21 Mk.

Mit dem Zusatze würde er 21 Mk. Silber, von 12 Loth fein, erhalten; folglich zeigt der Ueberschufs 3, dafs dem 14löthigen Silber 3 Mk. Kupfer beigemischt werden dürfen.

§. 196.

Bei kaufmännischen Rechnungen findet die Regel de tri mit indirecten Verhältnissen öfters auch ihre Anwendung, besonders bei der Reduction der Münzen, Maase und Gewichte. Denn, wenn das Maas einer gewissen Sache kleiner ist, so wird es desto mehrere Male, ist es gröfser, so wird es desto wenigermal in der zu messenden Sache enthalten seyn. Da die Herren Kaufleute dergleichen Aufgaben am liebsten nach Procenten bestimmen, so darf man nur, wenn das Maas oder Gewicht des einen Handelsplatzes in das eines andern reduzirt werden soll, die Zahl 100 allemal in das dritte Glied, und das gegebene anderweitige Verhält-

nifs richtig, d. h. dem Sinne der Aufgabe gemäfs, in das erste und zweite Glied eintragen. Nach Anleitung der darüber vorhandenen Nachrichten*) weis man z. B., dafs die berliner Elle eine Länge von 296 ehemaliger franz. Linien, die leipziger Elle aber eine Länge von 250,6 solcher Linien enthält; es verhält sich daher die berliner zur leipziger Elle wie 296 : 250,6 oder in ganzen Zahlen wie 2960 : 2506; oder in kleinern Zahlen, wie 1480 : 1253. Um nun das Verhältnifs der beiden Ellenmaase nach Procenten zu bestimmen, (d. h. wie viel 100 Ellen des einen Maases in dem andern betragen) so fällt es wohl einem Jeden von selbst in die Augen, dafs die berliner Elle länger sey, als die leipziger, und dafs folglich hier ein indirectes Verhältnifs Statt finde. Die Berechnung ist folgende:

```
     1480 berl.  :  1253 leipz.  =  100 berl. E.
     ----------------------------
ind. 1253        -  148000  |  118 146/1253 leipz. E.
                 .  2270    |
                    ------
                    10170
                    10024
                    ------
                    146
```

Hiernach betragen also 100 berliner Ellen etwas über 118 leipziger Ellen, und man sagt, die berliner Elle ist circa 18 Procent länger, als die leipziger.

Mehreres s. im 5ten Abschnitt des zweiten Cursus.

*) Eine leichte und kurze Uebersicht derselben gewährt mein Tableau métrologique à l'usage des Financiers, Banquiers, Negocians, Marchands, Manufacturiers, Hommes d'état et des Voyageurs. Weimar, im H. S. priv. Landes-Industrie-Comptoir. 4 gr.

§. 197.

Uebungsbeispiele.

1) Zwei gleiche Kapitalien werden das eine zu 5 und das andere zu 6 Procent Zins ausgeliehen; wie lange muſs dieses ausstehn, damit es eben so viel einbringe, als jenes in 1 Jahr oder in 12 Monaten?

2) Jobst hat Konraden 1500 fl. auf 12 Monate ohne Interesse geliehen; wie stark muſs das Kapital seyn, das Konrad seinem Freunde zur Wiedererstattung auf 18 Monate unentgeltlich vorstrecken will?

3) Herr Braun will von Augsburg nach Frankfurt am Main reisen, und kann diese Reise in 9 Tagen vollenden, wenn er täglich 4 Meilen geht. Nun fragt sich's, wie viel Tage er zu dieser Reise nöthig habe, wenn er täglich 9 Meilen zurücklegt?

4) In einer bloquirten Festung liegen 10000 Mann, und haben auf 6 Monate Proviant; wie viel Mann können 15 Monate damit ausreichen?

5) Wenn 4 Personen eine Arbeit in 12 Stunden vollenden können; wie lange werden 6 Personen damit zubringen?

6) Sechs Zimmerleute können ein Gebäude in 12 Wochen zu Stande bringen, der Bauherr aber will es in 8 Wochen fertig haben; wie viel Zimmerleute muſs er noch annehmen?

7) Ein Feld, das in 8 Tagen mit 6 Pflügen bestellt werden kann, soll in 3 Tagen bestellt seyn; wie viel Pflüge werden dazu erfordert?

8) Vier Notenschreiber copiren ein Conzert in drei Tagen; wie lange werden deren 6 daran schreiben?

9) Wenn der Schneider zu einem Kleide 5 Ellen $\frac{9}{4}$ breites Tuch verlangt, wie viel Ellen werden dazu erfordert, wenn das Tuch $\frac{11}{4}$ breit liegt?

10) Von $\frac{10}{4}$ breitem Tuche braucht Herr Groſs zu seinem Rocke $5\frac{3}{4}$ Ellen; wie viel Ellen wird er von $\frac{8}{4}$ breitem Tuche brauchen?

11) M. reicht mit seinem Gelde, wenn er täglich 1 Rthlr. 15 Ggr. ausgibt, 18 Wochen: wenn er aber 26 Wochen damit reichen will, wie viel muſs er täglich weniger ausgeben?

12) Hr. Wild pachtet eine Wiese, und vermuthet 100 Zentner Heu zu bekommen, so daſs ihm der Zentner 12 Ggr. käme; nun erhält er nur 80 Zentn.; wie hoch kommt da der Zentner?

13) Ein Goldschmidt hat 20 Mark 16löthig Silber; wie viel Kupfer muſs er darunter mischen, um 12löthig Silber zu erhalten?

14) Wie viel betragen 30 rheinl. Fuſs nach nürnberger Maas, wenn die Verhältniſszahlen zwischen jenem und diesem 1391 : 1346 sind?

15) Wenn sich das hamburger Gewicht zu dem magdeburger verhält, wie 10085 : 9750; wie viel Procent ist das erstere schwerer?

16) Wenn der Scheffel Weizen 3 Rthlr. kostet, so wiegt eine 3 Pfennig-Semmel 4 Lth. $3\frac{1}{2}$ Qt.; wie viel muſs sie wiegen, wenn der Scheffel mit $3\frac{1}{4}$ Rthlr. bezahlt wird?

17) Wie viel Ellen Tapeten $\frac{4}{4}$ breit werden zur Bekleidung einer Wand erfordert, die mit 125 Ellen Leinwand à $\frac{5}{4}$ breit bezogen ist?

18) Ein Goldarbeiter hat 24 Mark 14löthiges Silber, und setzt 4 Mark Kupfer hinzu; wie fein wird das Silber nun seyn?

Funfzehnter Abschnitt.

Regula quinque.

§. 198.

Nicht alle Rechnungsaufgaben lassen sich, wie bisher gezeigt worden, vermittelst einer einzigen Proportion beantworten. Manche derselben enthalten so viele Verhältnisse, daſs man zwei, drei, und noch mehr zusammenhängende Regeldetri-Sätze bilden und berechnen muſs, um das aufgegebene Problem zu lösen. Dergleichen Aufgaben gehören in die zusammengesetzte Regel de tri, welche, nach der Anzahl der vorhandenen Glieder, wieder verschiedene Benennungen erhält, als Regel quinque, septem, novem, multiplex, Kettenrechnung u. s. w.

§. 199.

Die Regel quinque hat die Benennung von den 5 vorgelegten bekannten Sätzen oder Gliedern, zu welchen das sechste als Antwort auf die Frage gesucht wird. Die hieher gehörigen Aufgaben bestehen aus zwei geometrischen Pro-

portionen, die auf doppelte Art berechnet werden können, nämlich:

1) Als zwei besondere Regeldetri - Sätze, wo man erstlich zu den 3 zusammen gehörenden Gliedern das vierte sucht, dies gefundene 4te Glied hierauf mit den übrigen beiden in einen Proportionssatz bringt, und nun die Antwort auf die vorgelegte Frage findet. Allein da in solchen Aufgaben, bei genauer Untersuchung, immer zwei Hauptsachen mit zwei Nebenbestimmungen vergesellschaftet sind, so kann man

2) jede Hauptsache gleich mit ihrer Nebenbestimmung in eine Proportion setzen, jene (die Hauptsache) mit dieser (der Nebenbestimmung) multipliziren, und dann das 4te Glied nach der Regel de tri suchen. Durch dies Verfahren, welches der Regel quinque vorzüglich eigen ist, vermeidet man nicht nur gröſsere Weitläuftigkeit, sondern auch öfters beschwerliche Brüche.

Nur müssen die beiden Factoren, oder die Hauptsachen mit ihren Nebenbestimmungen, in jedem Gliede des ersten Verhältnisses, sich immer auf einander beziehen, als Ursachen und ihre Wirkungen; z. B. als Arbeiten und Zeiten, darin sie geschehen, als Kapitale und Interessen oder Zeiten, wie viel jene geben, und wie lange sie ausstehen. Uebrigens gilt auch hier die Regel:

Das erste Verhältniſs muſs an Benennung gleich seyn.

Ist z. B. im ersten Gliede von Reichsthalern und Monaten die Rede, so muſs auch das zweite Glied diese Benennungen erhalten.

Anmerk. In der kaufmännischen Arithmetik findet die Anwendung der Regula quinque ausschliefsend Statt: beim Discontiren der Wechsel, und bei Berechnung anderer Interessen, wenn nämlich die respectiven Procente nicht nur für ein Jahr überhaupt, sondern theils für einzelne Monate und Tage, theils für mehrere Jahre zu wissen verlangt werden. Auch in Oekonomie-Rechnungen wird die Regula quinque häufig angewendet, wozu ebenfalls einige Beispiele geliefert werden sollen.

§. 200.

Die zur Regel quinque gehörigen Aufgaben enthalten bisweilen directe, bisweilen indirecte Verhältnisse. Wir machen den Anfang mit erstern:

A. Regel quinque mit directen Verhältnissen.

Es sey folgende Aufgabe zu berechnen: Wie viel betragen die 7 monatlichen Zinsen von 2400 Rthlr. Kapital à 4 Procent? (der Ausdruck 4 Procent bedeutet, dafs von jedem Hundert — gleichviel ob es Thaler oder Gulden u. s. w. sind — 4 Rthlr. oder fl. u. s. w. Interesse gegeben werden. Mehreres von Procenten s. im 5. Abschn. des 2ten Cursus.)

Würde in der Aufgabe blofs zu wissen verlangt, wie viel die Zinsen von 2400 Rthlr. (nämlich in 1 Jahre) betrügen, so wäre die Berechnung durch einen leichten und einfachen Regeldetri-Satz folgende:

1ØØ Rthlr. Kap. : 24ØØ Rthlr. Kap. = 4 Rthlr. Zins. : x

(4

x = 96 Rthlr. Zinsen.

Allein nach der Aufgabe kann der Eigenthümer des Kapitals keinesweges 96 Rthlr. Zinsen verlangen, wenn er das Kapital schon nach Verlauf von 7 Monaten zurück erhält. Den Betrag der Zinsen in dieser kürzern Zeit erfährt man also durch eine zweite Proportion, in welche die in der Aufgabe enthaltenen Nebenbestimmungen kommen, nämlich:

12 Mon. : 7 Mon. = 96 Rthlr. Zins. : x
12) ———
8
——— (7
x = 56 Rthlr. Zins.

In Form eines Regulaquinque-Satzes wird die Berechnung der Aufgabe folgendermafsen geführt:

1~~00~~ Rthlr. Kap. :	~~24~~~~00~~ Rthlr. Kap.	} = 4 Rthlr. Zsn. : x	
1~~12~~ Mon. :	7 Mon.		
1	14		

——— (4
x = 56 Rthlr. Zins.

Man sieht hieraus, dafs sich hier die oben in der Regel de tri gezeigten Vortheile durch Hebungen ebenfalls anwenden lassen; und da die Hauptsachen mit ihren Nebenbestimmungen, als Factoren des Divisors und des Dividenden betrachtet werden können, so ist es auch erlaubt, die Hauptsache in dem einen Gliede gegen die Nebenbestimmung in dem andern Gliede zu abbreviren, oder zu heben. So liefsen sich hier 12 (Monate) im ersten Gliede gegen die übrigen 24 (Thaler) im zweiten Gliede aufheben; daraus entstand das erste Verhältnifs in den kleinsten Zahlen, nämlich 1 : 14.

Kommen aber Fälle vor, wo sich keiner dieser Factoren im ersten Gliede gegen einen der Factoren im zweiten Gliede, oder auch gegen die Zahl im dritten Gliede aufheben läſst, so muſs man die Factoren eines jeden Gliedes, noch vor der wirklichen Berechnung eines Proportionssatzes, mit einander multipliziren. Z. B.

Ein Kapital von 5581 Rthlr. wird in Braunschweig den 24sten Jänner, à $4\frac{1}{4}$ auf Hundert für's Jahr, auf Interessen ausgethan, und am 20sten Mai darauf, nebst den laufenden Zinsen, zurück gezahlt. Wie viel betragen die Zinsen?

Hier ist vorläufig zu bemerken, daſs man bei dergleichen Interesse- und Discontberechnungen das Jahr fast durchgängig nur zu 360 Tagen, jeden Monat aber zu 30 Tagen annimmt. Den Tag, an welchem das Kapital zurück gezahlt wird, rechnet man nicht mit. Die Summe der Tage findet man nun wie folgt:

23 Tage im Jänner von 30 Tagen abgez. bleiben	7 Tage.
Febr. März u. April à 30 Tage	90 -
Der 1ste bis 19. Mai	19 -
	116 Tage.

Die Berechnung der Aufgabe ist nun folgende:

$$\left.\begin{array}{lcl} 100 \text{ Rthlr. Kap.} & : & 5581 \text{ Rthlr. Kap.} \\ 360 \text{ Tage} & : & 116 \text{ Tage.} \end{array}\right\} = 4\tfrac{1}{4} \text{ Rtlr. Z.} : x$$

90 29

9000 50229

11162

161849

(4

647396

$80924\tfrac{1}{2}$ ($\tfrac{1}{2}$

9|000: $728|320\tfrac{1}{2}|$ 80 Rthlr.

8320

24

33292

1664

9|000: 199|692| 22 Gr.

19

1692×12

3384

20|304 | $2\tfrac{32}{125}$ Pf.

$$\frac{2304}{9000}\Big|\frac{576}{2250}\Big|\frac{64}{250}\Big|\frac{32}{125}$$

(4, 9, 2)

Hier liefs sich nichts gegenseitig abbreviren, als 360 und 116 durch 4. Solcher Fälle aber sind immer weniger gegen diejenigen, wo mehrere Hebungen Statt finden.

§. 201.

Was betragen in Hamburg die Zinsen für 3 Jahre und 9 Monate, von 36240 Mark à $3\tfrac{3}{4}$ Procent?

In zwei besonderen Regeldetri - Sätzen ist die Berechnung, wie hier folgt:

a) 10ø Mk. Kap. : 3624ø Mk. Kap. = $3\frac{3}{4}$ Mk. Z. : x

(4 $4 \div \frac{1}{4}$

14496

906 ($\div \frac{1}{4}$

x = 1359ø Mk.

b) 1 Jahr : 3 Jahr 9 Mon. = 1359 Mk. Z. : x

12 Mon. : 45 Mon. 6795

3) 4 : 15 20385

4) x = $5096\frac{1}{4}$ Mk. Z.

Die Regel quinque aber, welche die Hauptsachen (die Kapitalien) gleich mit den Nebenbestimmungen (den Zeiten, in welchen jene ausstehen) verbindet, berechnet diese Aufgabe also:

2100 Mk. : 151 36240 Mk.
12 Mon. : 945 Mon. } = $3\frac{3}{4}$ Mk. Z. : x

1 : $151 \times 9 \times 3\frac{3}{4}$

1359

(4

5436 ($\div \frac{1}{4}$

$339\frac{3}{4}$

x = $5096\frac{1}{4}$ Mk.

Hier lassen sich die Zahlen im ersten Gliede gegen die im zweiten ganz aufheben, nämlich indem man 100 : 36240 durch 10 dividirt, oder von beiden Zahlen eine Null abschneidet; dann 10 : 45 durch 5 dividirt = 2 : 9; ferner 2 × 12 : 3624 = 1 : 151. Folglich enthält das erste Glied 1, und das zweite 9 × 151 = 1359; dies Product mit dem dritten Gliede ($3\frac{3}{4}$ oder $4 \div \frac{1}{4}$) multiplizirt, gibt zur Antwort 5096 Mk. 4 Schill. Zinsen.

Wer dergleichen Aufgaben bloſs durch die Regel de tri berechnen will, der kann und wird

sich viele Mühe sparen, wenn er die völlige Berechnung bis ins letzte Glied der zweiten Proportion verschiebt, nämlich also:

$$100\text{ Mk.} : 36240\text{ Mk.} = 3\tfrac{3}{4}\text{ Mk.} : x$$
$$12\text{ M} : 45\text{ M.} = x : \frac{36240 \times 45 \times 3\tfrac{3}{4}}{100 \times 12}$$

Das Schlufsglied der zweiten Proportion enthält die fünf vorgelegten Sätze, von welchen diese Regel ihren Namen hat, und stellt zugleich das noch nicht berechnete Resultat dar. Es ist ein Bruch, dessen Zähler und Nenner aus mehreren Factoren besteht, die man dann ebenfalls gegen einander heben kann, wie bereits oben geschehen. Hieraus läfst sich dann auch der Ansatz, wie ihn die Kette ordnet,

? Mk. Zins.	36240 Mk. Kap.
100 Mk. Kap.	45 Mon.
12 Mon.	$3\frac{3}{4}$ Mk. Z.

leicht erklären, denn die Kolonne rechter Hand enthält die Factoren des Zählers, oder des Multiplicators, und in der Kolonne linker Hand befinden sich die Factoren des Nenners, oder des Divisors. (Hiervon im folgenden Abschnitte ein Mehreres.)

§. 202.

Enthält das erste Verhältnifs Brüche, so werden dieselben, noch vor dem Aufheben der Zahlen gegen einander, eingerichtet, und die resp. Nenner, um das nöthige Gleichverhältnifs wieder herzustellen, dem andern Gliede gegeben. Z. B.

A. in Gotha hat einen Wechsel von 629 Rthlr. 8 Gr., der aber erst in $2\frac{1}{2}$ Monat zahlbar

ist; er geht, um baares Geld zu erhalten, zu M., welcher ihm den Wechsel mit $6\frac{1}{4}$ Procent discontirt und bezahlt. Wie viel beträgt der Discont? und wie viel wird er für die Valuta des Wechsels erhalten? Die Berechnung ist diese:

1888 ~~4~~~~7~~~~2~~ 59
~~4~~ ~~1~~ ~~0~~ ~~0~~ Rthlr. : ~~6~~~~2~~~~9~~$\frac{1}{3}$ Rthlr. } = $6\frac{1}{4}$ Rthlr. Z. : x
12 M. : 5 ~~2~~$\frac{1}{2}$ M. }
3~~4~~~~2~~ ~~2~~~~5~~ 1

3 × 12 : 59 × 5

36 295 | 8 Rthlr.
288

7 × 24

168 | 4 Gr.
144

24 × 12

288 | 8 Pf.
288

x = 8 Rthlr. 4 Gr. 8 Pf. oder so viel beträgt der Discont; diesen von der Wechselvaluta 629 Rthlr. 8 Gr.
abgezogen 8 - 4 - 8 Pf.
so bleiben 621 Rthlr. 3 Gr. 4 Pf.

welche A. von M. zu erhalten hat.

Ein anderes Beispiel sey folgendes:

Der Kaufmann C. wird mit dem Fuhrmann E. einig, daſs dieser ihm $41\frac{1}{4}$ Zentn. Waare für 66 fl. $12\frac{1}{2}$ Meilen weit fahre; wenn nun C. den E. unter den nämlichen Bedingungen $62\frac{1}{2}$ Zentn. 30 Meilen weit fahren läſst, wie viel wird er dafür zu zahlen haben?

Berechnung:

$$\left.\begin{array}{llll} 33\ 165\ 41\frac{1}{4} & \text{Zentn.} & : & 5\ 125\ 62\frac{1}{2}\ \text{Zentn.} \\ 25\ 12\frac{1}{2} & \text{Meil.} & & 30\ \text{Meil.} \\ 2 & & & 24 \end{array}\right\} = \begin{array}{l} 66\ \text{fl.} \\ 2 \end{array}$$

$$1 \quad : \quad 4 \times 30 \times 2\ \text{fl.}$$

$$x = 240\ \text{fl.}$$

Was die Hebungen betrifft, so wurden in beiden letzteren Beispielen zuförderst die gemischten Brüche eingerichtet, und die Nenner im zweiten und dritten Gliede ins erste, die Nenner des ersten Gliedes aber ins zweite übergetragen; dann wurden im letzteren Beispiele 25 : 125 durch 25 dividirt; daraus entstand 1 : 5; ferner 165 : 5 durch 5 = 33 : 1, und endlich 33 im ersten gegen 66 im dritten Gliede.

§. 203.

Es folgen nun noch einige Beispiele aus dem gemeinen Leben, die keiner weitern Erklärung nöthig haben werden.

1) Wenn 5 Arbeiter in 6 Tagen $6\frac{1}{4}$ Rthlr. Lohn erhalten; wie viel werden hiernach 12 Arbeiter in 20 Tagen bekommen?

$$\left.\begin{array}{llll} 5\ \text{Arb.} & : & 2\ 12\ \text{Arb.} \\ 6\ \text{Tg.} & : & 4\ 20\ \text{Tg.} \end{array}\right\} = 6\tfrac{1}{4}\ \text{Rthlr.} \ : \ x$$

$$1 \quad : \quad 8 \times 6\tfrac{1}{4} = 50\ \text{Rthlr.}$$

2) Ein Leinweber verspricht aus 16 Pfd. Garn ein Stück Leinwand zu verfertigen, das 72 Ellen lang und $1\frac{3}{8}$ Ellen breit seyn soll; wie viel Garn wird derselbe nöthig haben zu einem Stücke Leinwand, von 143 Ellen Länge und $1\frac{1}{2}$ Ellen Breite?

$$\left.\begin{array}{llll} 3\,\cancel{7}\,\cancel{2} \text{ Ell. L.} & : & 13\,\cancel{1}\,\cancel{4}\,\cancel{3} \text{ Ell. L.} \\ 1\,\cancel{1}\,\cancel{1}\,\cancel{1}\tfrac{3}{8} \text{ Ell. Br.} & : & \cancel{3}\,\cancel{1}\tfrac{1}{2} \text{ Ell. Br.} \end{array}\right\} = \underset{8}{\cancel{1}\,\cancel{6}} \text{ Pfd.} : x$$

$$\begin{array}{ccc} \cancel{2} & & \cancel{8} \\ \hline 3 & : & 13 \times 8 \\ & & \overline{104} \\ & & 3)\overline{} \\ & x = & 34\tfrac{2}{3} \text{ Pfd.} \end{array}$$

3) Ein Landmann bei Hildesheim verkauft ein Stück Acker, welches $11\frac{1}{4}$ Ruthen lang und $3\frac{1}{3}$ Ruthen breit ist, für $72\frac{1}{2}$ Rthlr.; wie viel würde hiernach ein Acker von gleicher Güte werth seyn, welcher 36 Ruthen lang und 5 Ruthen breit wäre?

$$\left.\begin{array}{llll} \cancel{9}\,\cancel{45}\,\cancel{1}\,\cancel{1}\tfrac{1}{4} \text{ R. l.} & : & 4\,\cancel{3}\,\cancel{6} \text{ R. l.} \\ 10\,\cancel{3}\tfrac{1}{3} \text{ R. br.} & : & \cancel{5} \text{ R. br.} \end{array}\right\} = 72\tfrac{1}{2} \text{ Rthlr.} : x$$

$$\begin{array}{ccc} & & 4 \cdot 3 \\ \hline 10 & : & 4 \times 4 \times 3 \times 72\tfrac{1}{2} \\ & x = & 348 \text{ Rthlr.} \end{array}$$

4) 1200 fl. Kapital tragen in $12\frac{1}{2}$ Jahren 600 fl. Zinsen; wie viel Procente beträgt dies jährlich?

$$\left.\begin{array}{llll} \cancel{2}\,\cancel{1}\,\cancel{2}\,\cancel{0}\,\cancel{0} \text{ fl.} & : & 4\,\cancel{1}\,\cancel{0}\,\cancel{0} \text{ fl.} \\ 1\,\cancel{2}\,\cancel{5}\,\cancel{1}\,\cancel{2}\tfrac{1}{2} \text{ J.} & : & 1 \text{ J.} \end{array}\right\} = \cancel{6}\,\cancel{0}\,\cancel{0} \text{ fl. Z.} : x$$

$$\begin{array}{ccc} & & \cancel{2} \\ \hline 1 & : & 4 = 4 \text{ fl.} \end{array}$$

§. 204.

Uebungsbeispiele.

1) Wenn 4 Arbeiter in 6 Wochen 48 Rthlr. Lohn erhalten, was werden 16 Arbeiter in 9 Wochen bekommen?

2) Ein Stück Tuch, 12 Ellen lang und $\frac{5}{4}$ breit, kostet 36 Rthlr, was ist ein anderes von derselben Güte werth, welches $32\frac{1}{4}$ Ellen lang und $\frac{10}{4}$ breit ist?

3) Aus 18 Pfd. Garn sind $40\frac{1}{2}$ Ellen Leinwand zu $1\frac{1}{4}$ Elle breit gewebt worden; wie viel Pfund Garn von gleicher Güte gehören hiernach zu 125 Ellen, wenn die Leinwand $1\frac{1}{2}$ Elle breit werden soll?

4) Auf ein Stück Land von 4 Quadratruthen können $7\frac{1}{2}$ Metzen Getraide gesäet werden; wie viel Getraide wird erfordert zu 48 Ruthen lang und $6\frac{1}{2}$ Ruthen breit?

5) Wie viel preussische Thalerstück können aus 84 Mark feinem Silber geprägt werden; wenn aus der Mark 12löthigem Silber $10\frac{1}{2}$ solcher Thaler ausgemünzt werden?

6) Eine Mark Gold zu $21\frac{1}{2}$ Karat fein, wird zu 35 Stück Friedrichsd'or ausgeprägt; wie viel Stück Fr.d'or können demnach aus einer Goldstange von $5\frac{3}{8}$ Mark à 20 Karat fein ausgeprägt werden?

7) *Augsburg.* Ein Kapital von 8975 rfl. wird am 1sten Mai auf Zinsen à $4\frac{1}{2}$ Procent ausgeliehen, und am 16ten December nebst den laufenden Zinsen zurückgezahlt. Wie viel beträgt das Kapital nebst den Zinsen?

8) *Nürnberg.* 13240 rfl. Current werden am 21sten Jänner 1811 à $3\frac{3}{4}$ Procent auf Interessen ausgethan, und am 15ten März 1812 nebst den laufenden Zinsen wieder zurückgezahlt. Wie viel betragen die Interessen?

9) *Leipzig.* Ein Wechsel von 2951 Rthlr. 18 Gr. in Ld'or à 5 Rthlr., zahlbar den 31sten December, wird den 17ten October mit 6 Procent discontirt. Wie viel beträgt a) der Discont? und b) wie viel die baare Zahlung?

10) *Braunschweig.* Am 2ten April wird ein Wechsel von $1912\frac{1}{2}$ Rthlr. Conv. Curr., der

den 22sten August zahlbar ist, mit $5\frac{1}{2}$ Procent discontirt. Wie viel beträgt die baare Zahlung?

B. Regula quinque, mit indirecten Verhältnissen.

§. 205.

In die Regel quinque mit indirecten Verhältnissen gehören diejenigen Aufgaben, bei welchen man einsieht, daſs von zwei gleichnamigen Gröſsen oder Zahlen, die gröſsere weniger und die kleinere mehr geben oder hervorbringen soll; oder bei welchen man (§. 191) sagen kann: je mehr hier, desto weniger dort, und umgekehrt. Um sich nun bei der Berechnung nicht zu irren, so muſs man vorher untersuchen, ob die vorgelegten bekannten Verhältnisse direct oder ob sie indirect sind. Bei dieser Untersuchung leistet die oben §. 192. mitgetheilte Anweisung, beim zweiten Gliede sich die Frage vorzulegen: wenn es noch einmal so groſs wäre u. s. w. sehr gute Dienste. Oefters ist nur ein Verhältniſs, bisweilen aber sind beide Verhältnisse indirect. Z. B.

Wenn 100 Rthlr. Kapital in 1 Jahr 5 Rthlr. Interessen geben, wie lange müſsten 2640 Rthlr. ausstehen, um 330 Rthlr. Zinsen zu bringen?

Würde man diese Aufgabe mechanisch ansetzen und berechnen, so käme ein ganz falsches Resultat mit $1742\frac{2}{5}$ Jahren heraus, nämlich:

100 Rthlr. K.	:	2640 Rthl. K.	= 1 Jahr : x
5 Rthlr. Z.	:	330 Rthlr. Z.	
5	:	8712 = $1742\frac{2}{5}$ J.	

Allein jeder Anfänger im Rechnen würde sogleich sagen, daſs dies schlechterdings un-

möglich sey; denn schon bei einigem Nachdenken zeigt sich, daſs je gröſser das Kapital sey, desto kürzere Zeit dazu gehöre, um 330 Rthlr. Zinsen zu erhalten. 100 Rthlr. Kapital zu 5 Rthlr. Zinsen würde, nach folgendem Proportionssatze

5 Rthlr. Z. : 330 Rthlr. Z. = 1 J. : x

erst 66 Jahre erfordern, um die verlangten Zinsen zu bekommen; ein Kapital aber, das $26\frac{2}{5}$mal gröſser ist, wird und muſs also auch $26\frac{2}{5}$mal weniger Zeit dazu brauchen. Wenden wir daher in der obigen Aufgabe das Verhältniſs der Kapitalien um, und setzen 2640 : 100, so wird das richtige Resultat zum Vorschein kommen. Das Verhältniſs der Zinsen ist direct, denn je mehr Zinsen ein Kapital geben soll, desto längere Zeit muſs es ausstehen. Die Berechnung der Aufgabe ist folgende:

$$\left.\begin{array}{l} 4\ \cancel{1}\cancel{2}\ \cancel{2}\cancel{4}\ \cancel{2}\cancel{6}\cancel{4}\cancel{0}\ \text{Rthlr. K.} : 10\cancel{2}\cancel{0}\ \cancel{1}\cancel{0}\cancel{0}\ \text{Rthlr. K.} \\ \qquad\qquad \cancel{5}\ \text{Rthlr. Z.} : \quad \cancel{3}\ \cancel{3}\cancel{3}\cancel{0}\ \text{Rthlr. Z.} \end{array}\right\} = 1\ \text{J.} : x$$

$$\overline{4 \quad : \quad 10 = 2\tfrac{1}{2}\ \text{Jahr.}}$$

Daſs dieses das richtige Facit sey, kann man durch folgende Proberechnung darthun:

$$1\cancel{0}\cancel{0}\ \text{Rthlr. K.} : 2640\ \text{Rthlr. K.} = 5\ \text{Rthlr. Z.} : x$$

$$\begin{array}{l} \underline{\qquad 2640 \qquad}(5 \\ \quad 132\cancel{0}\cancel{0} \end{array}$$

$$1\ \text{Jahr} : 2\tfrac{1}{2}\ \text{Jahr} = 132\ \text{Rthlr. Z.}$$

$$\begin{array}{l} \underline{\qquad\qquad}(2 \\ 264 \\ 66 \quad (+\tfrac{1}{2} \\ \hline \end{array}$$

$$x = 330\ \text{Rthlr. Z.}$$

Oder durch die Regel quinque:

$$\left.\begin{array}{l} \cancel{2}\ \cancel{1}\cancel{0}\cancel{0}\ \text{Rthlr. K.} : 66\ \cancel{2}\cancel{6}\cancel{4}\cancel{0}\ \text{Rthlr. K.} \\ \quad 1\ \text{J.} \quad : \qquad \cancel{5}\ \cancel{2}\tfrac{1}{2}\ \text{J.} \\ \quad \cancel{2} \end{array}\right\} = 5\ \text{Rthlr. Z.} : x$$

$$\overline{1 \quad : \quad 66 \times 5 = 330\ \text{Rthlr. Z.}}$$

§. 206.

A. accordirt mit dem Fuhrmann B. 96 Rthlr. für 60 Zentn. auf 24 Meilen; wie weit wird nun B. die unter dieser Bedingung ihm übergebenen 90 Zentn. für 120 Rthlr. fahren?

Hier schliefst der Fuhrmann also: je mehr Fracht mir aufgeladen wird, desto wenigere Meilen kann ich dieselbe für den bedungenen Lohn fahren; je mehr mir aber bezahlt wird, desto weiter werde ich die Waare schaffen. Statt also zu setzen 60 Zentn. : 90 kehren wir dies Verhältnifs um:

~~3~~ ~~90~~ Zentn.	:	2~~60~~ Zentn.	} = ~~24~~ M. : x	
~~4~~ ~~96~~ Rthlr.	:	10 ~~120~~ Rthlr.		
~~1~~	:	20 x	=	20 Meilen.

G. hat zwei Kapitalien ausgeliehen, das eine von 9000 fl. zu 5 Procent, das andere von 15000 fl. zu 4 Procent. Wie lange mufs letzteres ausstehen, dafs es eben so viel Zinsen bringe, als das erste in 10 Jahren?

In dieser Aufgabe müssen beide Verhältnisse umgekehrt werden, je gröfser das Kapital, desto weniger an Zeit, und je geringer die Zinsen, desto mehr an Zeit.

~~3~~ ~~15000~~ fl. K.	:	3 ~~9000~~ fl. K.	} = 10 J. : x
4 fl. Z.	:	~~5~~ fl. Z.	
4	:	3 × 10 = 4 : 30 = $7\frac{1}{2}$ Jahr.	

In einer Mühle konnten 85 Scheffel auf 8 Mahlgängen in $1\frac{1}{2}$ Tagen gemahlen werden; es wurden aber 5 Gänge davon unbrauchbar, und sollten doch $148\frac{3}{4}$ Scheffel so bald als nur möglich geliefert werden. In wie viel Tagen konnte dies geschehen?

Je weniger Mahlgänge, desto mehr Zeit; je mehr Scheffel, desto mehr Zeit.

3 Mg.	:	8 Mg.	} = $1\frac{1}{2}$ T.	
85 Scheff.	:	$148\frac{3}{4}$ Scheff.		3
4 · 2		595		
85	:	595 = 7 Tage.		

§. 207. a)

Uebungsbeispiele.

1) Der Fuhrmann K. verlangt für den Zentner auf jede Meile 12 Kreuzer; wie viel Zentner wird derselbe für 128 fl. 16 Meilen weit fahren?

2) Wenn 100 Rthlr. Kapital jährlich mit $5\frac{1}{2}$ Rthlr. verzinset werden; wie groſs ist das Kapital gewesen, von welchem die Zinsen in $4\frac{1}{2}$ Jahren 1584 Rthlr. betragen haben?

3) Ein Kapital zu 4 Procent hat in 5 Jahren $125\frac{1}{2}$ Thaler Zinsen gebracht; wie groſs ist das Kapital gewesen?

4) Ein Weber verfertigt aus 24 Pfd. Garn 1 Stück Leinwand, das 72 Ellen lang und $\frac{6}{4}$ breit ist; wie viel Ellen Länge zu $\frac{5}{4}$ breit kann derselbe von 40 Pfd. Garn liefern?

5) Wie viel Leinwand zu $\frac{5}{4}$ breit kann aus 45 Pfd. Garn verfertigt werden; wenn man aus 8 Pfd. Garn 32 Ellen $\frac{6}{4}$ breite Leinwand erhalten hat?

6) Ein Arbeiter erhält bei B. täglich 7 Gr. Lohn, wie viel Arbeiter kann derselbe in 12 Tagen für $52\frac{1}{2}$ Rthlr. annehmen?

7) Als in Gotha das Viertel Korn 1 Rthlr. 12 Gr. galt, wog 1 Groschenbrod 30 Loth; wie viel müſste hiernach ein Brod für 4 Gr. wiegen, wenn das Viertel nur 1 Rthlr. 2 Gr. gilt?

8) Wenn zu einem Tischzeuche, das $42\frac{1}{2}$ Elle lang und $\frac{6}{4}$ breit ist, $24\frac{3}{4}$ Pfd. Garn erfordert wurden; wie lang kann ein anderes Stück werden, dessen Breite $1\frac{7}{8}$ Ellen betragen, und wozu $70\frac{1}{2}$ Pfd. Garn gegeben werden sollen?

9) Ein Buch in Octav von 54 Bogen soll neu aufgelegt, aber mit kleineren Lettern gedruckt werden; vorher enthielt jede Seite 32 Zeilen und auf jeder Zeile 40 Buchstaben, bei der neuen Auflage aber soll die Seite 40 Zeilen zu 54 Buchstaben enthalten; wie viel Bogen stark wird das Buch nun werden?

10) Auf einem Acker von 15 Ruthen Länge und 8 Ruthen Breite können 18 Pfund Saamen ausgesäet werden; man will aber von dem nämlichen Saamen 108 Pfund in einer Breite von 12 Ruthen aussäen, wie groſs muſs da die Länge seyn?

11) Die Mark 12löthig Silber ist mit $10\frac{1}{2}$ Rthlr. preuſs. Curr. bedungen und 42 Mark Silber für $514\frac{1}{2}$ Rthlr. gekauft worden; wie fein war letzteres?

12) Ein Bote, welcher in 2 Stunden $1\frac{1}{2}$ Meilen geht, kann von A. bis Z. in 16 Stunden kommen; ein anderer aber will in 3 Stunden $2\frac{1}{4}$ Meilen machen, wie viel Zeit braucht dieser dazu?

§. 207. b)

Uebungsbeispiele

zur Regel quinque mit directen und indirecten Verhältnissen.

1) 20 Männer können in 36 Tagen eine Schanze aufwerfen, wenn sie täglich 10 Stunden lang arbeiten; wie viel Stunden müssen 30 Män-

ner täglich arbeiten, wenn sie gedachte Schanze in 16 Tagen vollenden wollen?

2) A. hat von 1185 Rthlr. auf 5 Jahre zu 4 Procent die Zinsen zu fordern; wie viel betragen dieselben?

3) Ein Bäcker will mit 210 Scheffeln in Zeit von 7 Tagen fertig seyn, wie viel Mahlgänge braucht er dazu, wenn er in einem Tage auf 2 Mahlgängen 20 Scheffel mahlen kann?

4) Mad. G. brauchte zu 36 Ellen Leinwand von $\frac{6}{4}$ breit 12 Pfund Garn; wie viel Garn wird sie zu 90 Ellen, und zwar zu $\frac{5}{4}$ breit, nöthig haben?

5) Aus 20 Gebind Garn zu 40 Fäden erhält dieselbe 1 Elle $\frac{5}{4}$ breite Leinwand; wie viel Ellen von derselben Breite wird sie aus 480 Gebinden zu 48 Fäden erhalten?

6) Wenn der Scheffel Roggen in Magdeburg $2\frac{1}{2}$ Rthlr. kostet, so wiegt ein 2 Groschenbrod 2 Pfund 6 Loth; wie viel muſs ein 3 Groschenbrod wiegen, wenn der Scheffel mit 3 Rthlr. bezahlt wird?

7) Von 850 Rthlr. betragen die Zinsen in $8\frac{1}{3}$ Monat 23 Rthlr. 14 Gr. 8 Pf.; zu wie viel Procent ist das Kapital ausgeliehen?

8) Ein Fuhrmann verlangt 16 Rthlr. für 18 Zentner 16 Meilen weit zu fahren; wie viel Zentner kann er für 12 Rthlr aufnehmen, wenn er sie nur 15 Meilen weit fahren soll?

9) Wie viel Zinsen erhält F. in Leipzig von 2350 Rthlr. zu $4\frac{1}{2}$ Procent in $18\frac{2}{3}$ Monaten?

10) Ein Fuſsboden, welcher mit Fliesen ausgelegt war, enthielt in der Länge 35 und in

der Breite 25 Stück, und zwar 1 Fuſs 4 Zoll lang und breit; nun soll derselbe mit neuen Flieſsen belegt werden, die 1 Fuſs 8 Zoll lang und breit sind, wie viel sind deren dazu nöthig?

1.48

Sechszehnter Abschnitt.

Kettenregel.

§. 208.

Schon die Benennung Kettenregel (franz. *Régle conjointe*, ital. *Regola congionta*) deutet sehr passend auf eine der wesentlichsten Eigenschaften der gedachten Rechnungsart, denn sie ist in der That eine wahre Verkettung oder Verbindung mehrerer einfachen Regeldetri - Sätze in einen einzigen Rechnungs - Satz, welcher letztere daher den Namen Kettensatz führt, und jedesmal zwei perpendiculär laufende Kolonnen bildet. *)

*) Diese Rechnungsart heiſst auch reesische Regel oder Reesischer Kettensatz, und zwar aus folgenden Gründen: Ein Holländer, Namens van rees, hatte in einem Rechenbuche mit vielen Beispielen Belehrungen gegeben, wie die Gröſsen, welche in den Dividenden, und die, welche in den Divisor gehören, zusammen zu setzen, und wie alsdann durch Hebungen der Quotient am bequemsten zu finden wäre. Das Buch kam in der ersten Hälfte des vorigen Jahrhunderts in holländischer Sprache heraus, und wurde hierauf ins

Es gibt Aufgaben, welche aufser den Hauptsachen bisweilen so viele Nebenbestimmungen enthalten, dafs man die Regel de tri wohl 4 bis 6 und mehrere Male anwenden müfste, um zu der verlangten Antwort zu gelangen. In solchen Fällen thut dann diese Regel, wenn sich besonders die Zahlen der einen Kolonne gegen die Zahlen in der andern leicht heben lassen, vortreffliche Dienste. Man kann zwar diese Regel auf eine jede Regeldetri - Aufgabe anwenden; allein am vortheilhaftesten ist sie zu gebrauchen: bei allen Aufgaben, wo die Fragezahl ein versteckter Satz ist, bei Berechnungen des Pari, bei Curs- und Discontoberechnungen, Münz - und Wechselreductionen, wenn besonders der Betrag einer schlechtern Sorte in der bessern zu berechnen ist; bei Waarenberech-

Teutsche übersetzt. Durch ein besonderes Geschick gerieth es, als ein vorzügliches Werk, in Aufnahme, und Viele liefsen sich überreden, es enthielte die ausgesuchtesten Vorschriften, welche nirgend anderswo so vorkämen, um kurz und schnell rechnen zu lernen. Mehrere geschickte Arithmetiker gaben sich Mühe, dem Publicum diesen Wahn zu benehmen, und bewiesen auf's deutlichste, dafs weder die Gründe des reesischen Verfahrens etwas Neues enthielten, noch dafs dessen mechanisches Benehmen, mit zusammengesetzten Zahlen (bei gemeinschaftlichen Factoren) schicklich umzugehen, als eine neue Erfindung angesehen werden dürfe. Allein das Vorurtheil hatte obgesiegt, und man trug sich (zumal in der merkantilischen Welt) immer noch mit dem Glauben, man müsse nach Reesen's Manier die Sätze stellen, und dessen Combinationen und Hebungsweisen sich genau bekannt machen, wenn man den Namen eines geschickten Rechners verdienen wolle. In den neuesten Zeiten aber fängt man wieder an, die Vorzüge der Regel de tri zu erkennen, ohne die der Kettenregel zu vergessen.

nungen, bei einem *Conto finto* und dergleichen Calculaturen.

§. 209.

Bei der Kettenregel hat man hauptsächlich auf folgende zwei Puncte zu sehen: 1. auf *den Ansatz*, und 2. auf *die Ausarbeitung*.

Was den Ansatz oder die Formirung des Kettensatzes betrifft, so macht die Fragezahl gewöhnlich den Anfang in der Kolonne rechter Hand. Dann folgen in perpendiculärer Fortschreitung auf beiden Seiten die übrigen gegebenen Verhältnisse, so daſs sich das folgende immer auf das nächst vorhergehende bezieht, oder daſs von der einen Kolonne nach der andern herüber Benennungen an Benennungen gleichsam angekettet werden, bis endlich im letzten Gliede (der zweiten Kolonne) diejenige Benennung zum Vorschein kommt, in welcher man die Antwort auf die vorliegende Frage zu wissen begehrt. Z. B.

Wie viel Stüver holl. Current wird 1 Dukaten aus Breslau in Amsterdam kommen, wenn derselbe in Breslau 96 Sgr. gilt, und 30 Sgr. 1 Rthlr. betragen, wenn 152 Rthlr. 300 Mark Banco in Hamburg gelten, und 2 Mark Banco 35 Stüver Bco. in Amsterdam, und 100 Stüver Banco (oder fl. Bco.) 104 Stüver (oder fl.) Current betragen? Diese aus 4 Proportionssätzen bestehende Aufgabe wird, nach der obigen Anweisung, also angesetzt:

x Stvr. holl. Cur.	1 Duk.
1 Duk.	96 Sgr.
30 Sgr.	1 Rthlr.
152 Rthlr.	300 Mk. Bco.
2 Mk. Bco.	35 Stvr. Bco.
100 Stvr. Bco.	104 Stvr. Cur.

In die Kolonne linker Hand setzt man gleich den Namen derjenigen Sorte, in welcher man die Antwort verlangt, und bezeichnet dieselbe, als eine noch unbekannte Zahl, durch ein lateinisches x, welches ich dem Fragezeichen (?) vorziehe, weil dies von Manchem in der Eile für eine 2 könnte angesehen und berechnet werden.

Bisweilen sind aber in einer Aufgabe nicht alle erforderlichen Verhältnisse so deutlich angegeben, daſs sich immer das eine Glied der linken Kolonne auf das vorhergehende Glied in der rechten Kolonne bezieht. In diesem Falle muſs man die fehlenden Verhältnisse theils aus den bekannten Eintheilungen der Münzen, Gewichte und Maase, theils aus bekannten Wechselcursen und festen Mittelverhältnissen ergänzen. Als Beweis diene folgende, aus der einfachen Regel de tri hergenommene Aufgabe.

Wenn das Loth Pfeffer für 7 Pf. verkauft wird, wie theuer (oder wie viel Thaler) kommen dann 100 Pfunde?

x Rthlr.	100 Pfd.
1 Pfd.	32 Lth.
1 Lth.	7 Pf.
12 Pf.	1 Ggr.
24 Ggr.	1 Rthlr.

Da sich aber die Benennungen der einzelnen Glieder der linken Kolonne immer auf die Benennungen der vorhergehenden Glieder der rechten Kolonne beziehen, so läſst man gewöhnlich die Namen der Glieder zur Linken ganz weg. Folglich erscheinen die vorigen beiden Beispiele in nachstehender Form des kaufmännischen Ansatzes:

1) x Stvr. holl. C.	1 Duk.	2) x Rthlr.	100 Pfd.
1	96 Sgr.	1	32 Lth.
30	1 Rthlr.	1	7 Pf.
152	300 Mk. Bco.	12	1 Ggr.
2	35 Stvr. Bco.	24	1 Rthlr.
100	104 Stvr. Curr.		

§. 210.

Ist ein Kettensatz auf diese Art richtig formirt, so geht man hierauf an dessen Ausarbeitung und Berechnung. Zuförderst richte man die gemischten Brüche ein, und werfe die Nenner derselben in die gegenüber stehende Kolonne, oder man suche sie in derselben Kolonne in einer andern Zahl aufzuheben, wodurch man das durch die Multiplication mit dem Nenner gestörte Verhältniſs wieder herstellt. Bei ächten Brüchen durchstreicht man bloſs den Nenner, und schreibt ihn gegenüber oder unter das letztere Glied der andern Kolonne. Kommen aber in einem der gegebenen Glieder verschiedene Sorten vor, so reducirt man entweder die niedere in einen Bruch der höheren Sorte, oder man verwandelt die höhere in die kleinere ihr correspondirende Sorte.

Nun streicht man die gleichen Zahlen in beiden Kolonnen gegen einander aus, oder man sucht wenigstens die Zahlen der einen gegen die Zahlen der andern durch erwählte Divisoren zu heben oder zu abbreviren.

Die in jeder Kolonne eines solchen Schlachtfeldes stehen gebliebenen Zahlen — um die gefallenen bekümmert man sich nicht mehr — werden dann mit einander multiplizirt, und endlich wird das Product der zweiten Kolonne durch das Product der ersten Kolonne dividirt. Der hier-

durch gefundene Quotient gibt die verlangte Antwort. Die Berechnung der obigen beiden Aufgaben ist folgende:

2)	x Stvr. holl. Curr.	1 Duk.
	1	12 ~~96~~ Sgr.
	~~30~~	1 Rthlr.
	19 ~~152~~	~~300~~ Mk. Bco.
	~~2~~	7 ~~35~~ Stvr. Bco.
	~~2~~ ~~100~~	26 ~~104~~ Stvr. Curr.
	19 :	26 × 7 × 12

26 × 7 = 182 (7)

182 × 12 = 2184 (12)

2184 | 114 $\frac{18}{19}$ oder 115 Stvr. ca.
28
94
76
—
18

Hier wurde zuerst 30 und eine Null von 100 gegen 300 aufgehoben, dann die übrige 10 gegen 35 durch 5 abbrevirt, ferner die beiden 2 zur Linken gegen 104 zur Rechten, und endlich 152 gegen 96 durch 8. Die stehen gebliebenen Factoren, die sich nicht weiter abbreviren lassen, sind zur Linken 19 und zur Rechten 26 . 7 . 12, deren fernere Berechnung deutlich zu ersehen ist.

2) x Rthlr.	100 Pfd.
1	~~4~~ ~~32~~ Lth.
1	7 Pf.
3 ~~12~~	1 Ggr.
3 ~~24~~	1 Rthlr.
9 :	700

9) 700 : 9 = 77 $\frac{7}{9}$ Rthlr. = 77 Rthlr. 18 Ggr. 8 Pf.

Es fällt von selbst in die Augen, daſs hier 24 und dort 32 durch 8 dividirt, jene erhaltene 4 aber in die hier befindliche 12 gehoben worden.

Zur Uebung im Ansatze und dessen Ausarbeitung wird der nächste §. noch einige völlig berechnete Aufgaben enthalten, deren Erklärung in den beiden vorhergehenden §. nachzusehen ist.

§. 211.

1) Was kosten in Leipzig 149 Pfd. Safran, wenn das Pfund in Amsterdam 44 fl. kostet, wenn 95 Pfd. amsterd. gleich sind 100 Pfd. in Leipzig, und wenn 1 Rthlr. Conventionsgeld $37\frac{1}{4}$ Stüver gilt?

x Rthlr.	149 Pfd. leipz.
8 100	19 95 - amst.
1	44 fl.
1	20 Stvr.
149 $37\frac{1}{4}$	1 Rthlr.
	4
1 :	4 × 44 × 19
	396
	836
	(4
x =	3344 Rthlr.

2) D. in Breslau kauft 96 berliner Ellen Kattun für $42\frac{1}{2}$ Rthlr. Wenn nun 8 berl. Ellen = 7 bresl. dito, und D. die Elle zu $21\frac{1}{4}$ Sgr. wieder verkauft, wie viel Procent wird er gewinnen? (die Frage: wie viel Procent u. s. w. ist so zu verstehen, wie viel D. hiernach an 100 Rthlr. gewinnen würde?)

x Rthlr.	100 Rthlr.
85 $42\frac{1}{2}$	96 Ell. berl.
8	7 - bresl.
1	85 $21\frac{1}{4}$ Sgr.
30	1 Rthlr.
4	2
1	2 × 7 × 10 = 140 Rthlr.

Verkaufte also D. nach den angezeigten Verhältnissen für 100 Rthlr. Kattun, so würde er 140 Rthlr. dafür einnehmen, oder 40 Procent gewinnen. Wie viel aber sein Gewinn an den $42\frac{1}{2}$ Rthlrn. betrage, findet man durch diesen Proportionssatz:

100 Rthlr. Kap. : $42\frac{1}{2}$ Rthlr. K. = 40 Rthlr. Gew. : x
(4
170 = 17 Rthlr.

3) Wie theuer kommen in Danzig 1440 Pfd. St. Domingo-Zucker aus Amsterdam, wenn 100 Pfd. amst. = 113 Pfd. danz. und 1 Pfd. amst. $18\frac{1}{2}$ Pf. fls. gilt, wenn der Curs zwischen beiden Plätzen 13 fl. 26 Gr. (oder 416 Gr.) für 1 Lfls. ist, und wenn für Transport- und andere Kosten 13 Procent gerechnet werden?

x fl. danz.	3 1440 Pfd. danz.
113	100 - amst.
2 1	37 $18\frac{1}{2}$ Pf. fls.
40	1 fl.
6	1 Lfls.
1	416 Gr. danz.
10 30	1 fl.
100	113 fl. mit Spesen

10 : 416 × 37
2912
1248
x = 1539|2 fl. = 1539 fl. 6 Gr. danz.

Was den Ansatz betrifft, so mußten hier drei fehlende Verhältnisse ergänzt werden, nämlich 40 Pf. fls. = 1 fl. holl., 6 fl. holl. = 1 Lfls., und 30 Gr. = 1 fl. danz. Statt 6 fl. : 1 Lfls. und 1 Lfls. : 416 Gr. hätte man auch gleich 6 fl. : 416 Gr. ansetzen können. Diese 416 Gr. aber entstanden aus den angegebenen 13 fl.

26 Gr., wo $13\frac{13}{15}$ fl. nicht so gut zu berechnen sind, als wenn man die höhere Sorte (die Gulden) auf die niedere reducirt. Auch wird in den danziger Curszetteln der Preis eines Livre oder Pfund flämisch immer in Groschen angegeben. Bei der Ausarbeitung lieſsen sich die gegenseitigen Zahlen leicht heben. Man hätte auch noch 10 : 416 durch 2 dividiren können, allein dann wäre der bequeme Divisor 10 verloren gegangen.

Bei dieser Gelegenheit muſs ich zugleich mit anmerken, daſs, wenn sich die Decimalzahlen in der linken Kolonne nicht ganz wegschaffen lassen, es nicht nur keinen Vortheil, sondern vielmehr Nachtheil bringen würde, wenn man sie durch 2, 4, 8 u. s. w. abbreviren wollte, weil die Division mit 10, 100, 1000 u. s. w. (§. 53.) so überaus leicht ist.

4) Magdeburg erhält von London $16\frac{5}{8}$ Zentn. Zinn in Barren à 112 Schl. sterl.; wie theuer wird Magdeburg das Pfd. Zinn verkaufen, wenn die Spesen von London bis Magdeb. 15 Procent betragen, wenn ferner Magdeb. $12\frac{1}{2}$ Procent gewinnen will, und wenn der Curs von London nach Hamburg 35 Schl. fls. für 1 Lsterl. und von Hamb. nach Magdeb. 152 Rthlr. für 300 Mk. Bco. ist? (Die $16\frac{3}{8}$ Zentn. bleiben im Ansatze weg, weil sie nur zur Geschichte der Aufgabe gehören.)

x Gr.	1 Pfd.
11 22 110	1 Zentn.
1	14 28 112 Schl. sterl.
4 20	1 L.
100	23 115 L. mit Spesen
100	9 45 225 112½ L. mit Gew.
1	7 35 Schl. fls.
8	3 Mk. Bco.
4 12 60 300	19 152 Rthlr.
1	3 24 Gr.
2	

11 × 100 × 100 : 19 × 3 × 7 × 9 × 23 × 14
= 11|0000 : 115|6302
11) ――――
$10\frac{1}{2}$ Gr. ca.

Was Spesen, Procente und deren Berechnung betrifft, so wird der zweite Cursus hierzu die nöthige Belehrung enthalten.

Ein von der Kettenregel etwas abweichender Ansatz ist der, wenn man die Hauptsachen mit ihren Nebenbestimmungen gleich so der Reihe nach hinschreibt, ohne sich um die gleichnamige Folge zu bekümmern; sondern nur darauf sieht, daſs die verschiedenen Zahlen in die richtige Kolonne kommen, nämlich die als bekannt angegebenen Data in die linke, und die Fragezahlen nebst dem Prädicate der bekannten in die rechte Kolonne. Z. B.

Wie viel Laubthaler à $2\frac{3}{4}$ fl. betragen die Zinsen von 1100 Friedrichsd'or à 9 fl. in 5 Jahren, wenn 900 Dukaten à $5\frac{2}{5}$ fl. in 4 Jahren 486 Brabanter Thaler à $2\frac{7}{10}$ fl. Interessen gegeben haben?

x Lbthlr.	von 11000 Frd'or.
à $2\frac{3}{4}$ fl.	à 9 fl.
	in 5 Jahren
wenn 900 Duk.	
à $5\frac{2}{5}$ fl.	486 Brb. Rthlr.
in 4 Jahren	à 2,7 fl.

1 : 5 × 486 × 5

x = 12150 Stck. Lbthlr.

Nach den Forderungen der Kettenregel aber würde der Ansatz folgendermaſsen zu machen seyn:

x Lbthlr.	11000 Frd'or.
	in 5 Jahren
1	9 fl.
5,4	1 Duk.
900	486 Brab. Rthlr.
in 4 J.	
1	2,7 fl.
$2\frac{3}{4}$	1 Lbthlr.

§. 212.

Uebungsbeispiele.

1) Wenn in Hamburg 1 Fried.d'or 10 Mk. 8 Schill. Banco gilt, und 300 Mk. Bco. in Leipzig 148 Rthlr. betragen, wie viel würden hiernach 500 Stk. Fried.d'or aus H. in L. werth seyn?

2) Wenn die Friedrichsd'or in Leipzig 10 Procent gewinnen, und der Zentner von einer gewissen Waare 45 Rthlr. in Fried.d'or kostet, wie theuer kommt 1 Pfd.?

3) Was betragen in Berlin 800 Stk. Dukaten à $2\frac{3}{4}$ Rthlr. und mit $15\frac{1}{2}$ Procent Agio?

4) Was betragen in Halberstadt 672 Stk. Fr.d'or à 5 Rthlr. und mit $8\frac{1}{4}$ Procent Agio?

5) Was kosten in Leipzig 640 Pfd. engl. Pfeffer, wenn in Hamburg das Pfund 28 Pf. fls.

Bco. gilt, 300 Mk. Bco. 148 Rthlr. in Leipzig gelten, und wenn 10 Procent für Spesen gerechnet werden? (32 Pf. fls. = 1 Mk.)

6) Wenn der Ballen Schreibpapier in Leipzig 44 Rthlr. 10 Gr. 8 Pf. kostet, wie viel kommen da 3 Bogen?

7) Wenn 3 Bogen Schreibpapier 8 Pf. kosten, und wenn der Ballen mit 44 Rthlr. 10 Gr. 8 Pf. bezahlt wurde; zu wie viel Bogen ist da das Buch gerechnet worden?

8) Wie theuer kann ich 1 Loth Cochenille verkaufen, wenn das Pfund 8 Rthlr. 16 Gr. in Friedrichsd'or à 5 Rthlr. kostet; wenn die Friedrichsd'or 15 Procent gewinnen, und wenn ich noch 20 Procent an dieser Waare verdienen will?

9) Wenn in Leipzig die Elle von einer gewissen Waare 1 Rthlr. 6 Gr. gilt, wie theuer kommt dann die berliner Elle, wenn 100 Rthlr. Sächs. = 105 Rthlr. preuſs. Current, und wenn die leipziger Elle 18 Procent kürzer ist, als die berliner?

10) Wie theuer kommt in Weimar 1 Bout. Rheinwein, wenn 1 Ohm von 4 Anker à 40 Bout. mit 75 Rthlrn. in Fried.d'or à 5 Rthlr. bezahlt wird, wenn die Unkosten ungefähr 25 Procent betragen, und wenn die Friedrichsd'or zu 5 Rthlr. 18 Gr. angenommen werden?

§. 213.

Von der Kettenregel kann man, wie auch Prof. *Reiche* in dessen Handbuche der Rechenkunst bereits gethan hat, die *Regel multiplex* unterscheiden, und zu dieser alle diejenigen Aufgaben rechnen, in welchen Reductionssätze

von Dingen gleicher Art angegeben sind; da hingegen die Kettenregel solche Aufgaben zu berechnen lehrt, welche Reductionssätze von verschiedener Art enthalten.

Die nach dieser Unterscheidung in die Regel multiplex gehörigen Aufgaben können ebenfalls in zwei perpendiculären Kolonnen angesetzt werden, doch so, daſs in die Kolonne zur Linken die bestimmten Zahlen, und in die Kolonne zur Rechten die jenen correspondirenden Fragezahlen zu stehen kommen. Z. B.

1) Wenn ein Oekonom mit 3 Pflügen in 2 Tagen 9 Morgen Land umpflügen kann, indem er täglich 8 Stundeu dazu anwendet; wie viel Morgen kann derselbe mit 12 Pflügen in 6 Tagen bearbeiten, wenn er täglich 10 Stunden lang pflüget?

x Morg.	9 Morg.
~~3~~ Pflüge	3 ~~12~~ Pfl.
~~2~~ Tage	~~6~~ Tage
~~2~~ 8 Stund.	5 ~~10~~ St.
1 :	5 × 3 × 9 = 135 Morgen.

2) F. hat eine Mauer aufführen lassen, welche 15 Ellen lang, $7\frac{1}{2}$ Ellen hoch und $1\frac{3}{4}$ Ellen dick war; die Kosten dafür betrugen 770 fl. Jetzt will derselbe noch eine aufführen lassen, die 20 Ellen lang, 9 Ellen hoch und 2 Ellen dick werden soll; wie theuer kann ihm diese kommen?

x fl.	22 ~~110~~ ~~770~~ fl.
~~3~~ ~~15~~ Ell. l.	4 ~~20~~ Ell. l.
~~3~~ ~~15~~ ~~7½~~ - h.	~~9~~ - h.
~~7~~ ~~1¾~~ - d.	2 - d.
	2 · 4
1 :	2 · 4 · 2 · 4 · 22 = 1408 fl.

3) Wenn eine Planke Mahagonyholz 10 Fuſs 8 Zoll lang, 24 Zoll breit, und 12 Zoll dick ist, wenn der Quadratfuſs von 1 Zoll Dicke 8 Ggr. kostet; wie viel würde diese Planke werth seyn?

x Rthlr.	
1 Fuſs l.	8 Ggr.
~~12~~ Zoll br.	32 ~~$10\frac{2}{3}$~~ Fuſs l.
1 - d.	~~24~~ Zoll br.
~~24~~ Ggr.	~~12~~ - d.
3	1 Rthlr.

3 : 32 × 8

256

3) ——

$85\frac{1}{3}$ Rthlr. = x.

§. 214.

Bei dieser letztern Art Aufgaben, die wir mit Herrn Prof. *Reiche* zur *Regel multiplex* rechnen, so wie auch in der Kettenregel, befinden sich öfters ein oder mehrere indirecte Verhältnisse, welche vor der wirklichen Berechnung, wie oben in der Regel de tri und quinque mit indirecten Verhältnissen, ebenfalls umgekehrt werden müssen. Z. B.

1) Wenn 8 Arbeiter einen Graben, der 8 Fuſs breit und 3 Fuſs tief ist, in 6 Tagen 50 Fuſs lang fortführen; wie viel Fuſs Länge werden 24 Arbeiter einen Graben von 12 Fuſs Breite und 5 Fuſs Tiefe in 24 Tagen fortführen?

Je breiter und tiefer der Graben wird, desto mehr Zeit und desto mehrere Kräfte werden dazu erfordert; daher heiſst es auch hier: je mehr Arbeit, desto weniger wird fertig. Es müssen folglich die beiden indirecten Verhält-

nisse 8 Fuſs zu 12 Fuſs Breite, und 3 F. : 5 F. Tiefe umgekehrt werden. Der Ansatz und die Berechnung ist, wie hier folgt:

x F. L.	10 ~~50~~ F. L.	
~~8~~ Arb.	2 ~~24~~ Arb.	je mehr Arb., desto m. bring. s. fertig.
~~12~~ F. Br.	~~8~~ F. Br.	je breit. d. Grab., desto weniger etc.
~~5~~ - T.	3 - T.	je tiefer d. Graben, desto weniger etc.
~~6~~ Tage	4 ~~24~~ Tagen,	je mehr Tage, desto mehr etc.
1 :	4.3.2.10 = 240 Fuſs Länge.	

§. 215.

Ungeübten Rechnern und denjenigen, welche ihre Arbeiten am liebsten mechanisch verrichten, — um ja dem lieben Kopfe nicht wehe zu thun, — fällt es gewöhnlich etwas schwer, sogleich einzusehen, ob indirecte Verhältnisse zugegen sind oder nicht? Da kann ich allen denen die *basedowsche Regel* (nach ihrem Erfinder, dem berühmten Reformator des Erziehungswesens, *Basedow* in Dessau, so genannt) empfehlen. Sie wurde zuerst in den pädagogischen Unterhandlungen vom Prof. *Busse* bekannt gemacht, und dann in dessen gemeinverständlichem Rechenbuche für Schulen vollständig vorgetragen. Die dabei zu beobachtenden Regeln sind folgende:

1) Man schreibe die in der Aufgabe enthaltenen Sätze in zwei Zeilen, eine unter die andere. In die eine kommen alle Zahlen des bestimmten, in die andere alle Zahlen des Fragesatzes, und zwar so, daſs die correspondirenden Zahlen unter einander zu stehen kommen. Es sey z. B. folgende Aufgabe:

7 Maurer führen eine Mauer, welche 21 Fuſs hoch und 4 Fuſs dick ist, in 12 Tagen 30

Ellen lang fort; wie viel Ellen Länge können hiernach 12 Maurer in 30 Tagen an einer Mauer verfertigen, welche 30 Fuſs hoch und $4\frac{1}{2}$ Fuſs dick werden soll?

Die in dieser Aufgabe enthaltenen Sätze werden in nachstehende zwei Zeilen gebracht:

Bestimmter Satz

7 Maurer 21 Fuſs hoch 4 F. dick 12 Tage 30 Ell. lang.

Fragesatz

12 Maurer 30 Fuſs hoch $4\frac{1}{2}$ F. dick; 30 Tage x Ell. lang.

2) Hat man die einzelnen Glieder so geordnet, so schreibt man in dem Ansatze einer Kettenrechnung die Fragezahl in der Divisionskolonne gleich oben an, und die ihr correspondirende Zahl gegenüber, nämlich:

x Ellen 30 Ellen.

3) Hierauf legt man sich bei den Gliedern in der untern Reihe des Entwurfs die Frage vor: wenn die Zahl noch einmal so groſs wäre, würde da das Facit auch noch einmal so groſs ausfallen? Muſs man diese Frage bejahen, so wird die Zahl des Fragesatzes in die Multiplicationskolonne, und die ihr correspondirende des bestimmten Satzes in die Divisionskolonne geschrieben. Muſs man aber die Frage verneinen und schlieſsen: wenn diese Zahl des Fragesatzes noch einmal so groſs wäre, so müſste das Facit noch einmal so klein ausfallen; so wird die Zahl des Fragesatzes in die Divisionskolonne, und die ihr correspondirende in die Multiplicationskolonne eingetragen.

Bei obiger Aufgabe könnte man sich folgende Fragen vorlegen:

Wenn es 24 Maurer wären, würden sie auch noch einmal so viel fertig bringen? Ja. (Es ist also ein directes Verhältniſs, wo die 12 Maurer in die Kolonne zur Rechten, und die 7

Maurer in die Kolonne zur Linken zu stehen kommen)

Wenn die Mauer 60 Fufs hoch werden sollte, würden die Maurer wohl noch einmal so viel fertig bringen? Nein. (Es ist folglich ein indirectes Verhältnifs.)

Sollte die Mauer 9 Fufs dick werden, könnten wohl da die Arbeiter noch einmal so viel liefern? Nein. (Indirect.)

Wenn die Maurer 60 Tage lang arbeiteten, würden sie dann noch einmal so viel verfertigen? Ja. (Direct.)

Die obige Aufgabe steht nun mit ihrer Berechnung also:

x Ellen L.	10 ~~30~~ Ellen L.
~~7~~ Maurer	~~12~~ Maurer
~~30~~ F. h.	~~3~~ ~~21~~ F. h.
~~3~~ ~~9~~ ~~4½~~ F. d.	4 F. d.
~~12~~ Tage	~~30~~ Tage
	2
1 :	2 . 4 . 10 = 80 Ellen Länge.

Das hier Vorgetragene kann, in vorkommenden Fällen, auch auf die Kettenrechnung angewendet werden.

Um sich aber von der Richtigkeit der Rechnung zu überzeugen, so nehme man die gefundene Antwort als ein bekanntes Glied an, lasse dagegen eins der vorher schon bekannten weg, und suche dies gleichsam unbekannte Glied durch eine abermalige Berechnung. Das Resultat mufs dann, wenn die Berechnung richtig gewesen, und in der Probe kein Fehler vorgefallen, jenes als unbekannt angenommene Glied wieder enthalten.

§. 216.

Uebungsbeispiele.

1) 15 Tagelöhner bearbeiten in 9 Tagen ein

Feld von 36 Fuſs Breite und 108 Fuſs Länge, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten; wie viel Tage werden, bei gleichem Fleiſse und Boden, 24 Tagelöhner an einem Felde von 84 Fuſs Breite und 288 Fuſs Länge zubringen, wenn sie täglich 10 Stunden arbeiten?

2) Wenn 3 Schnitter zu 8 Morgen 6 Tage nöthig haben, indem sie täglich 10 Stunden arbeiten; wie viel Stunden würden 9 Schnitter täglich arbeiten müssen, um mit 24 Morgen in 5 Tagen fertig zu werden?

3) Wenn aus 18 Gebinden zu 60 Faden Länge 1 Elle Leinwand zu $\frac{7}{4}$ breit gewebt wird; wie viel Ellen Leinwand zu $\frac{6}{4}$ breit können aus 720 Gebinden zu 72 Faden Länge gewebt werden?

4) 8 Arbeiter erhalten in 12 Wochen, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten, 104 Rthlr., wie viel Wochen würden hiernach 20 Arbeiter für 260 Rthlr. arbeiten, wenn die tägliche Arbeit auf 9 Stunden bestimmt wäre? (Die Arbeitswoche hat 6 Tage.)

5) Wie viel Arbeiter werden erfordert, um $1813\frac{1}{3}$ Klafter Holz in 8 Wochen zu fällen, wenn sie wöchentlich 6 Tage und täglich 10 Stunden arbeiten; 12 Arbeiter aber, die wöchentlich 4 Tage und täglich 8 Stunden arbeiteten, 136 Klafter Holz in 3 Wochen gefällt haben?

6) In eine Scheuer, welche 81 Fuſs lang, 52 Fuſs breit und 30 Fuſs hoch ist, können 180 Fuder Korn aufgepanset werden; wie lang muſs eine andere Scheuer werden, welche 48 Fuſs breit, 36 Fuſs hoch und welche 160 Fuder aufnehmen soll?

Siebenzehnter Abschnitt.

Gesellschaftsrechnung.

§. 217.

Die Gesellschaftsrechnung lehrt, eine vorgelegte Zahlengröſse, nach Verhältniſs einer andern aus ungleichen Theilen bestehenden Zahl so zu vertheilen, daſs sich die einzelnen Theile der vorgelegten Zahlengröſse zum Ganzen eben so verhalten, wie die einzelnen angegebenen Verhältnisse zu ihrem Ganzen. Sie ist eine sehr nützliche und beinahe allen Ständen unentbehrliche Rechnung; denn man gebraucht dieselbe bei Erbschaftsvertheilungen, Concursen, bei Compagniehandlungen, Factoreien, Schiffsparten, bei Assecuranzen aller Art, bei Repartitionen der Steuern, der Brandschatzung, und andern proportionirten Auflagen, bei Bergwerken in Zubuſse und Ausbeute, und überhaupt in allen Fällen, wo ein gewisser Gewinn oder Verlust unter mehrere Personen, nach einem gewissen Verhältnisse, gehörig und richtig vertheilt werden soll.

§. 218.

Bei Berechnung der hieher gehörigen Aufgaben merke man vornämlich folgende Regeln:

1) Die gegebenen einzelnen Verhältnisse (die einzelnen Beiträge, oder zusammengelegten Gelder) werden in eine Summe gebracht, welche das erste Glied eines jeden Proportionssatzes wird.

2) Das zweite Glied enthält eins der einzelnen Verhältnisse (den Beitrag oder das Eingelegte eines Einzelnen) und man schlieſst dann: wie sich das Ganze zu den einzelnen Theilen verhält, so verhält sich auch der zu vertheilende Gewinn oder Verlust zu dem Gewinn oder Verlust des Einzelnen.

3) In das dritte Glied schreibt man die Zahlengröſse, welche nach den gegebenen Verhältnissen vertheilt werden soll, oder welche den Gewinn oder Verlust der ganzen Gesellschaft enthält.

4) Nun wird jeder so formirte Proportionssatz gehörig berechnet, wo die erhaltenen 4ten Glieder den Antheil eines jeden Einzelnen anzeigen. Addirt man hierauf den Betrag dieser vierten Glieder, so muſs die Summe derselben der zu vertheilenden Zahlengröſse gleich seyn, welches zugleich der beste Beweis einer richtigen Berechnung ist.

Aufgaben aus der Gesellschaftsrechnung enthalten daher gewöhnlich eben so viel Regeldetri-Sätze, als einzelne Verhältnisse angegeben sind, doch kann man sich öfters durch Anwendung verschiedener Vortheile die Berechnung sehr erleichtern.

§. 219.

Die eigentliche Gesellschaftsrechnung zerfällt wieder in die einfache und zusammengesetzte.

A. Die einfache Gesellschaftsrechnung enthält solche Aufgaben, wo die zu theilende Zahlengröſse, bloſs nach den angegebenen einzelnen Verhältnissen zu berechnen ist. Z. B.

1) Drei Kaufleute führen eine Compagniehandlung, A. hat zum Fonds derselben gegeben 12000 Rthlr.; B. 8400 Rthlr. und C. 3600 Rthlr. Bei dem jährlichen Abschlusse der Handlungsbücher findet sich ein Gewinn von 2940 Rthlr. Wie viel gebührt nun einem Jeden, nach Verhältniſs seines beigetragenen Kapitals, von diesem Dividenden?

Hier ist die Summe, oder das Aggregat der drei einzelnen Beiträge, die eine gegebene bekannte Zahlengröſse, nach deren einzelnen Theilen und ihrem Verhältnisse unter einander, eine andere gegebene Zahl, nämlich ein Gewinn von 2940 Rthlr. vertheilt werden soll. Um dies zu bewerkstelligen, werden gewöhnlicher Weise eben so viel besondere Regeldetri - Sätze formirt, als Theilnehmer bei der zu veranstaltenden verhältniſsmäſsigen Vertheilung Statt finden; hier sind es folgende drei:

A.	12000	Rthlr.
B.	8400	-
C.	3600	-
Summe	24000	Rthlr.

A. 24ØØØ Rthlr. : 12ØØØ Rthlr. = 2940 Rthlr. : x
24) ———— 2) ————
2 : 1 ; x = 1470 Rthlr.

B. 24ØØØ Rthlr. : 84ØØ Rthlr. = 294Ø Rthlr. : x
12) ———— 2) ————
2 ; 147
———— 7)
x = 1029 Rthlr.

C. 24000 Rthlr. : 3600 Rthlr. = 2940 Rthlr. : x
12) 2 3 (2 147
(3 x = 441 Rthlr.

Bei einem Jeden dieser drei Regeldetri-Sätze schliefst man: wie sich das Aggregat oder die Summe der Beiträge zu jedem einzelnen Beitrage verhält, so verhält sich die zu vertheilende Zahlgröfse zu dem einzelnen Antheil, oder zu der unbekannten vierten Proportionalzahl.

Kann man die gegebenen Verhältnisse in kleinern Zahlen ausdrücken, so wird die Berechnung dadurch öfters sehr abgekürzt.

Das kleinste Verhältnifs der obigen Angabe kann man auf diese Art finden:

		12					
A. 120	00 Rth.	10	Nun	20 : 10	= 2940 Rth.	: 1470 Rth.	
B. 84	00 -	7	heifst	20 : 7	= 2940 -	: 1029 -	
C. 36	00 -	3	es	20 : 3	= 2940 -	: 441 -	
	Summe	20			Probe	2940 Rth.	

Oder man kann den Antheil eines Jeden gleich also angeben:

A. erhält $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ von
B. - $\frac{7}{20} =$ -
C. - $\frac{3}{20} =$ -
} 2940 Rthlr.

§. 220.

2) Vier Glücksritter setzen gemeinschaftlich in die Lotterie, und spielen durch sämmtliche Klassen drei Loose, die ihnen mit Schreibgeld und Porto gerade 80 Rthlr. Conventionsgeld kosten. Zwei dieser Loose fallen ganz durch, das dritte aber gewinnt 30 Rthlr. Wie viel wird nun der Antheil eines Jeden betragen, wenn A. 40 Rthlr.; B. 20 Rthlr.; C. 10 Rthlr. und D. auch

10 Rthlr. beigetragen haben? Die Antwort gibt nachstehende Berechnung:

A.	4	0 Rthlr.	8 : 4 = 30	Rthlr.	:	15	Rthlr.			
B.	2	0	-	8 : 2 = 30	-	:	7	-	12	Ggr.
C.	1	0	-	8 : 1 = 30	-	:	3	-	18	-
D.	1	0	-	8 : 1 = 30	-	:	3	-	18	-
Summe 8						Probe	30	Rthlr.		

Die Berechnung dieser Aufgabe läſst sich übrigens auch ohne Regel de tri bewerkstelligen, denn A. hat die Hälfte zum Ganzen gegeben, und erhält also auch die Hälfte des Gewinnes; B. hat halb so viel als A. gegeben, und erhält auch halb so viel als dieser; C. und D. haben Jeder halb so viel als B. gegeben, daher beträgt auch der Antheil eines Jeden die Hälfte von dem, was B. erhält.

Auf eine ähnliche Art läſst sich der Antheil eines Jeden leicht finden, wenn man zuerst den achten Theil, welchen C. und D. erhalten, sucht; B. erhält dann zweimal und A. viermal so viel.

Man sieht hieraus, daſs man sich öfters durch ein wenig Nachdenken viele Mühe sparen kann. Nachdenken und Ueberlegung gewähren überhaupt in jeder Angelegenheit des Menschen groſsen Nutzen. So sind z. B. die wenigen beträchtlichen Gewinne in den Lotterien sehr anlockend; überlegt man aber, daſs bei der groſsen Menge Nieten und den vielen unbedeutenden Gewinnen, Verlust immer wahrscheinlicher ist als Gewinn, so wird man sich wohl schwerlich zu den Glücksrittern gesellen, die ihr Glück auf einem so trügerischen Wege zu machen suchen. Und am Ende gewährt Ein Thaler, durch Mühe und Anstrengung erworben, mehr wahres Vergnügen, als mehrere Hunderte, die man auf eine Art erlangt hat, deren man sich zu rühmen

schämt. Die geneigten Leser werden hoffentlich diese wohlgemeinte Abschweifung bestens entschuldigen; vielleicht ist, bei der jetzigen Lotterie-Wuth, es ein Wort geredet zur rechten Zeit, das hier und da auf einen guten Boden fallen kann.

§. 221.

3) Ms. Bonvivant stirbt und hinterläſst 5 Kinder, ein Haus und einen Garten. Nach seinem Tode melden sich folgende Creditoren: A. mit 1500 fl., B. mit 3000 fl., C. mit 7500 fl und D. mit 4500 fl. Das Haus, die Mobilien und der Garten werden für 5689 fl. 56 Xr. verkauft. Wie viel muſs nun jeder der Creditoren einbüssen, und wie viel wird Jeder derselben erhalten? Die Schulden betragen:

A. 1500 fl.
B. 3000 -
C. 7500 -
D. 4500 -

16500 fl. Summe der Schulden
— 5689 - 56 Xr. Betrag des Vermögens

10810 fl. 4 Xr. Verlust Aller.

Die einzelnen Posten der Schuldenmasse können auch auf diese Art in kleinere Verhältnisse gebracht werden:

			15
A.	15	00 fl.	1
B	30	00 -	2
C.	75	00 -	5
D.	45	00 -	3
		Summe	11

Jetzt darf man nur berechnen, wie viel der 11te Theil, den A. verliert, beträgt, so findet man den Verlust der übrigen nach den kleinern Verhältniſszahlen, nämlich:

A. 11 : 1	=	10810 fl. 4 Xr.
	11)	982 fl. 44 Xr.
B. verliert 2mal so viel als A.		1965 - 28 Xr.
C. - 5mal - - - -		4913 - 40 -
D. - 3mal - - - -		2948 - 12 -
	Verlust Aller	10810 fl. 4 Xr.

Um aber zu erfahren, wie viel Jeder erhalten werde, darf man ebenfalls nur den Antheil des A. suchen, und nach dem nämlichen Verhältnisse die übrigen bestimmen; oder man zieht den Verlust eines Jeden von seinem dem Bonvivant geborgten Kapitale ab:

. Kap. 1500 fl.		
Verl. 982 - 44 Xr.	A. erhält 517 fl. 16 Xr.	- 1
B. Kap. 3000 fl.		
Verl. 1965 - 28 Xr.	B. erhält 1034 - 32 -	- 2
C. Kap. 7500 fl.		
Verl. 4913 - 40 Xr.	C. erhält 2586 - 20 -	- 5
D. Kap. 4500 fl.		
Verl. 2948 - 12 Xr.	D. erhält 1551 - 48 -	- 3
	5689 fl. 56 Xr.	

obiger Betrag des Vermögens, welches den Creditoren geblieben ist, wobei aber noch keine Rücksicht auf die bei Concurssachen gewöhnlichen Unkosten genommen worden ist.

§. 222.

Bei Repartitionen der Steuern, Contribution u. s. w. ist es immer vortheilhafter, zuförderst auszurechnen, wie viel auf einen Theil des Beitrages oder Anschlages komme, hierauf aber eine jede der gegebenen Verhältnißzahlen mit diesem Betrage zu multipliziren Z. B.

4) Es sollen 12 Dorfschaften 2676 fl. Kriegssteuer erlegen; diese Summe aber soll nach den

monatlichen Steuern vertheilt werden. Wenn nun das Dorf A. $15\frac{1}{4}$ fl., B. 18 fl., C. 25 fl., D. $12\frac{1}{2}$ fl., E. $24\frac{1}{4}$ fl., F. $19\frac{1}{3}$ fl., G. $14\frac{1}{2}$ fl., H. $20\frac{1}{2}$ fl., I. $17\frac{2}{3}$ fl., K. $16\frac{1}{4}$ fl., L. $18\frac{3}{4}$ fl., M. 21 fl. terminlich geben, wie viel wird ein jedes Dorf nach diesem Verhältnisse zu obiger Summe beitragen müssen?

Man addire also die einzelnen Verhältnisse; die Summe gibt 223, und suche nun, wie viel ein Theil betrage; nämlich:

$$223 : 1 = 2676 \text{ fl.} : 12 \text{ fl.}$$

Da ein Theil 12 fl. beträgt, so gibt

A.	12	×	$15\frac{1}{4}$ fl.	=	183 fl.	
B.	12	×	18 -	=	216 -	
C.	12	×	25 -	=	300 -	
D.	12	×	$12\frac{1}{2}$ -	=	150 -	
E.	12	×	$24\frac{1}{4}$ -	=	291 -	
F.	12	×	$19\frac{1}{3}$ -	=	232 -	
G.	12	×	$14\frac{1}{2}$ -	=	174 -	
H.	12	×	$20\frac{1}{2}$ -	=	246 -	
I.	12	×	$17\frac{2}{3}$ -	=	212 -	
K.	12	×	$16\frac{1}{4}$ -	=	195 -	
L.	12	×	$18\frac{3}{4}$ -	=	225 -	
M.	12	×	21 -	=	252 -	
	12	×	223	=	2676 fl.	

Sind die zu vertheilenden Summen beträchtlich, wie bei Assecuranzen, so kann man statt der Einheit 100 annehmen, und so die einzelnen Beiträge nach Procenten berechnen. Dafs man übrigens auch hier das erste Glied gegen das dritte abbreviren oder heben dürfe, ist wohl nicht nöthig zu erinnern, da es (§. 162 u. 163) bei jeder geometrischen Proportion anwendbar ist.

§. 223.

In kaufmännischen Berechnungen, beson-

ders bei verschiedenen Ueberschlags-Berechnungen und Calculaturen über erhaltene Facturen, wird die Gesellschaftsrechnung öfters auch angewendet. Z. B.

5) Ein Kaufmann in Braunschweig findet, laut einer Factur von Bordeaux über seidene Zeuche, dafs ihm 370 Métres — nämlich von der Sorte A. 110 Mét. 600 Fr., von der Sorte B. $96\frac{1}{2}$ Mét. 580 Fr. und von der Sorte C. $163\frac{1}{2}$ Mét. 1220 Fr. — an Ort und Stelle mit Spesen und allen Unkosten 740 Rthlr. zu stehen kommen. Wie theuer wird nach Verhältnifs jener ersten Einkaufspreise jede einzelne Sorte kommen?

Die Angabe des Maases bleibt in dieser Berechnung ganz weg, weil nur zu wissen verlangt wird, was jede Sorte nach dem ersten Einkaufspreise, in Braunschweig koste? Dies aber erfährt man durch folgende Regeldetri-Sätze, nachdem vorher die angegebenen Einkaufspreise in eine Summe gebracht worden.

A.	60\|0 Fr.	24ø : 6ø	=	740 Rthlr.	:	185 Rthlr.		
		4 : 1						
B.	58\|0 -	24ø : 58	=	74ø -	:	178	-	20 Gr.
		1		$3\frac{1}{12}$				
C.	122\|0 -	24ø : 122	=	74ø -	:	376	-	4 -
S.	240	1		$3\frac{1}{12}$		Probe 740 Rthlr.		

Will der Kaufmann wissen, wie theuer ihm die dasige Elle von jeder Sorte komme, so wird er die franz Métres, nach dem ihm bekannten Verhältnisse, auf dasige Ellen reduciren, und den Betrag durch eine leichte Division finden. Von kaufmännischen Berechnungen führe ich

hier keine weiter an, da wir ohnehin im zweiten Cursus einigemal zur Gesellschaftsrechnung wieder zurückkehren werden.

§. 224.

6) Drei Geschwister in Paris haben 13653 Fr. 54 Cent. auf folgende Art zu theilen: so oft der älteste Sohn A. 2 Fr. nimmt, soll die Tochter B. 3 Fr. und der jüngste Sohn C. 4 Fr. erhalten. Wie viel wird der Antheil eines Jeden betragen? 2 + 3 + 4 = 9

Der 9te Theil von 13653 Fr. 54 C. ist 1517 Fr. 6 C.

A. erhält daher 2mal so viel	= 3034	- 12	-
B. - - 3mal - -	= 4551	- 18	-
C. - - 4mal - -	= 6068	- 24	-
Probe	13653	Fr 54	C.

7) Eine Erbschaft von 7650 Lsterl. in Liverpool soll, nach des Testators letztem Willen, unter 5 Erben so vertheilt werden, daſs A. $\frac{1}{4}$, B. $\frac{1}{2}$, C. $\frac{9}{16}$, D $\frac{5}{8}$ und E. $\frac{2}{3}$ von dem Vermögen erhalten soll. Wie viel wird hiernach der Antheil eines Jeden betragen?

Hier müssen, um die Verhältnisse in ganzen Zahlen auszudrücken, die Brüche erst unter einerlei Nenner gebracht werden, als:

	48	
A. $\frac{1}{4}$	12	12
B. $\frac{1}{2}$	24	24
C. $\frac{9}{16}$	3	27
D. $\frac{5}{8}$	6	30
E. $\frac{2}{3}$	16	32
	S.	125

125	:	7650	$61\frac{1}{5}$ Exp. des ersten und dritten Gliedes.
		750	
		150	
		25	

A.	1	:	12	=	$61\frac{1}{5}$ L.	:	734	L.	8	S.
B.	1	:	24	=	$61\frac{1}{5}$ -	:	1468	-	16	-
2mal so viel wie A.										
C.	1	:	27	=	$61\frac{1}{5}$ -	:	1652	-	8	-
$2\frac{1}{4}$mal so viel wie A.										
od. $1\frac{1}{8}$mal - - - B.										
D.	1	:	30	=	$61\frac{1}{5}$ -	:	1836	-	-	-
E.	1	:	32	=	$61\frac{1}{5}$ -	:	1958	-	8	-

Probe 7650 L.

Sollten bisweilen dergleichen Aufgaben nicht in die gewöhnliche Form eingekleidet seyn, so kann man sich durch ein wenig Nachdenken bald helfen. Wenn z. B. A. B. C. D. in Augsburg 58400 fl. zusammengelegt haben, und 7300 fl damit gewinnen; wenn ferner A. 1625 fl.; B. 2050 fl., C. 2450 fl. und D. 1175 fl. von dem Gewinne erhält; wie viel hat Jeder zu dem Fonds beigetragen?

Schliefst man nun: wie sich der ganze Gewinn zu dem Gewinne eines Jeden verhält, so verhält sich das ganze Kapital zu den einzelnen Beiträgen: so wird man finden, dafs A. 13000, B. 16400, C. 19600 und D. 9400 Gulden zum Fonds gegeben haben.

Eben so lassen sich auch, durch blofse Angabe der Beiträge und des Gewinnes eines einzigen, die Gewinne der übrigen finden. Man schliefst dann: wie sich der einzelne Beitrag des A. zum Beitrage B. verhält: so verhält sich auch der Gewinn des A. zu dem Gewinne B.

§. 225.

Uebungsbeispiele.

1) A. trug 200 Rthlr., B. 700 Rthlr. und C. 300 Rthlr. bei; A. gewann 50 Rthlr., wie viel gewinnen B. und C.?

2) Eine Mutter nebst ihrem Sohne und ihrer Tochter erben von dem verstorbenen Vater 15000 fl. amsterd. Current, welche sie nach folgendem Verhältnisse unter sich theilen sollen: der Sohn erhält $\frac{1}{2}$, die Tochter $\frac{1}{3}$ und die Mutter $\frac{1}{4}$ der Erbschaft. Wie viel beträgt der Antheil eines Jeden?

3) Bei einem Concursu Creditorum erscheint ein Gläubiger mit einer Forderung von 700 Rthlr., ein anderer mit 1200 Rthlr., ein dritter mit 600 Rthlr., ein vierter mit 1800 Rthlr., ein fünfter mit 600 Rthlr., ein sechster mit 200 Rthlr. Die Fallitmasse ist 2800 Rthlr. Wie viel wird Jeder nach Verhältniſs des Verlustes Aller erhalten?

4) Acht Dorfschaften sollen nach dem Steuerverhältnisse 15372 Rthlr. Contribution bezahlen. Wenn nun A. 37, B 51, C. $49\frac{1}{4}$, D. $85\frac{3}{4}$, E. $39\frac{1}{4}$, F. 47, G. $53\frac{1}{2}$, H. $64\frac{1}{4}$ Rthlr. terminlich gibt; wie viel wird hiernach jedes Dorf zu obiger Summe beitragen?

5) Z. in X. stirbt, und hinterläſst seiner schwangeren Frau ein Vermögen von 11363 Rthlr. 8 Ggr. mit der Verordnung, wenn sie einen Sohn gebären würde, dieser $\frac{2}{3}$, und die Mutter $\frac{1}{3}$; wenn sie aber eine Tochter zur Welt brächte, diese $\frac{1}{3}$, und die Mutter $\frac{2}{3}$ des Vermögens haben sollte. Nun kommt die Mutter mit Zwillingen, und zwar mit einem Sohne und einer Tochter nieder. Wie wird die Erbschaft zu vertheilen seyn? (Des Testators Wille ist hiernach, daſs die Mutter 2mal so viel als die Tochter, und der Sohn 2mal so viel als die Mutter erhalten soll.)

§. 226.

B. Zusammengesetzte Gesellschaftsrechnung.

Hieher gehören diejenigen Aufgaben, wo bei den einzelnen Beiträgen, oder bei den einzelnen Verhältnissen, auch noch gewisse Nebenbestimmungen angegeben sind. Dergleichen Aufgaben werden nach folgender Regel berechnet:

Man multiplizirt die Beiträge mit den Nebenbestimmungen, addirt die erhaltenen Producte, und schließt nach Art der Gesellschaftsrechnung: wie sich die Summe der Beiträge, *inclusive* ihrer Nebenbestimmungen, zu jedem einzelnen Beitrage, *inclusive* seiner Nebenbestimmung verhält, so verhält sich auch die zu vertheilende Summe u. s. w. Z. B.

Wenn in Amsterdam A. 15000 fl. auf 3 Jahre, B. 15000 fl. auf 1 Jahr und 8 Monate, und C. 20000 fl. auf 1 Jahr zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen hergeben, und 27000 fl. damit gewinnen; wie viel wird der Antheil eines Jeden an dem Gewinne betragen?

Die Berechnung ist mit Anwendung der obigen Vortheile folgende:

							6
A.	15000 fl. auf	36 Mon.	=	54	0000	9	
B.	15000 - -	20 -	=	30	0000	5	
C.	20000 - -	12 -	=	24	0000	4	
					Summe	18	

Oder indem man die Factoren auf die kleinsten Zahlen reducirt:

			5		4		3
A.	15	000 fl.	3 auf 36 Mon.		9 × 3 = 27		9
B.	15	000 -	3 - 20 -		5 × 3 = 15		5
C.	20	000 -	4 - 12 -		3 × 4 = 12		4
					Summe		18 w. vorh.

A. 18 : 9 = 27000 fl. : 13500 fl.
 2 : 1
B. 18 : 5 = 27000 - : 7500 -
 18) 27000
 1500
C. 1 : 4 = 1500 - : 6000 -
 Probe 27000 fl.

§. 227.

Im gemeinen Leben kommen bisweilen auch solche Gesellschaftsrechnungen vor, wo die Nebenbestimmungen, weil nicht jedes Hauptverhältniſs eine hat, nur in eine Summe gebracht, und von der zu vertheilenden Zahlengröſse abgezogen werden. Der Rest wird dann durch die Anzahl der Theiler dividirt. Z. B.

1) Ein nürnberger Bürger hinterläſst seiner Frau und 4 Kindern ein Vermögen von 25800 fl., die nach dem Testamente in 5 gleiche Theile gehen sollen, wenn die Mutter 2400 fl. eingebrachtes Vermögen vorher davon genommen. Wie viel erhält die Mutter, und wie viel Jedes der Kinder?

25800 fl. die ganze Verlassenschaft.
— 2400 - das Eingebrachte der Mutter.
23400 fl. die zu theilende Summe.
5) 23400
4680 fl. der Antheil eines jeden Kindes.
+ 2400 - das Eingebrachte der Mutter.
7080 fl. der Antheil derselben.

2) In Venedig haben sich 4 Erben in 9900 Ducati so zu theilen, daſs B 200 Duc. mehr bekommt als A., C. aber so viel als A. und B. zusammen, und D. so viel als B. und C. zusammen. Wie viel wird der Antheil eines Jeden betragen?

A. erhält	1 Theil		
B. -	1 -	+ 200 Duc.	
C. -	2 -	+ 200 -	
D. -	3 -	+ 400 -	
S.	7 Theil.	+ 800 Duc.	

Die Erbschaftsmasse ist 9900 Duc.
davon werden subtrahirt obige 800 -

durch 7 dividirt 9100 -

Betrag eines Theiles 1300 Duc.

Probe.

A. erhält	1 Theil	. . .	1300 Duc.
B. -	1 -	+ 200	1500 -
C. -	2 -	+ 200	2800 -
D. -	3 -	+ 400	4300 -
			9900 Duc.

§. 228.

Uebungsbeispiele.

1) Drei Kaufleute legen zu einem gemeinschaftlichen Handel ein: A. 12000 rfl. auf 3 Jahre 6 Mon., B. 9600 rfl auf 2 Jahre 9 Mon., C. 14400 rfl. auf 1 Jahr 3 Mon. Damit gewinnen sie 21600 rfl. Wie viel beträgt der Gewinn eines Jeden?

2) H. Pfau in Hamburg fängt seine Handelsgeschäfte mit 54000 Mark an; nach 4 Monaten tritt E. Specht dazu mit 36000 Mark. Am Ende des Jahres findet sich beim Abschlusse der Bücher ein Verlust von 12000 Mark 10 Schill. Wie viel beträgt der Verlust eines Jeden?

3) Ein londoner Kaufmann hinterläſst drei Söhne und ein Vermögen von 1050 Lsterl., welches sie so unter sich theilen sollen, daſs der jüngste 50 L. mehr bekomme als der mittlere, und dieser 50 L. mehr als der älteste. Wie viel kommt auf Jeden?

4) K. in Bremen verordnet in seinem letzten Willen, daſs sein nach dem Tode hinterlassenes Vermögen unter die Wittwe und 6 Kinder, von welchen drei über 18 Jahre alt sind, folgendermaſsen vertheilt werden soll: Die Wittwe erhält 3500 Rthlr. Eingebrachtes voraus; die jüngsten Kinder, von welchen W. 4 Jahre, R. 6 Jahre und L. 9 Jahre alt ist, erhalten für jedes, an vollen 18 Jahren noch fehlendes Jahr 125 Rthlr. zur Erziehung vor den übrigen voraus. Nach des Vaters Tode findet sich ein Vermögen von 38095 Rthlr. Wie viel wird der Antheil eines Jeden betragen?

Anmerk. Eigentlich sollten nun sogleich, wegen ihrer zur Gesellschaftsrechnung sich qualifizirenden Eigenschaften, die Gold- und Silber- und Vermischungsrechnung folgen; um aber in einer kaufmännischen Arithmetik diesen Rechnungsarten recht schickliche Plätze anzuweisen, so muſs ich dieselben mit in den zweiten Cursus aufnehmen.

Achtzehnter Abschnitt.

Niedere und höhere Praktik.

§. 229.

Die sogenannte wälsche Praktik soll, wie schon das Beiwort anzuzeigen scheint, ursprünglich aus Italien abstammen, wo die Handlung, und folglich auch die dazu nöthigen Wissenschaften früher bekannt und mehr betrieben wurden, als in Teutschland. Allein jetzt könnte man wohl jenes Beiwort füglich weglassen, weil sie in neueren Zeiten, durch die Bemühungen teutscher Arithmetiker, eine ganz andere Gestalt bekommen hat.

Der Name Praktik kommt von dem griechischen Worte *πρακτειν* und dem davon abgeleiteten *πρακτικος* her, welches eine Fertigkeit in Verrichtung einer Sache bezeichnet. Die Praktik ist daher, im arithmetischen Sinne des Wortes, eine Fertigkeit, die vorkommenden Aufgaben auf die möglichst kürzeste und vortheilhafteste Art zu berechnen.

§. 230.

Sie, die Praktik unterscheidet sich vornämlich dadurch von der gemeinen Regel de tri, daſs sie nicht, so wie die letztere, bei Ausmittelung des Products der mittleren Glieder eines Proportionssatzes, einzig und allein der eigentlichen und wahren Multiplication sich bedient, sondern allemal entweder ganz, oder doch zum Theil der Multiplication mit Brüchen. Daher verwandelt sie häufig und überall, wo es mit Vortheil geschehen kann, die in der Aufgabe vorgetragenen ganzen Zahlen in Bruchtheile höherer Sorten, z. B. der in ganzen Zahlen angegebenen Pfunde in Bruchtheile eines Steines, Zentners, Pudes u. s. w.; oder der in ganzen Zahlen angegebenen Groschen, Schillinge, Stüver u. s. w. in Bruchtheile eines Thalers, einer Mark, eines Guldens u. s. w. Durch diese Reduction geht nach Art und Weise der Praktik jene Regel (§. 172) in Erfüllung, der zu Folge das erste Verhältniſs der Proportion immer einerlei Benennung haben, oder auf solche gebracht werden muſs.

Da die Praktik bei allen ihren Operationen auf die vortheilhafteste Kürze abzielt, so ist sie besonders dem Kaufmanne, der in seinem Wirkungskreise einer kurzen Rechnungsmethode vorzüglich bedarf, sehr zu empfehlen; und dies um so mehr, da sich die Bemerkung: mit je mehr Zahlen man rechne, desto leichter sey man Irrthümern ausgesetzt, sehr oft bestätigt. Nur hüte man sich, auf die so genannte wälsche Praktik zu viel Vertrauen zu setzen, wie viele mechanische Rechner zu thun pflegen; denn in manchen Fällen ist sie ein bloſs sinn-

reicher Umweg, und das Resultat kann öfters, nach der gemeinen Regel de tri, wenn auch nicht mit so wenig Zahlen, doch gewiſs mit weniger Mühe gefunden werden. Eine gewisse, jedem Rechner sehr nothwendige arithmetische Beurtheilungskraft und Geistesgegenwart wird und muſs bei den vorgelegten Aufgaben entscheiden, ob dieselben so oder so am leichtesten und vortheilhaftesten berechnet werden können.

§. 231.

Um auch hier einen natürlichen Uebergang von leichtern zu schwerern Berechnungen zu beobachten, so wollen wir diesen Abschnitt in zwei Theile, nämlich in die niedere und höhere Praktik eintheilen, und sogleich mit der erstern den Anfang machen.

A. Niedere Praktik.

Zu dieser rechne ich alle so geeignete Aufgaben, wo sich die kleineren Sorten immer sehr leicht als einfache Theile von der höheren Sorte annehmen lassen.

Ehe ich aber einige besonders häufig vorkommende Fälle mit Beispielen erläutere, muſs ich einen Jeden bitten, sich die hier beigefügte Tabelle durch fleiſsiges Durchlesen recht bekannt zu machen. Sie enthält gleichsam die Elemente der Praktik. Oben an stehen die Reductionszahlen, welche bei den verschiedenen Münz-, Maas- und Gewichtseintheilungen am häufigsten vorkommen. Durch Uebung kann man bald eine solche Fertigkeit erlangen, um sogleich aus dem Kopfe die kleineren Zahlen als einfache Theile der oberen Reductionszahl

Tabellarisches Verzeichniſs

der einfachen Theile solcher Reductionszahlen, welche bei den verschiedenen Münz-, Maas- und Gewichtseintheilungen am häufigsten vorkommen.

10		12		15		16		18		20		24		30	
5	$\frac{1}{2}$	6	2	5	3	8	2	9	2	10	2	12	2	15	2
2	$\frac{1}{5}$	4	3	3	5	4	4	6	3	5	4	8	3	10	3
1	$\frac{1}{10}$	3	4	$7\frac{1}{2}$	2	2	8	3	6	4	5	6	4	6	5
$3\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	2	6	$2\frac{1}{2}$	6	$5\frac{1}{3}$	3	2	9	2	10	4	6	5	6
$2\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	8	$1\frac{1}{2}$	10	$3\frac{1}{5}$	5	$4\frac{1}{2}$	4	$6\frac{2}{3}$	3	3	8	3	10
$1\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{4}$	16	$1\frac{1}{4}$	12	$1\frac{1}{3}$	12	$2\frac{1}{4}$	8	$3\frac{1}{3}$	6	2	12	2	15
$1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$							$1\frac{1}{2}$	12	$2\frac{1}{2}$	8	$2\frac{2}{3}$	9	$7\frac{1}{2}$	4
								$1\frac{1}{8}$	16	$1\frac{1}{4}$	16	$1\frac{1}{2}$	16	$3\frac{3}{4}$	8
												$1\frac{1}{3}$	18	$2\frac{1}{2}$	12

32		36		40		48		60		72		90	
16	2	18	2	20	2	24	2	30	2	36	2	45	2
8	4	12	3	10	4	16	3	20	3	24	3	30	3
4	8	9	4	8	5	12	4	15	4	18	4	18	5
2	16	6	6	5	8	8	6	12	5	12	6	15	6
		4	9	4	10	6	8	10	6	9	8	10	9
		3	12	2	20	4	12	6	10	8	9	9	10
		2	18	$3\frac{1}{3}$	12	3	16	5	12	6	12	6	15
		$4\frac{1}{2}$	8	$2\frac{1}{2}$	16	2	24	4	15	4	18	5	18
		$2\frac{1}{4}$	16	$1\frac{1}{4}$	32	$1\frac{1}{2}$	32	3	20	3	24	3	30
		$1\frac{1}{2}$	24					2	30	2	36	$22\frac{1}{2}$	4
								$7\frac{1}{2}$	8	$4\frac{1}{2}$	16	$11\frac{1}{4}$	8
								$6\frac{2}{3}$	9	$2\frac{1}{4}$	32	$7\frac{1}{2}$	12
								$2\frac{1}{2}$	24	$1\frac{1}{2}$	48	$4\frac{1}{2}$	20
								$1\frac{1}{2}$	40	$1\frac{1}{3}$	54		
								$1\frac{1}{4}$	48				

96		100		110		112		128		132	
48	2	50	2	55	2	56	2	64	2	66	2
32	3	25	4	22	5	28	4	32	4	33	4
24	4	$12\frac{1}{2}$	8	11	10	16	7	16	8	22	6
16	6	10	10	10	11	14	8	8	16	11	12
12	8	$6\frac{1}{4}$	16	5	22	7	16	4	32	6	22
8	12	5	20	$27\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{2}$	32	2	64	3	44
6	16	$2\frac{1}{2}$	40	$13\frac{3}{4}$	8					$16\frac{1}{2}$	8
4	24	$33\frac{1}{3}$	3	$5\frac{1}{2}$	20					$8\frac{1}{4}$	16
3	32			$2\frac{3}{4}$	40					$5\frac{1}{2}$	24
2	48									$4\frac{1}{8}$	32
$1\frac{1}{2}$	64										

Anmerkung. **Zur Erleichterung des Satzes sind die respectiven Theile von der Reductionszahl 12 an mit ganzen Zahlen angezeigt worden; die 4 neben der 3 unter der Reductionszahl 12 bedeutet daher den vierten Theil.**

richtig bestimmen zu können. Sind es gemischte Brüche, die man als einfache Theile der Reductionzahl annehmen will, so bedient man sich, um dies zu erfahren, ebenfalls der Division. Will ich z. B. wissen, was $7\frac{1}{2}$ Kreuzer von der Reductionszahl 60 für ein Theil sey, so finde ich die Antwort $\frac{1}{8}$ oder der 8te Theil durch diese Berechnung:

$$\frac{7\frac{1}{2} \quad : \quad 60}{15 \quad : \quad 120 = 8} \qquad \text{Oder: } \frac{7\frac{1}{2}}{60}\Big|\frac{\overset{15}{15}}{120}\Big|\frac{1}{8}$$

In den folgenden §§. werde ich einige verschiedene Fälle der niederen Praktik durch passende Beispiele zu erläutern suchen.

§. 232.

a) *Wenn das zweite Glied als ein bequemer Theil vom ersten angesehen werden kann.*

Hier untersucht man zuerst, was für ein Theil das zweite Glied vom ersten sey, und multiplizirt dann das dritte Glied mit dem Bruche, welcher diesen Theil anzeigt. Z. B.

1) Was kosten in Leipzig $2\frac{1}{2}$ Ries Schreibpapier, wenn der Ballen (von 10 Ries) 33 Rthlr. 8 Gr. gilt?

1 Blln. : $2\frac{1}{2}$ Rs. = 33 Rthlr. 8 Gr. : x

$\frac{1}{4}$ x = 8 Rthlr. 8 Gr.

Regelmäſsig müſste hier vor der wirklichen Berechnung das erste Verhältniſs unter einerlei Benennung gebracht werden, und es würde dann heiſsen: 10 Rs. : $2\frac{1}{2}$ Rs.; allein die Praktik erspart die Division durch das erste Glied, indem sie die Einheit der höheren Sorte in demselben unverändert läſst, und die im zweiten Glie-

de enthaltene niedere Sorte als einen Theil des ersten betrachtet. Da nun (nach der beigefügten Tabelle) $2\frac{1}{2}$ Ries der 4te Theil von 10 Ries oder von 1 Ballen ist, so beträgt auch die Zahlung für $2\frac{1}{2}$ Ries nur den 4ten Theil von dem, was 1 Ballen kostet.

2) Wie viel werden in Berlin 8 Loth Karmin betragen, wenn das Pfund 83 Rthlr. 16 Gr. gilt?

1 Pfd. : 8 Loth = 83 Rthlr. 16 Gr. : x

$\frac{1}{4}$ x = 20 Rthlr. 22 Gr.

3) Wenn in Petersburg der Berkowitz Hanf 53 Rubel gilt, wie theuer kommen 5 Pud?

1 Brkw. : 5 Pud = 53 Rub. : x

2)

$\frac{1}{2}$ x = 26 Rub. 50 Kop.

4) Was betragen in Moskwa $1\frac{1}{4}$ Pud Seifentalg à 49 Rubel der Berkowitz?

1 Brkw. : $1\frac{1}{4}$ Pud = 49 Rub. : x

8)

$\frac{1}{8}$ x = 6 Rub. $12\frac{1}{2}$ Kop.

5) Wenn in Bremen 100 Pfd. Mandeln 26 Rthlr. 32 Grot kosten, wie viel wird man für 25 Pfd. bezahlen müssen?

100 Pfd. : 25 Pfd. = 26 Rthlr. 32 Gt. : x

4)

$\frac{1}{4}$ x = 6 Rthlr. 44 Gt.

6) Was kosten in Hamburg $12\frac{1}{2}$ Pfd. Lakritzensaft, à 76 Mk. 8 Schill. die 100 Pfunde?

100 Pfd. : $12\frac{1}{2}$ Pfd. = 76 Mk. 8 Schill. : x

8)

$\frac{1}{8}$ x = 9 Mk. 9 Schill.

§. 233.

Uebungsbeispiele.

Was kosten in

Braunschweig:

1)	5 Ries Schreibpapier	à	31½	Rthlr. der Ballen?	
2)	8 Loth Cochenille	à	6	-	18 Ggr. das Pfd?
3)	57 Pfd. Rosinen	à	11½	-	d. Znt. v. 114 Pfd.?
4)	28½ - Mandeln	à	14	-	20 Ggr. - - - ?
5)	14¼ - Syrup	à	9	-	- - - - - ?
6)	7½ Elle Leinwand	à	12	-	12 - das Schock.?

Bremen:

7)	25 Pfd. Fernambukholz	à	21	Rthlr. die 100 Pfd.?	
8)	50 - Japan. Holz	à	9	-	36 Gt. - - ?
9)	12½ - Alaun, engl.	à	8	-	32 - - - ?
10)	6¼ - dito, dän.	à	6	-	16 - - - ?
11)	4 Tonnen schwed. Häringe	à	48	-	d. Last v. 12 T.?
12)	8 Scheffel Weizen	à	105	-	- - v. 40 Schff.?

Hamburg:

13)	12½ Pfd. Mandeln	à	65½	Mk. die 100 Pfd.?
14)	28 - Rüböl	à	54	- d. Zentn. v. 112 Pfd.?
15)	56 - Hanföl	à	46½	- - - - - - ?
16)	25 Ellen Leinwand, westph.	à	27½	Rthlr. die 100 Ellen?
17)	27½ Pfd. Stahl, schmalk.	à	35	Mk. d. Fass v. 110 Pfd.?
18)	4 Tonnen Pech	à	84	Rthlr. d. Last v. 12 Tonn.?
19)	1½ - Theer	à	82	- - - - - - ?

§. 234.

b) *Wenn das zweite Glied mehr beträgt als das erste, und wenn + oder ÷ vortheilhaft angewendet werden kann.*

Die hieher gehörigen Aufgaben enthalten gewöhnlich eine doppelte Multiplication, nämlich mit einer ganzen Zahl und mit einem Bruche. Das Product aus einem der mittleren Glieder und dem Bruche wird, wenn dieser das + Zeichen hat, zu dem Producte der ganzen Zahl addirt, und wenn derselbe das ÷ Zeichen

hat, von dem Producte der ganzen Zahl abgezogen. Z. B.

1) Was betragen in Lissabon 17 Arroben 16 Pfd Kaffee, wenn die Arrobe (von 32 Pfd.) 5918 Rees gilt? Antwort 17 + $\frac{1}{2}$ mal so viel.

1 Arr.	:	17 Arr. 16 Pfd.	=	5918 Rees	:	x
				41426		
				2959		
			x =	103565 Rees.		

2) Wenn in Bremen 100 Pfd. Mandeln 26 Rthlr. 32 Grot kosten, was betragen 1250 Pfd?

100 Pfd.	:	12\|50 Pfd.	=	26 Rthlr.	32 Gt.	:	x
1		+ $\frac{1}{2}$					(12
				317 -	24 -		
				13 -	16 -		(+ $\frac{1}{2}$
			x =	330 Rthlr.	40 Gt.		

Die Praktik denkt sich hier die 100 Pfd. nicht als so viel einzelne Pfunde, sondern vielmehr als die Einheit eines Hundertpfundgewichts oder Zentners. Da nun das zweite Glied 12 solcher Zentner enthält, so beträgt die Zahlung 12 mal so viel; allein es sind noch 50 Pfd. darüber, und diese sind von 100 Pfd. die Hälfte; folglich macht der ganze Betrag nicht nur 12 mal, sondern noch $\frac{1}{2}$ mal so viel dazu, als die 100 Pfd. kosten. — Den Betrag von 12 mal 32 Grot kann man auf folgende Art leicht finden, indem man entweder den Multiplicator 12 gegen die Reductionszahl 72 wegschafft, als $\frac{12 \times 32}{72} = \frac{32}{6} = 5\frac{1}{3}$ Rthlr. oder indem man die 32 Gt. für $\frac{4}{9}$ Rthlr. annimmt, und dann $12 \times \frac{4}{9} = \frac{48}{9} = 5\frac{1}{3}$ Rthlr. erhält.

3) Was kosten in Hamburg 512$\frac{1}{2}$ Pfd. Lakritzensaft à 76 Mark 8 Schill. die 100 Pfd.?

100 Pfd. : 5|12½ Pfd. = 76 Mk. 8 Schill. : x
1 + ⅛ (5
382 - 8 -
9 - 9 - (+ ⅛
x = 393 Mk. 1 Schill.

4) Wenn Amsterdam 100 Pfd. Wallfischbarten für 165 fl. gibt, was betragen 775 Pfd.?

100 Pfd. : 7|75 Pfd. = 165 fl. : x
1 + ¾ (8
8 ÷ ¼ 1320 -
41 - 5 - (÷ ¼
x = 1278 fl. 15 Stvr.

Da 75 Pfd. = ¾ von 100, so nimmt man in diesem Falle die 7 + ¾ lieber für 8 ÷ ¼ an, berechnet dann den ¼mal von 100 zu viel angenommenen Betrag (41 fl. 5 Stüv.) und zieht denselben von dem 8maligen Producte ab.

5) Gesetzt aber, man kaufte 997½ Pfd. Wallfischbarten zu dem nämlichen Preise, was betragen diese?

100 Pfd. : 9|97½ Pfd. = 165₀ fl. : x
1 10 ÷ 2½ Pfd. 4 - 2 - 8 - (÷ $\frac{1}{40}$
$\frac{1}{40}$ v. 100 x = 1645 fl. 17 Stvr. 8 Pf.

997½ Pfd. betragen beinahe 10hundert Pfd., es fehlen nur noch 2½ Pfd., da aber diese, nach der obigen Tabelle, ein bequemer Theil von 100 sind, nämlich der 40ste Theil, so nimmt man gleich den Betrag der Waare für 10mal so viel an, (durch Hinzufügung einer Null,) sucht den zu viel angenommenen 40sten Theil von 165, welcher 4 fl. 2 Stüv. 8 Pf. ist, und zieht denselben von dem 10fachen Producte ab.

6) Was kosten in Halberstadt 4 Pfd. 28 Loth Karmin à 96½ Rthlr. das Pfund?

1 Pfd. : 4 Pfd. 28 Lth. = $96\frac{1}{2}$ Rthlr. : x
$4 + \frac{7}{8}$ Pfd. oder 482 - 12 - (5
$5 \div \frac{1}{8}$ 12 - 1 - 6 - ($\div \frac{1}{8}$
x = 470 Rth. 10 Gr. 6 Pf.

7) Wenn in Bremen die Last Roggen 135 Rthlr. gilt, was betragen 11 Last 35 Scheffel? (1 Last = 40 Schffl.)

1 Lst. : 11 Lst. 35 Schffl. = 135 Rthlr. : x
12 $\div$ 5 Schffl. 1620 - (12
$\div \frac{1}{8}$ 16 - 63 - ($\div \frac{1}{8}$
x = 1603 Rthlr. 9 Gt.

8) Wie viel betragen in Leipzig 14 Ballen $7\frac{1}{2}$ Ries Schreibpapier à 26 Rthlr.?

1 Blln. : 14 Blln. $7\frac{1}{2}$ Rs. = 26 Rthlr. : x
15 B. — $2\frac{1}{2}$ R. ~~130~~ -
— $\frac{1}{4}$ ~~6~~ - ~~12~~ -
123 - 12 -
x = 383 Rthlr. 12 Gr.

15 Ballen würden 15mal 26 Rthlr. = 390 Rthlr., oder in einzelnen Producten 260 + 130 Rthlr. betragen; hiervon aber gehen 6 Rthlr. 12 Gr., als der Betrag des zu viel angenommenen $\frac{1}{4}$ Ballen, wieder ab, welche von dem einzelnen Producte 130 abgezogen worden.

Ist der Preis von einem Zentner bekannt, und hat man dann noch eine gewisse Anzahl Pfunde zu berechnen, so kann man auch entweder den zehnten oder eilften Theil zum Grunde legen, und die übrigen Pfunde darnach berechnen.

9) 1 Zentn. Mandeln kostet 33 Rthlr. 14 Gr. 8 Pf., was kosten 4 Zentn. und 62 Pfd.?

1 Zentn. : 4 Zentn. 62 Pfd. = 33 Rth. 14 Gr. 8 Pf. : X

10	$\frac{1}{11}$	11) 134	10	8	(4
50	5mal mehr	3	1	4	
2	$\frac{1}{5}$mal 10	15	6	8	(5
		(5 —	14	8	
		153 Rth.	9 Gr.	4 Pf.	

Hier werden die 62 Pf. in 10, 50 und 2 Pfd. zerstreut; 10 Pfd. sind von 1 Zentn. der 11te Theil, 50 Pfd. sind 5mal mehr, und 2 Pfd. sind von 10 Pfd. der 5te Theil. Uebrigens hatte man auch die 62 in 55 + 5 + 1 + 1 Pfd. zerstreuen können.

Will man Pfunde auf Steine à 22 Pfund zerfällen, so legt man 2 Pfd. als den bequemsten Theil von 1 Stl. zum Grunde, und bestimmt den Rest nach diesem 11ten Theil.

10) Was kosten 15 Pfd. Talg, wenn der Stein 3 Rthlr. 16 Gr. kostet?

1 Stl. : 15 Pfd. = 3 Rth. 16 Gr. : x

2	$\frac{1}{11}$	11) —	8	
12	6 mal mehr	2	—	(6
1	$\frac{1}{2}$ von 2	2) —	4	
		2 Rth.	12 Gr.	

§. 235.

Uebungsbeispiele.

Was kosten in

Amsterdam:

1) 2025 Pfd. Rosinen à 23½ fl. die 100 Pfd.?
2) 1212½ Pfd. detti à 19¼ - - - - - ?
3) 806¼ Pfd. Feigen à 21¾ - - - - ?
4) 1175 Ell. Leinwand, Osnabr. à 28 Rthlr. d. 100 Ell.?
5) 9 Schpfd. 2½ Lspfd. Flachs à 56 fl. d. Schpfd. v. 20 Lspfd?
6) 15 - 1¼ - Hanf à 67 - - - - - - - ?

Cadix:

7) 114 Pfd. 4 Unzen Indigo à 38 Rpta. d. Pfd. v. 16 Unz.?

8) 112 Pfd. 2 Unz. Saffran à 76 Rpta. d. Pfd. v. 16 Unz.?
9) 39 - 15 - dito à 73 - - - - - - ?
10) 1490 - Baumwolle à 45 Pesos die 100 Pfd. ?
11) $1187\frac{1}{2}$ - dito à $46\frac{1}{2}$ - - - - ?
12) 119 Arrob. $12\frac{1}{2}$ Pfd. Pomeranz. à 23 Rpta. d. Arr. v. 25 Pfd. ?

Danzig:

13) 8 Schpfd. $7\frac{1}{2}$ Stn. Pottasche à 53 fl. 15 Gr. d. Spfd. v. 10 St.?
14) 12 Lst. $7\frac{1}{2}$ Schffl. Roggen à 362 - d. Lst. v. 60 Schffl. ?
15) 14 - 55 - dito à 395 - - - - - - ?
16) 19 - 45 - Gerste à 266 - - - - - - ?
17) 7 - $52\frac{1}{2}$ - Weizen à 436 - - - - - - ?
18) 3 Zentn. 105 Pfd. Salpeter à $104\frac{1}{2}$ fl. d. Ztn. v. 120 Pfd.?

Leipzig.

19) 3 Pfd. 30 Lth. Karmin à 97 Rthlr. 16 Gr. d. Pfd. ?
20) 65 - 28 - Cochenille à 15 - 19 - - - ?
21) 19 Groſs $10\frac{1}{2}$ Duz. Tabakspf. à 3 Rt. 11 Gr. d. Gſs. v. 12 D.?
22) 8 Zentn. $27\frac{1}{2}$ Pfd. Baumöl à 34 Rth. d. Znt. v. 110 Pfd. ?
23) 9 - $96\frac{1}{4}$ - Pfeffer à $52\frac{3}{4}$ - - - - - - - ?
24) 7 Wisp. 22 Schffl. Weizen à 54 - d. Wsp. v. 24 Schffl.?

Lissabon:

25) 109 Arrob. 8 Pfd. Sassaparille à 9210 Rs. d. Ar. v. 32 Pfd.?
26) 104 - 24 - Cacao à 5126 - - - - - - - ?
27) 391 - 4 - Kaffee à 5890 - - - - - - - ?
28) 102 Moyo 20 Alqueire Salz à 1786 Rs. d. Moyo v. 60 Alq.?
29) 1004 - $7\frac{1}{2}$ - dito à 1812 - - - - - - - ?
30) 300 Arr. 30 Pfd. Blättertab. à 1985 - die Arrobe?

Magdeburg.

31) 8 Ztn. 85 Pfd. Kaffee à 98 Rthlr. 13 Gr. d. Zentn. v. 110 Pfd.?
32) 78 Pfd dito à 60 - 12 - - - - - - ?
33) 8 Pfd. 26 Lth. 2 Qt. Candis à 15 Gr. 8 Pf. 1 Pfd.?
34) 9 Metz. Hirse à 17 Rthlr. 8 Gr. 1 Schffl.?
35) 13 - Leinsaamen à 3 Rthlr. 8 Gr. 1 Schffl ?
36) 20 Schffl. Gerste à 23 - 18 - 1 Wisp.?

§. 236.

c) *Wenn man das dritte Glied mit dem zweiten in Gedanken verwechselt, und den Multiplicanden zum Multiplicator macht.*

In den bisherigen Beispielen multiplizirten wir das dritte Glied mit dem zweiten, als dem

wahren Multiplicator; allein da es bekanntlich (§. 25 u. 76) ganz einerlei ist, welchen von den beiden Factoren man zum Multiplicator macht, so ist uns gewiſs der bei dieser Wahl hervorleuchtende Eigennutz gern zu verzeihen, wenn wir diese Würde demjenigen ertheilen, von welchem wir uns die gröſsten Vortheile versprechen. Nicht Alle, welche Aemter und Würden zu vertheilen haben, sind so glücklich als wir, indem wir die uns dadurch erwachsenden Vortheile mit Gewiſsheit voraussehen und bestimmen können. Auch ein Anfänger im Rechnen sieht sogleich ein, daſs wenn 18 mit 345 multiplizirt werden soll, 18 einen bequemeren und leichteren Multiplicator abgibt, als 345. Gesetzt es würde zu wissen verlangt, wie theuer in Bremen 345 Pfd. Tabak kommen, das Pfd. zu 18 Grot, so würde die dem buchstäblichen Sinne der Aufgabe angemessene Berechnung folgende seyn:

1 Pfd. : 345 Pfd. = 18 Grt. : x
345
———
90
72
54
———
72 : 6210 | 86 Rthlr. 18 Grt.
576
———
450
432
———
18

Allein auf einem kürzern Wege läſst sich eben dasselbe Resultat finden, wenn man den Multiplicanden zum Multiplicator macht, nämlich also:

1 Pfd. : 345 Pfd. = 18 Grt. : x
2760
———
6210 Grt. = 86 Rthlr. 18 Grt.

Noch kürzer und leichter aber wird die Berechnung, wenn man das dritte Glied als einen Theil der höheren Geldsorte, in welcher man das Resultat zu wissen verlangt, annimmt. Da nun 18 Grt. = $\frac{1}{4}$ Rthlr. und 1 Pfd. $\frac{1}{4}$ Rthlr. kostet, so kommen 345 Pfd. 345 × $\frac{1}{4}$ Rthlr. oder den 4ten Theil von 345 Rthlr.

Die leichte Berechnung ist diese:

1 Pfd. : 345 Pfd. = 18 Grt. : x
4) ——— $\frac{1}{4}$ Rthlr.
x = 86 Rthlr. 18 Grt.

Eben das jetzt Vorgetragene gilt auch von nachstehenden Aufgaben.

1) Wenn in Ebersdorf das Pfund Butter 6 Ggr. gilt, was betragen nach diesem Preise 159 Pfund?

1 Pfd. : 159 Pfd. = 6 Ggr. : x
4) ——— $\frac{1}{4}$ Rthlr.
x = 39 Rthlr. 18 Ggr.

2) Was betragen in London 319$\frac{1}{2}$ Pfd. Indigo à 4 Schill. sterl.?

1 Pfd. : 319$\frac{1}{2}$ Pfd. = 4 S. : x
4) ——— $\frac{1}{5}$ L.
63 L. 18 S.

3) Was betragen in Königsberg 8$\frac{1}{2}$ Zentn. Rosinen à 10 Gr. das Pfd.?

1 Pfd. : 8$\frac{1}{2}$ Zentn. = 10 Gr. : x
———
880 $\frac{1}{3}$ fl.
55
———
935
3) ———
x = 311 fl. 20 Gr.

§. 237.

Besteht das dritte Glied, als erwählter Multiplicator, aus mehr als einer Sorte, so kann

man *auch hier* + und ÷ sehr vortheilhaft anwenden. Z. B.

1) Wenn in Leipzig das Pfd. Kanaster 1 Rthlr. 8 Gr. gilt, was kosten $2\frac{1}{2}$ Zent. oder 275 Pfund?

1 Pfd. : 275 Pfd. = 1 Rthlr. 8 Gr. : x
91 - 16 - $\frac{1}{3}$
x = 366 Rthlr. 16 Gr.

Kostete das Pfd. 1 Rthlr., so betrügen 275 Pfd. auch gerade so viel Rthlr.; da aber das Pfd. 8 Gr. mehr gilt, so kosten 275 Pfd. so viele drittel Rthlr. mehr.

2) Was kosten in Hamburg $1624\frac{1}{4}$ Pfund Gummi à 36 Schill.?

1 Pfd. : $1624\frac{1}{4}$ Pfd. = 36 Schill. : x
(2
3248 - 8 - 2 Mk. + $\frac{1}{4}$
406 - 1 - (+ $\frac{1}{4}$
x = 3654 Mk. 9 Schill.

3) Wie viel betragen in Königsberg 197 Stück Friedrichsd'or à 16 fl. 15 Gr.?

1 Frd'or : 197 Frd'or = 16 fl. 15 Gr. : x
1182 - $\frac{1}{2}$
98 - 15 -
x = 3250 fl. 15 Gr.

4) Wenn in Petersburg das Pud Taback 290 Kopeken gilt, was kosten $87\frac{1}{2}$ Pud.?

1 Pd. : $87\frac{1}{2}$ Pd. = 290 Kop.
(3
262 - 50 - 3 Rub. ÷ 10 Kop.
8 - 75 - (÷ $\frac{1}{10}$ ÷ $\frac{1}{10}$ Rub.
x = 253 Rb. 75 Kop.

290 Kopeken sind 2 Rub. 90 Kop. oder 3 ÷ $\frac{1}{10}$ Rubel.

5) In London kostet der Zentn. weiſser Ing-

ber 76 Schill. sterl., wie theuer kommen $31\frac{3}{8}$ Zentner?

1 Zentn.	:	$31\frac{3}{8}$ Zentn. (4	=	76 S.
		125 - 10 -		4 L. ÷ 4 S.
		6 - 5 - 6 -		÷ $\frac{1}{5}$
x = 119 Ls. 4 S. 6 D.				

6) Wenn in Amsterdam das Pfund Kaneel 116 Stüver kostet, wie theuer kommen $86\frac{3}{4}$ Pfund?

1 Pfd.	:	$86\frac{3}{4}$ Pfd. (6	=	116 Stüv.	:	x
		520 - 10 -		6 ÷ $\frac{1}{5}$ fl.		
		17 - 7 - (÷ $\frac{1}{5}$				
x = 503 fl. 3 Stüv.						

§. 238.

Uebungsbeispiele.

Was kosten in

Augsburg:

1) 3 Pfd. 5 Unzen Karmin à 5 fl. 15 Xr. die Unze ?
2) $53\frac{1}{2}$ - Cochenille à 10 - 45 - d. Pfd. ?
3) 78 - Galgant à $1\frac{1}{4}$ fl. - - ?
4) $231\frac{1}{4}$ - Indigo à 6 fl. 50 Xr. - - ?
5) $108\frac{3}{4}$ - Thee Pecco à 3 - 12 - - - ?

Bordeaux:

6) 1296 Pfd. Kaffee, Mokka à 195 Cent. d. Pfd. ?
7) 2137 - dito, Martin. à 150 - - - ?
8) 517 - Cacao à 105 - - - ?
9) $683\frac{1}{4}$ - Thee Congo à 325 - - - ?
10) $91\frac{1}{2}$ Zent. Stahl, teutscher à 59 Fr. 80 Cent. d. Zent. ?

Breslau:

11) 117 Schock Ell. Leinwand à 19 Rthlr. 24 Sgr. d. Schock?
12) $16\frac{5}{8}$ Stein Baumöl à 9 - 28 - d. Stn.?
13) 385 Pfd. Fischbein von $\frac{8}{4}$ à 10 Sgr. d. Pfd.?
14) 123 - Zimmt à 25 - - - ?
15) $167\frac{1}{2}$ - Lignum sanctum à 70 - - - ?

Kopenhagen:

16) 192 Paar isländ. Strümpfe à 24 Schill. das Paar ?
17) $245\frac{1}{4}$ Pfd. Eiderdunen à 3 Rthlr. 72 Schill. d. Pfd. ?
18) 693 - Elephantenz., kleine à 1 Rthl. 32 Schl. d. Pfd.?
19) $113\frac{1}{4}$ - Nelken à 1 - 16 - - - ?
20) 58 Tonnen Heeringe, Dronth. à 9 - 84 - d. Ton.?

London:

21) $41\frac{3}{8}$ Zent. Kaffee, St. Domingo à 98 Schl. sterl. d. Ztn. ?
22) $67\frac{3}{4}$ - Reiſs, Karolina à 38 - - - - ?
23) 278 Pfd. Baumwolle à $2\frac{1}{2}$ Schl. sterl. d. Pfd.?
24) $85\frac{1}{2}$ - Nelken à 4 - - - - ?
25) 327 Quart. Weizen à 85 - - d. Quart.?

St. Petersburg:

26) 316 Pud Eisen à 190 Kopeken?
27) $97\frac{1}{2}$ - Taback à 280 - ?
28) $98\frac{3}{4}$ - Hanföl à 450 - ?
29) $57\frac{1}{2}$ - Leinöl à 490 - ?
30) 143 - Speciesdukaten à 275 Kopeken?

§. 239.

d) *Wenn man die mittleren Glieder so verwechselt, daſs man die Waare für Geld, und dieses für die Waare nimmt.*

In Beziehung auf das, was bereits oben, besonders §. 76 und 174 hierüber gesagt worden ist, wird Jeder einsehen, daſs man bei dieser, dem wahren Sinne der Aufgabe zwar ganz zuwider laufenden, und folglich verkehrten, Vorstellungsart doch weit kürzer zum Ziele gelange, und daſs in der arithmetischen Praxis die Anwendung eines verkehrten Mittels erlaubt, und der kürzere Weg jederzeit vorzuziehen ſey. Sollen wir z. B. berechnen, wie theuer in Leipzig 24 Pfd. Rosinen kommen, das Pfd. zu $3\frac{1}{2}$ Ggr., so würde dem wahren Sinne der Aufgabe gemäſs das Resultat $24 \times 3\frac{1}{2}$ Ggr. betragen. Kehren wir aber die Benennung der mittleren Glieder um, und nehmen an, 1 Pfd. koste 24 Ggr.,

was $3\frac{1}{2}$ Pfd.? so hat man, da 24 Ggr. = 1 Rthlr. bloſs zu berechnen, wie viel $3\frac{1}{2} \times 1$ Rthlr. ist, welches auch der ungeübteste Rechner aus dem Kopfe wissen wird.

Obgleich diese Aufgabe absichtlich so leicht gewählt worden ist, so werden die folgenden mit beinahe eben so wenig Mühe zu berechnen seyn.

1) Was kosten in Amsterdam 60 Pfd. Kaneel à $116\frac{1}{2}$ Stüv. Bco.?

1 Pfd. : 60 Pfd. = $116\frac{1}{2}$ Stüv. Bco. : x

oder, indem man die mittleren Glieder umkehrt,

1 Pfd. : $116\frac{1}{2}$ Pfd. = 60 Stüv. Bco. : x

(3 3 fl.

x = 349 fl. 10 Stv. Bco.

60 Stüv. = 3 fl., folglich betragen $116\frac{1}{2}$ Pfd. à 3 fl. $116\frac{1}{2} \times 3$ fl. oder, indem man sich auf's neue einer Umkehrung bedient, $3 \times 116\frac{1}{2}$ fl.

Dies Verwechseln der mittleren Glieder aber braucht nicht in der Wirklichkeit, sondern es kann bloſs in Gedanken geschehen.

2) Was kommen in London 200 Pfd. gesiebte Cochenille à 14 Schillinge?

1 Pfd. : 200 Pfd. = 14 S. : x

10 L. x = 140 L.

Nimmt man hier 200 Pfd. für 200 S. oder für 10 L. an, so kosten 14 Pfd. von dieser Waare 14×10 L. oder 10×14 L. d. i. 140 L.

3) Wie theuer kommen in Leipzig 300 Quartier Weinessig à 5 Ggr.?

1 Qrt. : 300 Qrt. = 5 Ggr. : x

12 Rthlr. 12 Ggr.

(5

x = 62 Rthlr. 12 Ggr.

Wenn man weiſs, daſs 100 Ggr. = 4 Rthlr. 4 Ggr., so ist es auch sehr leicht anzugeben, wie viel 300 Ggr. betragen. x = entweder 300 × 5 Ggr. oder 5 × 300 Ggr. oder 5 × 12 Rthlr. + 12 Ggr. d. i. allemal 62 Rthlr. 12 Ggr.

4) Was betragen in Petersburg 320 Arschinen Leinwand à $51\frac{1}{2}$ Kop.?

1 Arsch. : 320 Arsch. = $51\frac{1}{2}$ Kop. : x
(3
3 + $\frac{1}{5}$ Rub. 154 - 50 -
10 - 30 - (+ $\frac{1}{5}$
x = 164 Rub. 80 Kop.

5) Was betragen in Danzig 70 Pfd. Kaffee à $61\frac{1}{2}$ Gr.?

1 Pfd. : 70 Pfd. = $61\frac{1}{2}$ Gr. : x
(2
2 + $\frac{1}{3}$ fl. 123 -
20 - 15 - (+ $\frac{1}{3}$
x = 143 fl. 15 Gr.

6) Wie viel erhält man in Breslau für 28 Speciesdukaten à $94\frac{1}{2}$ Sgr.?

1 Duk. : 28 Duk. = $94\frac{1}{2}$ Sgr. : x
6 - 9 -
1 Rthlr. ÷ 2 Sgr.
÷ $\frac{1}{15}$ x = 88 Rthlr. 6 Sgr.

7) Was betragen in Hamburg 92 Pfd. Gummi Tragant à 35 Schill.?

1 Pfd. : 92 Pfd. = 35 Schill. : x
(6
6 Mk. ÷ 4 Schl. 210 -
÷ $\frac{1}{4}$ 8 - 12 -
201 Mk. 4 Schill.

8) Was betragen in Marseille 75 Pfd. Indigo, Louisiana, à 670 Cent.?

1 Pfd. : 75 Pfd. = 670 Cent. : x
1 Fr. ÷ $\frac{1}{4}$ $167\frac{1}{2}$ - (÷ $\frac{1}{4}$
502 Fr. 50 Cent.

§. 240.

Uebungsbeispiele.

Was kosten in

A m s t e r d a m:

1) 40 Pfd. Kaneel à 118½ Stvr. Bco.?
2) 144 - Thee Songlo à 58¼ - Cur.?
3) 62½ - dito Pecco à 114½ - - ?
4) 60 Albertsthaler à 53½ - - ?
5) 18 franz. Laubthaler à 55½ - - ?

D a n z i g:

6) 40 russische Rubel à 131 Gr. danz. Cur.?
7) 84 detti à 129⅓ - - - ?
8) 75 detti à 130¾ - - - ?
9) 100 Speciesdukaten à 384 - - - ?
10) 110 Pfd. Kaffee à 58⅔ - - - ?

F r a n k f u r t a m M a i n:

11) 180 Pfd. Bergblau à 147 Xr. d. Pfd.?
12) 300 - Kaffee, Levant. à 163 - - - ?
13) 75 Goldgulden à 231 - (od. 3 fl. 51 Xr.)?
14) 80 preuss. Currentthaler à 103 - ?
15) 110 dito à 102 - ?

S t. P e t e r s b u r g:

16) 225 Czetwert Roggen à 329 Kopeken?
17) 220 Pud Eisen à 187 - ?
18) 312½ - Taback à 293 - ?
19) 195 span. Piaster à 143½ - ?
20) 97½ Albertsthaler à 141½ - ?
21) 300 Duk. Kremnitzer à 280½ - ?
22) 110 engl. Kronen à 147¾ - ?

R i g a:

23) 120 Pfd. Wachs à 17 Gr. Alberts?
24) 300 - dito à 19 - - ?
25) 180 Speciesdukaten à 193 - - ?
26) 30 detti à 191 - - ?

W a r s c h a u:

27) 65 russ. Rubel à 194 Gr. poln.?
28) 96 detti à 193 - - ?
29) 100 detti à 193½ - - ?
30) 45 detti à 194¼ - - ?

§. 241.

e) *Wenn nach vollendeter Multiplication der mittleren Glieder noch eine Division durch das erste Glied nöthig ist.*

Ist nämlich das erste gleichnamige Verhältniſs so beschaffen, daſs weder der Exponent desselben einen bequemen Multiplicator oder Divisor abgibt, noch daſs man das zweite Glied, nach §. 201 und 203 als einen Theil vom ersten ansehen kann, so multiplicirt man die mittleren Glieder auf die bisher gezeigte Art, und dividirt dann das Product derselben durch das erste Glied. Z. B.

1) Was betragen in Lübeck 2338 Pfd. Mandeln à 61½ Mk. die 100 Pfd.?

100 Pfd. : 2338 Pfd. = 61½ Mk. : x
14028
1169

Mk. 1437|87 × 16
522

Schill. 13|92 × 12

Pf. 11|04
x = 1437 Mk. 14 Schill. ca.

2) Was kosten in Triest 2117 Pfd. Rosinen à 13½ rfl. die 100 Pfd.?

10ø Pfd. : 2117 Pfd. = 13½ rfl. : x
6351
1058 30 -

rfl. 285|79 30 -
60

Xr. 47|7ø
4

Pf. 2|8
x = 285 rfl. 47 Xr. 3 Pf. ca.

3) Wie theuer kommen in Petersburg $263\frac{1}{2}$ Pfund Talg, wenn der Berkowitz von 400 Pfd. 56 Rub. 25 Kop. gilt?

400 Pfd. : $263\frac{1}{2}$ Pfd. = 56 Rub. 25 Kop.

(8 — 2108 — $7 \cdot 8 + \frac{1}{4}$

(7 — 14756

$65\frac{7}{8}$ (+ $\frac{1}{4}$

400 : 148 | $21\frac{7}{8}$

Rub. 37 | $\frac{175}{3200}$ = $5\frac{1}{2}$ Kop. ca.

Uebungsbeispiele.

Was kosten in

Hamburg:

1) 361 Pfd. Mandeln à $73\frac{1}{2}$ Mk. die 100 Pfd.?
2) $7\frac{7}{8}$ Tonnen Theer à $89\frac{5}{6}$ Rthlr. die Last v. 12 Tonnen?
3) $763\frac{1}{2}$ Pfd. Rüböl à $59\frac{1}{2}$ Mk. der Zentn. v. 112 Pfd.?

Leipzig:

4) $437\frac{3}{4}$ Pfd. Fernambuckholz à 28 Rthlr. die 100 Pfd.?
5) $93\frac{5}{8}$ - Baumöl à 36 Rthlr. d. Ztn. v. 110 Pfd.?
6) 50 Pfd. Kaffee, wenn 470 Pfd. für $293\frac{3}{4}$ Rthlr. gekauft worden?

§. 242.

In diesem und den 2 folgenden Paragraphen will ich noch einiger Vortheile erwähnen, welche sich bei vielen vorkommenden Aufgaben leicht anwenden lassen.

a) Besteht eins der mittleren Glieder aus solchen Zahlen, als 10, 20, 30 — 100, 200 — 1000, 2000, 3000 u. s. w., so kann man die Nullen dem andern Gliede geben und die übrig bleibende Zahl als einen Theil der höhern Sorte annehmen. Z. B.

1) Was betragen in Königsberg 8 Zentn. 19 Pfd. Kaffee à 50 Gr. das Pfd.?

1 Pfd. : 8 Zentn. 19 Pfd. = 5|0 Gr. : x

(110 $\frac{1}{6}$ fl.

8990

6)

x = 1498 fl. 10 Gr.

Durch die aus dem dritten Gliede ins zweite gebrachte Null wird letzteres zehnmal vermehrt; da nun das 10fache Product noch mit 5 multiplizirt werden sollte, die 5 Gr. aber gerade $\frac{1}{6}$ fl. sind, so ist der Betrag 8990 × $\frac{1}{6}$ fl. oder der 6te Theil von 8990 fl.

2) Was kosten in Amsterdam 153 Pfd. Thee à 50 Stüver?

1 Pfd. : 1530 Pfd. = 5|0 Stüv. : x

4) $\frac{1}{4}$ fl.

x = 382 fl. 10 Stüv.

3) Was betragen in Bremen 1800 Pfd. Kaffee à 47 Groot?

1 Pfd. : 18|00 Pfd. = 4700 Grt.

$\frac{1}{4}$ Rthlr. 4) 1175 Rthlr.

4) Was kommen in Hamburg 1600 Pfd. Zucker Melis à 26 Pf. fls.?

1 Pfd. : 16|00 Pfd. = 2600 Pf. fls.

$\frac{1}{2}$ Mk. 2) 1300 Mk.

§. 243.

b) Bei Divisionsaufgaben, wo nämlich das zweite oder dritte Glied eine simple Einheit enthält, und folglich keine Multiplication der mittleren Glieder Statt findet, kann man sich, wo es angeht, folgenden Vortheils bedienen:

Man dividire: je nachdem eins der mittleren Glieder Thaler, oder rheinl. Gulden, Pfund Sterling u. s. w. enthält, das erste Glied durch deren Reductionszahl, nämlich durch 24, oder

durch 60, oder 20; mit dem erhaltenen Quotienten dividire man dann das zweite oder dritte Glied. Dadurch erhält man den Betrag der Einheit in der nächst niederen Sorte auf eine sehr leichte und kurze Art. Hierbei aber ist durchaus nothwendig, daſs sich das erste Glied durch die Reductionszahl ohne Rest theilen lasse. Z. B.

1) 48 Ellen Kattun kosten in Leipzig 32 Rthlr., was kostet 1 Elle?

48 Ellen : 1 Elle = 32 Rthlr. : x
24) 2 x = 2) 16 Ggr.

Um 48 in 32 Rthlr. theilen zu können, sollten letztere eigentlich mit 24 zu Ggr. gemacht werden, man hebt daher die Reductionszahl als Multiplicator gegen den Divisor 48 im ersten Gliede auf, und dividirt die 32 als Groschen durch 2. Oder $x = \frac{32 \times 24 \text{ Ggr.}}{48} = \frac{32}{2}$ Ggr. = 16 Ggr.

2) 144 Pfd. Kaffee kosten daselbst 81 Rthlr., wie theuer kommt 1 Pfd.?

144 Pfd. : 1 Pfd. = 81 Rthlr. : x
24) 6 x = 6) $13\frac{1}{2}$ Ggr.

3) 320 Pfd. Zucker Kandis kosten in Amsterdam 184 fl., wie viel Pf. fls. kommt 1 Pfd.?

320 Pfd. : 1 Pfd. = 184 fl. : x
40) 8 x = 8) 23 Pf. fls.

4) In Hamburg kosten 192 Pfd. Kaffee, Surinam, 144 Mk., wie viel Schilling kommt 1 Pfd.?

192 Pfd. : 1 Pfd. = 144 Mk. : x
16) 12 x = 12) 12 Schill.

5) In Augsburg kosten 120 Pfd. Limonienschalen 16 fl., wie theuer kommt das Pfund?

$$\frac{120 \text{ Pfd.}}{2}_{60)} : 1 \text{ Pfd.} = \frac{16 \text{ fl.}}{x = 8 \text{ Xr.}}_{2)} : x$$

6) Was kostet die Arschine Leinwand in Moskwa, wenn 900 Arschinen daselbst 378 Rubel kosten?

$$\frac{900 \text{ Arsch.}}{9}_{100)} : 1 \text{ Arsch.} = \frac{378 \text{ Rub.}}{x = 42 \text{ Kop.}}_{9)} : x$$

§. 244.

c) Kaufleuten en detail möchte vielleicht mit nachstehendem Vortheile, welcher eine kurze Berechnung des Preises von 1 Pfd. enthält, etwas gedient seyn.

So wie er hier gezeigt wird, ist derselbe freilich nur für diejenigen brauchbar, die nach Thaler à 24 guten Groschen zu 12 Pf. rechnen; allein ein nachdenkender Kopf wird leicht im Stande seyn, diesen Vortheil auch auf andere Rechnungsmünzen und Gewichtsverhältnisse anwendbar zu machen.

Die dabei zu beobachtende Regel ist:

Wenn der Zentner (von 110 Pfd.) so oder so viele Thaler kostet, so nehme man den Preis des 1 Zentners für so viele gute Groschen, dividire denselben durch 5 und den Quotienten nochmals durch 11. Die Summe der beiden Quotienten zeigt den Preis eines Pfundes ganz richtig und genau an. Z. B.

1) Wenn in Leipzig der Zentner Pfeffer 65 Rthlr. gilt, wie theuer kommt 1 Pfd.?

Die 65 Rthlr. werden betrachtet als 65 Ggr.

div. durch 5 : 13 -

" " 11 : 1 - $2\frac{2}{11}$

so ist der Preis von 1 Pfd. ganz genau 14 Ggr. $2\frac{2}{11}$ Pf.

2) Was kostet in Magdeburg 1 Pfd. Salpeter, à $43\frac{3}{4}$ Rthlr. d. Zentn.?

110 Pfd. : 1 Pfd. = $43\frac{3}{4}$ Rthlr. : x

5) $8\frac{3}{4}$ = 8 Ggr. 9 Pf.

11) - - $9\frac{6}{11}$ -

x = 9 Ggr. $6\frac{6}{11}$ Pf.

Was die Erklärung dieses Vortheils anbelangt, so läſst sich dieselbe durch das Abbreviren des ersten Gliedes gegen die Reductionszahl 24 im dritten Gliede (der Thaler auf gute Groschen) sehr leicht geben. Abbrevirt man 110 : 24 durch 2, so kommen 55 : 12 = $\frac{12}{55}$; diese aber kann man wieder zerstreuen in $\frac{11}{55}$ + $\frac{1}{55}$ oder in $\frac{1}{5}$ + $\frac{1}{11}$ von dem $\frac{1}{5}$. Anstatt also die Thaler im dritten Gliede mit 24 oder 12 zu multipliziren und durch 110 oder 55 zu dividiren, darf man nur den 5ten und von diesem den 11ten Theil suchen; beide Quotienten geben dann das richtige Facit.

Will man den Preis 1 Pfundes berechnen, wenn die Waare nach 100 Pfd. verkauft wird, so abbrevirt man 100 : 24 und erhält 25 : 6 = $\frac{6}{25}$; diesen mehrfachen Bruchtheil zerstreut man dann in $\frac{5}{25}$ + $\frac{1}{25}$ oder in $\frac{1}{5}$ + $\frac{1}{5}$. Z. B. 100 Pfd. Mandeln kosten in Braunschweig $26\frac{1}{3}$ Rthlr., was kommt 1 Pfd.?

100 Pfd. : 1 Pfd. = $26\frac{1}{3}$ Rthlr. : x

5) 5 - $3\frac{1}{5}$

5) 1 - $\frac{16}{25}$

x = 6 Ggr. $3\frac{21}{25}$ oder 6 Ggr. 4 Pf. ca.

In Hamburg fällt die Berechnung auf diese Art noch kürzer aus, wie der Preis eines Pfundes aus dem Preise eines Zentners von 112 Pfd. gefunden werden soll, weil sich die Reductionszahl 16 gegen 112 durch 7 heben läſst. Z. B. 1 Zentn. Hanföl zu 42 Mk., was kostet 1 Pfd.?

$$\begin{array}{rcccl} & 112\ \text{Pfd.} & : & 1\ \text{Pfd.} & = 42\ \text{Mk.} \\ 16) & \overline{\quad 7 \quad} & & x & = 6\ \text{Schill.} \end{array}$$

Oder wenn der Zentn. Rüböl 57 Mk. 5 Schill. kostet, wie theuer ist 1 Pfd.?

$$\begin{array}{rcccl} & 112\ \text{Pfd.} & : & 1\ \text{Pfd.} & = 57\tfrac{5}{16}\ \text{Mk.} \\ 16) & \overline{\quad 7 \quad} & & x & \overset{7)}{=} 8\tfrac{3}{16}\ \text{Schill.} \end{array}$$

§. 245.

Uebungsbeispiele zu den drei vor. Paragr.

Was kosten in

Amsterdam: (ad a.)

1)	3179 Pfd.	Pfeffer, weiſs	à	50 Pf. fls.	?
2)	400 -	dito, br.	à	46 - -	?
3)	500 -	Kaneel	à	114 Stüv.	?

Hamburg:

4)	4000 Pfd.	Wachs, gelb.	à	31 Pf. fls.	?
5)	3200 -	dito, weiſs	à	37 - -	?
6)	1359 -	Pfeffer	à	20 Schill.	?
7)	400 -	dito	à	23 -	?
8)	800 -	Baumwolle	à	67 Pf. fls.	?

Augsburg: (ad b.)

9) 1 Pfd., wenn 240 Pfd. Thee Pecco 1152 fl. kosten?

Amsterdam:

10) 1 Pfd., wenn 1600 Pfd. dito Songlo 3520 fl. kosten?

Breslau:

11) 1 Stein, wenn 60 Stein Lorbeerblätter 148 Rthlr. kost.?

Königsberg:

12) 1 Elle, wenn 180 Ellen Leinwand 33 fl. kosten?

13) 1 Elle, wenn 150 Ellen Leinwand $31\frac{2}{3}$ fl. kosten?
14) 1 Pfd., wenn 270 Pfd. Anis $85\frac{1}{2}$ - - ?

L e i p z i g:

15) 1 Pfd., wenn 72 Pfd. Tab. Suicent 15 Rthlr. kosten?
16) 1 - - 120 - dito Maryland 35 - - ?
17) 1 - - 60 ? dito Portoriko $32\frac{1}{2}$ - - ?
18) 1 - - 144 - Berlinerblau 167 - - ?

B e r l i n: (ad c.)

19) 1 Pfd., wenn 1 Zentn. Butter $28\frac{3}{4}$ Rthlr. kostet?
20) 1 - - 1 - Rosinen 21 - - ?

L e i p z i g:

21) 1 Pfd., wenn 1 Zentn. Gummi Senegal 29 Rthlr. kostet?
22) 1 - - 1 - Baumöl $27\frac{1}{2}$ - - ?
23) 1 - - 1 - Reiſs $10\frac{1}{3}$ - - ?
24) 1 - - 1 - Berggrün $89\frac{3}{8}$ - - ?

S t e t t i n: (ad a. b. c.)

25) 1 Pfd., wenn 1 Zentn. Rosinen, Smirn. $18\frac{1}{3}$ Rthlr. kost.?

A l t o n a:

26) 400 neue Zweidrittel à 31 Schill.?

H a m b u r g:

27) 1162 Pfd. Sago à 20 ſsl.?

L o n d o n:

28) 1 Quart., wenn 160 Quart. Weizen 536 Lsterl. kosten?

K o p e n h a g e n:

29) 1 Pfd., wenn 9600 Pfd. 4700 Rthlr. kosten?

K ö n i g s b e r g:

30) 372 Pfd. Mandeln à 50 Gr.
31) 431 - Kaffee à 50 -

A m s t e r d a m:

32) 1000 Pfd. Kaneel à 116 Stüv.?

B. Höhere Praktik.

§. 246.

Die höhere Praktik beschäftigt sich mit den mehrfachen Theilen eines Ganzen, und lehrt

dieselben ebenfalls nach der möglichst vortheilhaftesten Art behandeln. Die Praktik vermeidet überhaupt, wo es nur angeht, die Multiplication mit mehrfachen Brüchen, und sucht dieselben immer in einfache Bruchtheile zu zerlegen. Sie schlägt dazu verschiedene Wege ein, die wir in diesem und den folgenden Paragraphen kennen lernen wollen.

a) *Wenn das zweite oder dritte Glied einen mehrfachen Theil der Einheit, aber auch einen einfachen Theil der Mehrheit ausmacht.* Z. B.

1) Was kommen in Bremen 2 Last 16 Scheffel Roggen, à $68\frac{1}{3}$ Rthlr. die Last von 40 Scheffel.?

1 Last :	2 Lst. 16 Scheff.	=	$68\frac{1}{3}$ Rthlr.	: x		
					(2	
	+ $\frac{1}{5}$ von 2		136	-	48 -	
			27	-	24 -	(+ $\frac{1}{5}$
		x =	164	-	- -	

Die 16 Scheffel im zweiten Gliede sind von der Einheit der höhern Sorte, von 1 Last, ein mehrfacher Bruchtheil, nämlich $\frac{2}{5}$, von den 2 Last aber sind sie ein einfacher Bruchtheil, $\frac{1}{5}$. Da nun, wie bekannt, die Rechnung mit letzteren bequemer ist, als mit ersteren, so multiplizirt man das dritte Glied mit 2, und nimmt von diesem erhaltenen zweifachen Producte noch den 5ten Theil dazu.

2) Was betragen in Hamburg 375 Pfd. Krapp à 94 Mk. die 100 Pfd.?

100 Pfd. :	3\|75 Pfd.	=	94 Mk.	: x		
					(3	
	+ $\frac{1}{4}$ von 3		282	-		
			70	-	8 -	(+ $\frac{1}{4}$
		x =	352 Mk.		8 Schill.	

Von 100 Pfd. oder von 1 Hundertpfundgewicht sind die im zweiten Gliede abgeschnittenen 75 Pfd. $\frac{3}{4}$, von 300 Pfd. aber sind sie ein dreimal kleinerer Theil, d. i. $\frac{1}{4}$; folglich kosten sie auch nur den 4ten Theil so viel, was 300 Pfd. kommen.

§. 247.

Hier höre ich Manchen fragen: wie kann ich denn wissen, was für ein einfacher Theil von der Mehrheit einer höhern Sorte irgend ein mehrfacher Bruch ist? Dies läſst sich leicht beantworten, nämlich: *er ist ein einfacher Theil von so vielen Ganzen, als der Zähler des Bruches anzeigt.* So sind

8 Pf.	$\frac{2}{3}$	von	1 Ggr.	und	$\frac{1}{3}$	von	2 Ggr.	
9 Pf.	$\frac{3}{4}$	-	1 Ggr.	-	$\frac{1}{4}$	-	3 Ggr.	
10 Pf.	$\frac{5}{6}$	-	1 Ggr.	-	$\frac{1}{6}$	-	5 Ggr.	
16 Ggr.	2	-	1 Rthlr.	-	$\frac{1}{3}$	-	2 Rthlr.	
18 Ggr.	$\frac{3}{4}$	-	1 Rthlr.	-	$\frac{1}{4}$	-	3 Rthlr.	
16 Stv. holl.	$\frac{4}{5}$	-	1 fl.	-	$\frac{1}{5}$	-	4 fl.	
24 Loth	$\frac{3}{4}$	-	1 Pfd.	-	$\frac{1}{4}$	-	3 Pfd. u.s.w.	

Will man aber den einfachen Bruchtheil selbst als einen Theil von der Mehrheit annehmen, so darf man nur den Nenner um so vielmal vergröſsern, als die Mehrheit Einheiten hat. So sind: 8 Ggr. $\frac{1}{3}$ von 1 Rthlr. und $\frac{1}{6}$ von 2 Rthlr. und $\frac{1}{12}$ von 4 Rthlr., 4 Stüv. $\frac{1}{5}$ von 1 fl. und $\frac{1}{10}$ von 2 fl. und $\frac{1}{100}$ von 20 fl.

§. 248.

3) Wenn in Leipzig das Pfd. Zimmt 5 Rthlr. 15 Ggr. gilt, wie theuer kommen $85\frac{1}{2}$ Pfd.?

1 Pfd. : $85\frac{1}{2}$ Pfd. = 5 Rthlr. 15 Ggr. : x

(5 $\frac{1}{8}$ von 5

427 - 12 -

53 - 10 - 6 (+ $\frac{1}{8}$

x = 480 Rthlr. 22 Ggr. 6 Pf.

4) Was kosten in Paris 78 Kilogramm Indigo à 945 Cent. das Kilogr.?

1 Kilogr. : 78 Kilogr. = 9 | 45 Cent.
Fr. | $\frac{1}{20}$ von 9
(9
702 -
35 - 10 - (+ $\frac{1}{20}$
x = 737 Fr. 10 Cent.

5) Was betragen in Amsterdam 110 Pfd. Kaneel à 134 Stüver?

1 Pfd. : 110 Pfd. = 134 Stüv. : x
(5
100 Stv. | 5 fl. 670 -
10 - | $\frac{1}{10}$ 67 - (+ $\frac{1}{10}$
x = 737 fl.

Hier ist es vortheilhafter, nach §. 208. die mittleren Glieder zu verwechseln, und die 110 Pfd. für so viele Stüver zu nehmen, als die 134 Stüver in 120 (= 6 fl.) + 12 ($\frac{1}{10}$ von 6) + 2 ($\frac{1}{6}$ von 12) zu zerstreuen.

6) Wenn in Leipzig das Pfd. Karmin 98 Rthlr. gilt, wie theuer kommen 15 Loth?

1 Pfd. : 15 Lt. = 98 Rthlr. : x
($\frac{1}{2}$
16 | $\frac{1}{2}$ Pfd. 49 -
÷ 1 | $\frac{1}{16}$ 3 - 1 - 6 (÷ $\frac{1}{16}$
x = 45 Rthlr. 22 Gr. 6 Pf.

7) Was kommen ebendaselbst $7\frac{3}{4}$ Loth à 96 Rthlr. das Pfd.?

1 Pfd. : $7\frac{3}{4}$ Loth = 96 Rthlr. : x
($\frac{1}{4}$
8 | $\frac{1}{4}$ Pfd. 24 -
÷ $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{32}$ - - 18 - (÷ $\frac{1}{32}$
x = 23 Rthlr. 6 Ggr.

§. 249.

Uebungsbeispiele.

Was kosten in

Amsterdam:

1)	609 Pfd.	Kaneel	à 132	Stüv.	Bco.	?
2)	179 -	Muskatnüsse	à 147	-	-	?
3)	983½ -	Thee, Hysant	à 72	-	Cur.	?
4)	185¾ -	dito Tonkay	à 66	-	-	?
5)	1026 -	Indigo, Karolina	à 67½	-	Bco.	?
6)	569½ -	dito St. Domingo	à 126	-	-	?
7)	491¾ -	dito Guatimalo	à 135	-	-	?

Hamburg:

8)	330 Pfd.	Krapp	à 119½	Mk.	die 100 Pfd.	?
9)	770 -	Mandeln	à 93	-	- - -	?
10)	440 -	Lakmus	à 47	-	- - -	?
11)	1389 -	Fernambukholz	à 55	-	- - -	?
12)	834½ -	Mandeln, lange	à 125	-	- - -	?

Leipzig:

13)	368½ Pfd.	Indigo	à 3	Rthlr.	9 Ggr.	?
14)	117	Zimmt	à 5	-	10 -	?
15)	57⅝ Zentn.	Braunstein	à 3	-	9 -	?
16)	313½ Pfd.	Thee Pecco	à 4	-	16 -	?

Nürnberg:

17)	375 Pfd.	Mandeln, bittere	à 46	fl.	die 100 Pfd.	?
18)	660 -	Baumwolle, Smirn.	à 86	-	- - -	?
19)	219½ -	Kaiserthee	à 2	-	20 Xr. d. Pfd.	?
20)	330 -	Zucker, Melis	à 83	-	die 100 Pfd.	?

§. 250.

b) *Wenn man das zweite oder dritte Glied auf das erste zerstreuet; oder wenn man den mehrfachen Bruchtheil in einfache reduzirt, und diese als Theile der Einheit oder Mehrheit annimmt.*

Man kann hierbei theils +, theils — anwenden, je nachdem das eine oder andere Verfahren mehrere Vortheile gewährt.

Tabellarisches Verzeichniſs

der mehrfachen Theile öfters vorkommender Reductionszahlen, in einfache Theile zerlegt.

10	12	16	18	20	24	30	32	36	40	48	60	72	80	90	96	110	112	128	132
9 5 2 2	10 6 4	12 8 4	15 9 6	17 10 5 2	20 12 8	25 15 10	20 16 4	30 18 12	35 20 10 5	46 24 16 6	56 30 20 6	60 36 24	56 40 16	81 45 18 18	88 48 32 8	100 $1 - \frac{1}{11}$	105 $1 - \frac{1}{16}$	112 $1 - \frac{1}{8}$	$115\frac{1}{2}$ $1 - \frac{1}{8}$
7 5 2	9 6 3	10 8 2	13 9 3 1	14 10 4	19 12 6 1	21 15 6	18 16 2	22 18 4	28 20 8	40 24 16	50 30 20	44 36 8	36 20 16	75 45 30	80 48 32	88 55 22 11	84 56 28	96 64 32	99 66 33
	7 6 1	6 4 2	12 9 3	9 5 4	11 8 3	16 10 6	9 8 1	16 12 4	25 20 5	28 16 12	42 30 12	33 24 9	28 20 8	63 45 18	64 32 32	66 55 11	72 56 16	80 64 16	77 66 11
	5 4 1	3 2 1	11 9 2	7 5 2		13 10 3		11 9 2	18 10 8	20 12 8	35 20 15	17 9 8	26 16 10	55 45 10	44 32 12	65 55 10	70 56 14	40 32 8	72 66 6
			8 6 2			9 6 3			14 10 4	14 8 6	32 20 12	13 9 4	18 10 8	51 45 6	38 32 6	33 22 11	44 28 16	36 32 4	39 33 6
			7 6 1						13 8 5	11 8 3	26 20 6		14 10 4	48 30 18	19 16 3	21 11 10	35 28 7		$26\frac{1}{8}$ 22 $4\frac{1}{8}$
									9 5 4		25 15 10		13 8 5	39 30 9		16 11 5	30 16 14		
									7 5 2		23 20 3			28 18 10			21 14 7		

Zu einer leichteren und geschwinderen Beurtheilung, in welche kleinere Zahlen man die gegebenen gröfseren zerstreuen könne, mag die nebenstehende Tabelle dienen. Die unter den Reductionszahlen befindlichen, etwas gröfser gedruckten Zahlen, sind zwar willkürlich angenommen, aber immer auf die bequemsten einfachen Theile von der obigen Reductionszahl zerstreuet. Es würde eine überflüssige Weitläuftigkeit seyn, alle Zahlen, die z. B. zwischen 1 bis 60 liegen, aufzuführen, und in einzelne Theile zu zerstreuen. Diese Tabelle hat den durch sie beabsichtigten Nutzen erreicht, sobald der Rechenschüler andere vorkommende Zahlen in bequeme einfache Theile von der Reductionszahl zerstreuen kann.

§. 251.

1) Was betragen in London 14 Zentn. Alaun à 22 L. die Tonne von 20 Zentn.?

1 Ton. : 14 Zent. = 22 L. : x

10	$\frac{1}{2}$	11 -
4	$\frac{1}{5}$	4 - 8 -
	x =	15 L. 8 S.

Da die Zahl 14 von 20 im ersten Gliede kein bequemer Bruchtheil ist, so zerfällt man dieselbe in 10 und 4; die erste Zerfällungszahl 10 ist die Hälfte, und 4 ist der 5te Theil von 20. Uebrigens läfst sich diese Aufgabe nach der gemeinen Art eben so kurz, wo nicht noch kürzer berechnen, nämlich also:

20 Zentn. : 14 Zentn. = 22 L.

2) 10 : 7 x = 15,4 L. = 15 L. 8 S.

2) Wenn in Breslau der Stein Ingber 3 Rthlr. 13 Sgr. gilt, wie theuer kommen 95 Stein?

1 Stn. : 95 Stn. = 3 Rthlr. 13 Sgr. : x

(3

285 -

31 - 20 - 10 | $\frac{1}{3}$

9 - 15 - 3 | $\frac{1}{10}$

x = 326 Rthlr. 5 Sgr.

3) Was kosten in Triest 623 Pfd. Kaffee, Levant. à 1 fl. 42 Xr.?

1 Pfd. : 623 Pfd. = 1 fl. 42 Xr. : x

311 - 30 - 30 | $\frac{1}{2}$

124 - 36 - 12 | $\frac{1}{5}$

x = 1059 fl. 6 Xr.

4) Wenn in Hamburg 100 Pfd. Mandeln 70 Mk. kosten, was kommen 1067½ Pfd.?

100 Pfd. : 1067½ Pfd. = 70 Mk. : x

533 - 12 - 50 | $\frac{1}{2}$ v. 100 Pfd.

213 - 8 - 20 | $\frac{1}{5}$ - - -

x = 747 Mk. 4 Schill.

Oder nach gemeiner Art:

10~~0~~ Pfd. : 1067½ Pfd. = 7~~0~~ Mk.

(7

7472 - 8 -

10)

747 Mk. 4 Schill.

5) Was betragen in Moskwa 281 Czetwert Weizen à 370 Kopeken?

1 Cztw. : 281 Cztw. = 3 | 70 Kop. : x

(3

843 - Rb. 50 | $\frac{1}{2}$

140 - 50 - 20 | $\frac{1}{5}$

56 - 20 -

x = 1039 Rub. 70 Kop.

6) Wenn in Leipzig das Pfund Thee Boe 1 Rthlr. $9\frac{1}{2}$ Ggr. gilt, was kosten 134 Pfd.?

1 Pfd.	:	134 Pfd.	=	1 Rthlr. $9\frac{1}{2}$ Ggr.	: x
		44 - 16 -		8	$\frac{1}{3}$
		8 - 9 -		$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{16}$

x = 187 Rthlr. 1 Ggr.

§. 252.

Zuweilen kann man sich die Berechnung vorkommender Aufgaben auch dadurch etwas erleichtern, daſs man die mehrfachen Bruchtheile der höheren Sorte in zwei einfache zerstreuet, die eine und eben dieselbe Zahl ausmachen. Z. B.

7) Was kosten in Magdeburg 1324 Pfd. Kaffee à 16 Ggr.?

1 Pfd.	:	1324 Pfd.	=	16 Ggr.	: x
		441 - 8 -		8	$\frac{1}{3}$
		441 - 8 -		8	

x = 882 Rthlr. 16 Ggr.

Da man die 16 Ggr. auch für 1 Rthlr. ÷ 8 Ggr. oder ÷ $\frac{1}{3}$ annehmen kann, so würde die Berechnung dadurch eben so kurz und so leicht werden. In der folgenden Aufgabe aber ist diese Art des Zerstreuens schon mit mehrerem Vortheile anzuwenden.

8) Wenn in Lissabon der Moyo Salz 1780 Rees kostet, wie theuer kommen 31 Moyo 24 Alqueires?

1 M.	:	31 M. 24 Alq.	=	1780 Rs.	: x
		12	$\frac{1}{5}$	5340 -	
		12		356 -	
				356 -	

x = 55892 Rs.

Hier ist der Vortheil, den das Zerstreuen der mehrfachen Bruchtheile in zwei gleiche einfache Theile der höheren Sorte gewährt, schon sichtbarer; denn ohne dessen Anwendung hätte man entweder den bequemen Multiplicator 31 verloren, oder man hätte die 24 Alqueires in 20 und 4 zerstreuen müssen, und dadurch eine doppelte Division erhalten.

9) Was betragen in Nürnberg 378 Pfd. Galgant à 1 fl. 40 Xr.?

1 Pfd.	:	378 Pfd.	=	1 fl. 40 Xr.
		126 -		20 ⎫ $\frac{1}{3}$
		126 -		20 ⎭
		630 fl.		

§. 253.

Uebungsbeispiele.

Was kosten in

Bremen:

1)	2119 Pfd. Kaffee	à	48 Groot	?
2)	963 - Zucker, Melis	à	17 -	?
3)	$317\frac{3}{4}$ - Thee	à	1 Rthlr. 44 Grt.	?
4)	3451 Viertel Branntwein	à	16 Rthlr. die $\frac{30}{4}$	?
5)	935 - dito	à	21 - - -	?
6)	1897 - dito	à	25 - - -	?

Danzig:

7)	6 Last 42 Schffl. Weizen	à	453 fl. d. Lst. v. 60 Schffl.	?
8)	41 - 35 - Roggen	à	382 - - - - - - -	?
9)	15 - 26 - Gerste	à	189 - - - - - - -	?
10)	11 Schpfd. 14 Lpfd. Pottasche	à	97 - d. Spfd. v. 20 Lpfd.	?
11)	19 Zentn. 48 Pfd. Salpeter	à	89 - d. Znt. v. 120 Pfd.	?
12)	15 - 80 - dito	à	93 - - - - - - -	?

Moskwa:

13)	$765\frac{1}{2}$ Pud Ukr. Tabak	à	270 Kop.	?
14)	71 - 28 Pfd. Grünspan	à	49 Rub.	?
15)	17 - 18 - Hausenblase	à	92 -	?

Riga:

16)	3 Schpfd. 14 Lspfd. Wachs	à 76 Rth. Alb. d. Schpf.	?
17)	5 - 9 dito	à 73 - - - -	?
18)	7 Last 8 Ton. Häringe	à $68\frac{1}{2}$ - d. Lst. v. 12 T.	?

Triest:

19)	527 Pfd. Kaffee, Levant.	à 2 fl. 35 Xr.	?
20)	173 - Balsam, Kop.	à 3 - 27 -	?

§. 254.

c) *Wenn man die mehrfachen Bruchtheile in solche einfache Theile zerstreuet, die unter sich selbst in dem Verhältnisse stehen, daſs die kleineren in den gröſseren geradeauf enthalten sind, und daſs jene als einfache Theile von diesen angesehen werden können.*

1) Was kosten in Danzig 35 Scheffel Roggen, die Last von 60 Scheffel zu $384\frac{1}{2}$ fl.?

1 Lst. :	35 Schffl.		=	$384\frac{1}{2}$ fl. : x		
	30	$\frac{1}{2}$		192 -	7 -	9 -
	5	$\frac{1}{6}$		32 -	1 -	$4\frac{1}{2}$
			x =	224 fl.	8 Gr.	$13\frac{1}{2}$ Pf.

Die Berechnung selbst zeigt, daſs 35 Scheffel in 30 und 5 zerstreuet wurden; 30 Scheffel sind von 1 Last oder von 60 Scheffel die Hälfte, und 5 Scheffel sind von 30 Schffl. der 6te Theil. Es wird daher zuerst der Geldbetrag der 30 Scheffel oder der halben Last gesucht, dieser ist 192 fl. 7 Gr. 9 Pf.; hierauf sucht man auch den Betrag der 5 Scheffel, welcher, da 5 Scheffel 6mal weniger sind als 30, ebenfalls nur $\frac{1}{6}$mal so viel betragen kann, als die 30 Scheffel, nämlich 32 fl. 1 Gr. $4\frac{1}{2}$ Pf.

2) Was kosten in Hamburg 4 Schpfd. 11 Lspfd. Flachs à $82\frac{1}{2}$ Mk. das Schpfd?

1 Schpfd. : 4 Schpfd. 11 Lspfd. = $82\frac{1}{2}$ Mk. : x

10 \| $\frac{1}{2}$	330 -	(4
1 \| $\frac{1}{10}$	41 - 4 -	
	4 - 2 -	

x = 375 Mk. 6 Schl.

3) Was betragen in Bremen 1597 Pfd. Kaffee à 27 Grot?

1 Pfd. : 1597 Pfd. = 27 Grt.

399 -	18 -	18 \| $\frac{1}{4}$
199 -	45 -	9 \| $\frac{1}{2}$

598 Rthlr. 63 Grt.

4) Was kosten in Augsburg 1639 Pfd. Kaffee à 1 fl. 25 Xr.

1 Pfd. : 1639 Pfd. = 1 fl. 25 Xr. : x

546 - 20 -	20 \| $\frac{1}{3}$
136 - 35 -	5 \| $\frac{1}{4}$

x = 2321 fl. 55 Xr.

5) Wenn in Hildesheim das Pfund Indigo 4 Rthlr. $17\frac{1}{2}$ Ggr. gilt, was kommen 173 Pfd.?

1 Pfd. : 173 Pfd. = 4 Rthlr. $17\frac{1}{2}$ Ggr. : x

692 -		12 \| $\frac{1}{2}$
86 -	12 -	4 \| $\frac{1}{3}$
28 -	20 -	$1\frac{1}{2}$ \| $\frac{1}{8}$ v. 12.
10 -	19 6	

x = 818 Rthlr. 3 Ggr. 6 Pf.

6) Wie theuer kommen in Amsterdam 1539 Pfd. eidamer Käse à $22\frac{1}{2}$ fl. die 100 Pfd.?

100 Pfd. : 1539 Pfd. = $22\frac{1}{2}$ fl. : x

307 -	16 -	20	\| $\frac{1}{5}$ von 100
38 -	9 -	8 - $2\frac{1}{2}$	\| $\frac{1}{8}$ von 20

x = 346 fl. 5 Stvr. 8 Pf.

7) Was kommen daselbst 3783 Pfd. Zucker Melis à 25 Pf. fls.?

1 Pfd. :	3783 Pfd.		=	25 Pf. fls. : x	
	1891 - 10 -			20	$\frac{1}{2}$
	472 - 17 - 8 -			5	$\frac{1}{4}$

x = 2364 fl. 7 Stvr. 8 Pf.

Bei dieser Berechnung muſs man wissen, daſs 1 fl. in Amsterdam = 40 Pf. fls.

8) Eine Elle Tuch kostet in Budissin 3 Rthlr. 15$\frac{1}{2}$ Ggr. (oder 3$\frac{31}{48}$ Rthlr.); was kosten 137 Ellen?

1 Elle :	137 Ellen (3	=	3$\frac{31}{48}$ Rthlr.	
	411 - -		3 Rthlr.	
	68 - 12 -		$\frac{24}{48}$	$\frac{1}{2}$
	17 - 3 -		$\frac{6}{48}$	$\frac{1}{4}$
	2 - 20 - 6 -		$\frac{1}{48}$	$\frac{1}{6}$

x = 499 Rthlr. 11 Gr. 6 Pf.

Hier wurde der Zähler auf seinen Nenner zerstreuet, und zwar in 24 + 6 + 1 48stel.

§. 255.

Die Aufgaben im vorigen §. waren alle so beschaffen, daſs der Betrag der einfachen Theile, in welche ein mehrfacher Bruchtheil zerstreuet wurde, und welche durch + mit einander verbunden waren, addirt werden muſste; allein in manchen Fällen ist es auch nöthig, einen zu viel angenommenen Bruchtheil als ein minus wieder abzuziehen. Hierzu dienen die folgenden Aufgaben als Beispiele.

10) Wie theuer kommen in Leipzig 3647 Pfd. Kaffee à 11 Ggr.?

1 Pfd. : 3647 Pfd. = 11 Ggr.

	1823 -	12 -	12	½ Rthlr.
÷	151 -	23 -	÷ 1	$\frac{1}{12}$
	1671 Rthlr.	13 Ggr.		

Kostete das Pfund 12 Ggr., so betrügen 3647 Pfd. gerade so viele halbe Thaler, d. i. 1823 Rthlr. 12 Ggr.; da aber das Pfund 1 Ggr. weniger kostete, und 1 Ggr. von 12 der 12te Theil ist, so macht es auch den 12ten Theil davon weniger.

11) Gesetzt aber, das Pfund kostete 11¾ Ggr., was betragen da 3647 Pfd.?

1 Pfd. 3647 Pfd. = 11¾ Ggr. : x

48 :	1823 -	12 -		12 \| ½
6 × 8	383 -	22 -		÷ ¼ \| $\frac{1}{48}$
	37 -	23 -	9 -	

x = 1785 Rthlr. 12 Ggr. 3 Pf.

Die Zahl 48 ist schon für Viele ein zu grosser und unbequemer Divisor, um damit im Kopfe zu dividiren; man kann daher denselben zerfällen (in 6 × 8) und auf die hier gezeigte Art verfahren.

12) Was betragen in Amsterdam 4263 Pfd. roher Zucker, Martinique, à 19 Pf. fls. das Pfd.?

1 Pfd. : 4263 Pfd. = 19 Pf. fls. : x

213.1 -	10. -		20	½ fl.
106 -	11 -	8 -	÷ 1	$\frac{1}{20}$

x = 2024 fl. 18 Stv. 8 Pf.

13) Wenn in Nürnberg die Unze Karmin 6 fl. 12 Xr. gilt, was kommen 7¾ Loth?

$$
\begin{array}{lll}
1\text{ Unze} : 7\tfrac{3}{4}\text{ Lth.} & = & 6\text{ fl. } 12\text{ Xr.} : x \quad (4 \\
\quad 8 \mid 4\text{ Unz.} & & 24 - 48 - \\
- \tfrac{1}{4} \mid \tfrac{1}{8}\text{ v. } 1 & & - - 46\tfrac{1}{2} - \;(\div \tfrac{1}{8} \\
\hline
x & = & 24\text{ fl. } 1\tfrac{1}{2}\text{ Xr.}
\end{array}
$$

Der 8te Theil von 6 fl. beträgt $\frac{6}{8}$ oder $\frac{3}{4}$ fl. oder 45 Xr. und der 8te Theil von 12 Xrn. = $1\frac{1}{2}$; folglich beträgt das zu viel angenommene $\frac{1}{4}$ Loth $46\frac{1}{2}$ Kreuzer.

14) Was betragen in Hamburg $1362\frac{1}{2}$ Pfd. Kümmel, à 19 Mk. die 100 Pfd.?

$$
\begin{array}{lll}
100\text{ Pfd.} : 1362\tfrac{1}{2}\text{ Pfd.} & = & 19\text{ Mk.} : x \\
\quad 272 - 8 - & & 20 \mid \tfrac{1}{5}\text{ von } 100\text{ Pfd.} \\
\quad 13 - 10 & & \div\; 1 \mid \tfrac{1}{20} \\
\hline
x = 258\text{ Mk. } 14\text{ Schill.}
\end{array}
$$

Oder nach der gemeinen Art:

$$
\begin{array}{l}
100\text{ Pfd.} : 1362(\tfrac{1}{2})\text{ Pfd.} = 19\text{ Mk.} \\
\quad 12258 \\
\quad\quad 9\tfrac{1}{2} \quad 25 \\
\hline
\text{Mk. } 258 \left| \dfrac{87\tfrac{1}{2}}{100} \right| \dfrac{175}{200} \left| \dfrac{7}{8} \right. = 14\text{ Schill.}
\end{array}
$$

15) Was betragen in Paris 5088 Kilogramm Reiſs à $47\frac{1}{2}$ Fr. die 100 Kilogr.?

$$
\begin{array}{lll}
100\text{ Klgr.} : 5088\text{ Klgr.} & = & 47\tfrac{1}{2}\text{ Fr.} : x \\
\quad 2544 - & & 50 \mid \tfrac{1}{2}\text{ v. } 100 \\
\div\; 127 - 20 - & & \div\; 2\tfrac{1}{2} \mid \tfrac{1}{20}\text{ v. } 50 \\
\hline
x = 2416\text{ Fr. } 80\text{ Cent.}
\end{array}
$$

Oder mit Anwendung der Decimalbruchrechnung:

1øø Klgr. : 5088 Klgr. = 47,50 Fr.
4750

254400
35616
20352

Fr. 2416,80øø Cent.

§. 256.

Uebungsbeispiele.

Was kosten in

Erfurt:

1) $32\frac{1}{2}$ Zentn. Tabak, Kanaster à 1 Rthlr. 9 Ggr. d. Pfd. ?
2) $3\frac{1}{2}$ - Berggrün à - - $19\frac{1}{2}$ - - - ?
3) 143 Pfd. Berlinerblau à 1 - $5\frac{3}{4}$ - - - ?

Gera:

4) 2 Pfd. 18 Loth Karmin à $114\frac{3}{4}$ Rthlr. d. Pfd. ?
5) 13[illegible]3 Pfd. Fernambukholz à 30 Rthlr. d. 100 Pfd. ?
6) $13\frac{1}{2}$ Zentn. Kaffee, Martinique à 22 Ggr. d. Pfd. ?

Hamburg:

7) 2371 Pfd. Mandeln à 75 Mk. die 100 Pfd. ?
8) 2647 - roher Zucker, St. Domingo à 15 Pf. fls. d. Pfd. ?
9) 1039 - dito dito à $15\frac{1}{2}$ Pf. fls. d. Pfd. ?
10) $1487\frac{1}{2}$ - Brodkümmel à 18 Mk. die 100 Pfd. ?

Lübeck:

11) 2789 Pfd. Mandeln à 60 Mk. die 100 Pfd. ?
12) 913 - Bleiweiſs à 30 - - - - ?
13) 1674 - Tabak à $7\frac{1}{2}$ Schill. d. Pfd. ?
14) $329\frac{1}{2}$ - Thee Congo à 2 Mk. $7\frac{1}{2}$ Schill. d. Pfd. ?

Marseille:

15) 3387 Pfd. Seife à 85 Fr. die 100 Pfd. ?
16) 6589 - Pottasche à $57\frac{1}{2}$ - - - - ?
17) 833 - Kaffee, Levant. à 3 - 60 Cent. - ?

Naumburg:

18) $9\frac{5}{8}$ Zentn. Kaffee, St. Domingo à $21\frac{1}{2}$ Ggr. das Pfd. ?
19) $13\frac{1}{4}$ - Kakao à $19\frac{3}{4}$ - - - ?
20) $43\frac{1}{4}$ - Taback Suicent à $5\frac{1}{2}$ - - - ?

§. 257.

d) *Enthalten beide mittlere Glieder mehr als eine Sorte, so entstehen daraus doppelte Regeldetri-Sätze, oder, wie man sie auch nennen könnte, Doppelsätze, welche von Kaufleuten auf folgende Art behandelt und berechnet werden.*

aa) *Wenn das erste Glied aus einer simplen Einheit besteht.*

In diesem Falle multiplizirt man zuerst das zweite Glied mit dem dritten auf die bisher gezeigte der Praktik eigne Art, und sucht dann den Betrag der niederen Sorten des zweiten oder dritten Gliedes. Einige Beispiele werden die beste Erläuterung geben.

1) Was kosten in Magdeburg 79 Pfd. 20 Loth 2 Qt. Indigo, à 4 Rthlr. 17 Ggr. das Pfd.?

Diese Aufgabe nach der gemeinen Art zu berechnen, würde man das erste und zweite Glied unter einerlei Benennung bringen müssen. Dergleichen Weitläuftigkeiten aber vermeidet die Praktik, und sie würde die Aufgabe eher in zwei Berechnungen theilen, nämlich 1) wie viel die 79 Pfd. und 2) wie viel die $20\frac{1}{2}$ Lothe betragen, und dies folgendermafsen berechnen:

1 Pfd. : 79 Pfd. ($20\frac{1}{2}$ Lth.) = 4 Rthlr. 17 Ggr.

	(4			
79 Pfd. à 4 Rtlr. = Rth.	316 -		12	$\frac{1}{2}$
— - à 12 Ggr. =	39 -	12 -	4	$\frac{1}{3}$
— - à 4 =	13 -	4 -	1	$\frac{1}{4}$
— - à 1 - =	3 -	7 -		

79 Pfd. à 4 Rt. 17 Ggr. = 371 Rthl. 23 Ggr.

Hiermit wäre die erste Frage: wie viel 79 Pfd. à 4 Rthlr. 17 Ggr. kosten? beantwortet, und es wäre nun noch die zweite Frage: wie

viel die $20\frac{1}{2}$ Lothe zu demselben Preise betrügen, zu beantworten übrig. Die Praktik zerfällt die $20\frac{1}{2}$ Lothe in folgende einfache Bruchtheile, nämlich in $16 + 4 + \frac{1}{2}$ Loth, und berechnet den Betrag derselben nach der ihr eignen Art und Weise also:

1 Pfd. : $20\frac{1}{2}$ Loth = 4 Rthlr. 17 Ggr.

16 \| $\frac{1}{2}$	- - - 2 -	8 -	6 -	16	
4 \| $\frac{1}{4}$	- - - - -	14 -	$1\frac{1}{2}$ -	8	
$\frac{1}{2}$ \| $\frac{1}{8}$	- - - - -	1 -	$9\frac{3}{16}$ -	3	
	3 Rthlr. -	-	$4\frac{11}{16}$ Pf.		

Allein auch diesen doppelten Regeldetri-Satz sucht die Praktik durch nachstehende Berechnung in einen einzigen zu verwandeln:

1 Pfd. : 79 Pfd. $20\frac{1}{2}$ Lth. = 4 Rthlr. 17 Ggr.

Rthlr. 316 -		16 \| $\frac{1}{2}$		12 \| $\frac{1}{2}$
39 -	12 -	4 \| $\frac{1}{4}$		4 \| $\frac{1}{3}$
13 -	4 -	$\frac{1}{2}$ \| $\frac{1}{8}$		1 \| $\frac{1}{4}$
3 -	7 -			
2 -	8 -	6 -		
- -	14 -	$1\frac{1}{2}$ -		
- -	1 -	$9\frac{3}{16}$ -		

x = 374 Rthlr. 23 Ggr. $4\frac{11}{16}$ Pf.

2) Was betragen in Petersburg 356 Pud 25 Pfd. Juchten à 14 Rubel 55 Kopeken das Pud?

1 Pd. : 356 Pud 25 Pfd. = 14 Rub. 55 Kop.

1424 -		20 \| $\frac{1}{2}$	50 \| $\frac{1}{2}$
178 -		5 \| $\frac{1}{4}$	5 \| $\frac{1}{10}$
17 -	80 -		
7 -	$27\frac{1}{2}$ -		
1 -	$81\frac{7}{8}$ -		

5188 Rbl. $89\frac{3}{8}$ Kop.

Es betragen nach dieser Berechnung

356 Pud	à 10 Rub. - - -	Rub.	3560	-	
- -	à 4 - - - - - - -		1424	-	
- -	à - - 50 Kop. - -		178	-	
- -	à - - 5 - - -		17	-	80 -
20 Pfd.	à 14 Rub. 55 Kop. d. Pud		7	-	$27\frac{1}{2}$ -
5 -	à - - - - - - -		1	-	$81\frac{7}{8}$ -

Summe 5188 Rbl. $89\frac{3}{8}$ Kop.

3) Was kosten in Breslau 123 Stein $19\frac{1}{2}$ Pfd. Korinthen, à 68 Sgr. der Stein von 24 Pfd.?

1 Stn. :	123 Stein			$19\frac{1}{2}$ Pfd.		=	68 Sgr.	
	246 -			12	$\frac{1}{2}$		60	2 Rthlr.
	20 -	15 -		6	$\frac{1}{2}$		5	$\frac{1}{6}$ v. 1 Rthlr.
	12 -	9 -		$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$		3	$\frac{1}{10}$
	1 -	4 -						
	- -	17 -						
	- -	$4\frac{1}{4}$ -						

x = 280 Rthlr. $19\frac{1}{4}$ Sgr.

Bei dergleichen Doppelsätzen muſs man wohl Acht geben, den Betrag der einfachen Theile der niederen Sorte im zweiten Gliede nach dem im dritten Gliede enthaltenen Preise zu bestimmen. So beträgt z. B. in dieser Aufgabe $\frac{1}{2}$ Stein (oder die 12 Pfd.) die Hälfte von 68 Sgr., als so viel 1 Stein kostete, folglich 34 Sgr. oder 1 Rthlr. 4 Sgr. Wollte man bloſs mechanisch fortrechnen, ohne auf den Sinn der Aufgabe Rücksicht zu nehmen, und den Betrag der 12 Pfd. als die Hälfte von den vorhergehenden 12 Rthlr. 9 Sgr. untersetzen, so würde und müſste ein ganz falsches Resultat erscheinen.

§. 258.

bb) *Wenn sich die niedere Sorte des zweiten Gliedes in keine bequemen Theile der höheren Sorte zerstreuen läſst.*

Hier ist dann meistentheils noch eine besondere Regeldetri - Berechnung nöthig, oder man bedient sich dabei des oben §. 244. gezeigten Vortheils.

4) Was betragen in Leipzig $3\frac{5}{8}$ Zentn. + 1 Pfd. Zinn à 42 Rthlr. 18 Ggr. der Ztn.?

```
1 Zentn.  :  3 5/8 Ztn. + 1 Pfd. = 42 Rt. 18 Ggr.
             ------            ------------------(3
             3 Ztn.             128 -  6 -
110| : 1 = 42 Rt. 18 G.  4/8|1/2     21 -  9 -
       24                1/8|1/4      5 -  8 - 3 -
     ------                           - -  9 - 4 -
     102|6 | 9 Ggr.                 ---------------
       3 6 |                        155 Rt. 8 Ggr. 7 Pf.
       1 2
     -----
     4 3 2 | 3—4 Pf.
     3 3 0 |
     -----
     1 0 2
```

Oder man berechnet den Betrag des 1 Pfd. nach dem obigen Vortheile also:

```
       42 Rthlr.  18 Ggr.
     ---------------------
       42 Ggr.    9 Pf.
  5)-------------------
        8  -     6,6
   11)  -  -     9,32
     ----------------
      9 Ggr.   3,92 Pf. od. ca. 4 Pf.
```

5) Was betragen in Magdeburg $46\frac{1}{8}$ Zentn. + 3 Pfd. Baumöl, à 31 Rthlr. 16 Ggr. d. Zentn. von 110 Pfd.?

1 Zentn. : 46($\frac{1}{3}$) Znt. + 3 Pfd. = 31 Rthlr. 16 Ggr.

138

31 × $\frac{1}{3}$ - 3 - 21 -
23 - 1 - 6 -
7 - 16 - 6 -
3 Pfd. - - - - 20 - 9 -

1461 Rthlr. 11 Ggr. 9 Pf.

12 | $\frac{1}{2}$
4 | $\frac{1}{3}$
31 Ggr. 8 Pf.
5) 6 - 4 -
11) - - 7 - ca.
6 Ggr. 11 Pf.
(3
20 Ggr. 9 Pf.

Der bei dieser Berechnung eingeschlagene Weg ist so deutlich bezeichnet, daſs ihn ein Jeder finden kann.

cc) *Wenn am Ende noch eine Division durch das erste Glied erfordert wird.*

6) Was betragen in Nürnberg 343½ Pfd. Salpeter à 81 fl. 42 Xr. die 100 Pfd.?

100 Pfd. : 343($\frac{1}{2}$) Pfd. = 81 fl. 42 Xr.

2744

81 × $\frac{1}{2}$ = 40 - 30 Xr.
171 - 45 -
34 - 21 -
34 - 21 -

30 | $\frac{1}{2}$
6 | $\frac{1}{5}$
6 | $\frac{1}{5}$

fl. 280 | 63 fl. 57 Xr.
60

Xr. 38 | 37
x = 280 fl. 38 Xr. ca.

§. 259.

Uebungsbeispiele zu den zwei vorigen Paragraphen.

Was kosten in

B r e s l a u :

1) 45 Znt. 77 Pfd. Seifentalg à 18 Rtl. 18 Sgr. d. Znt. v. 132 Pfd.?
2) 31½ - + 9 - Blauholz à 12 - 12 - - - - - - - - ?
3) 137 Stn. 11 Pfd. Korinthen à - - 70 d. Stn. v. 24 Pfd.?
4) 59½ - 1 - Feigen à - - 83 - - - - - - - - ?

Elbing:

5) 23 Stn. 15 Pfd. Wachs, gelb. à 45 fl. 21 Gr. d. Stn. v. 33 Pfd. ?

6) $7\frac{3}{8}$ Znt. 5 Pfd. Schroot à $27\frac{1}{2}$ fl. d. Znt. v. 110 Pfd. ?

7) $13\frac{1}{4}$ - 7 - Zinn in Blöck. à 127 - 12 Gr. - - - ?

8) $23\frac{1}{2}$ Schpf. 9 Pfd. Pottasche à 85 - 18 - d. Spf. v. 330 P. ?

Hamburg:

9) 253 Spfd. 7 Lpfd. 8 Pfd. Blei, Gosl. à 34 Mk. 12 Schl. d. Spfd. (v. 20 Lpfd. à 14 Pfd.) ?

10) $53\frac{1}{8}$ Znt. 1 Pfd. Salpeter à 37 Mk. 10 Schl. d. Znt. v. 112 Pfd. ?

11) $26\frac{1}{4}$ + 3 Pfd. Leinöl à 52 - 7 - - - - - - - ?

12) $269\frac{3}{4}$ Pfd. Pfeffer à $68\frac{1}{4}$ - die 100 Pfd. ?

Magdeburg:

13) 83 Pfd. 21 Loth Indigo à 4 Rthlr. 19 Ggr. ?

14) 143 - 18 - Berlinerblau à 1 - 8 - ?

15) $13\frac{1}{4}$ Znt. + 5 Pfd. Anies à $17\frac{1}{2}$ Rthlr. d. Znt. v. 110 Pfd. ?

16) $24\frac{3}{8}$ - + 4 - Rüböl à $22\frac{1}{3}$ - - - - - - - ?

Stettin:

17) 27 Zentn. 59 Pfd. Rosinen à $15\frac{1}{4}$ Rthlr. d. Znt. v. 110 Pfd. ?

18) $39\frac{1}{4}$ - + 5 Lichttalg à 18 - 20 Ggr. - - - ?

19) 43 Schpfd. $14\frac{1}{2}$ Lspfd. Hanf à 33 - 18 - d. Schpfd. ?

20) 61 - 13 Lpfd. 5 Pfd. dit. à $36\frac{1}{2}$ - - - - - ?

§. 260.

Der Praktik könnte ich noch mehrere kurze Berechnungen der Aufgaben hinzufügen; allein ich begnüge mich, um besonders Anfänger nicht mit zu vielen Regeln zu überhäufen, nur noch einer zu erwähnen, in der Ueberzeugung, daſs sie einem groſsen Theile der Besitzer dieses Buches vielen Nutzen leisten, und andern dazu dienen werde, sich, bei anderweitigen Münz-, Maas- und Gewichtsverhältnissen, durch Nachdenken ähnliche Vortheile zu verschaffen.

Kurze Berechnung der Aufgaben mit unbequemen Bruchtheilen der höheren Sorte.

Alle unbequemen Theile vom Thaler, als 5, 7, 11, 13, 17, 19 und 23 Ggr., und alle un-

bequemen Theile vom Groschen, als 5, 7 und 11 Pf., wie auch mehrere unbequeme Theile von andern Münzsorten, haben die Eigenschaft, daſs, wenn man ein Quadrat von denselben macht, (d. h. sie mit sich selbst multiplizirt, als $5 \times 5 = 25$; $7 \times 7 = 49$) und eine Einheit von dem Quadrate abzieht, der Rest stets ganze Thaler, oder ganze Groschen gibt.

Diese Eigenschaft gewährt im Rechnen einen überaus groſsen Vortheil, weil man dann nicht nöthig hat, dergleichen unbequeme Theile eines Thalers oder Groschens u. s. w. erst in mehrere Bruchtheile der höheren Sorten zu zerlegen, sondern das unbekannte vierte Glied durch eine leichte Division finden kann, wie mehrere Beispiele in den nun folgenden §. §. zeigen werden.

Wer sich aber dieses Vortheils mit Nutzen bedienen will, der mache sich nachstehende zwei Tabellen recht bekannt.

Tabelle A.

Unbequeme Ggr.	5	7	11	13	17	19	23
Quadratschlüssel in Rthlr.	1	2	5	7	12	15	22

Tabelle B.

Unbequeme Pfennige.	5	7	11
Quadratschl. in Ggr.	2 G. o. $\frac{1}{12}$ Rt.	4 G. o. $\frac{1}{6}$ R.	10 G. o. $\frac{5}{12}$ R.

§. 261.

Enthält das dritte Glied eines Regeldetri-Satzes unbequeme Groschen, so dividirt man,

anstatt die mittleren Glieder zu multipliziren, das zweite durch das dritte, und nimmt den kommenden Quotienten gleich für gute Groschen an, multiplizirt diese mit dem Quadratschlüssel, und erhält dadurch auch die Thaler. Z. B.

1) Was betragen in Berlin 80 Quartier Weinessig à 5 Gr.?

1 Q. : 80 Q. = 5 Gr. : x
5)―――――
16 Rthlr. 16 Gr.

Bei 5 Gr. ist der Quadratschlüssel 1 Rthlr., x ist daher gleich 15 Gr. + eben so viel Thaler. Kürzer kann man das Resultat wohl schwerlich finden. Die Erklärung ist auf folgende Art sehr leicht: Wenn man die 80 Q. in Gefäſse eintheilt, deren jedes 5 Quart. enthielte, so würde jedes dieser aus 5 Q. bestehenden Gefäſse 5 × 5 Gr. = 1 Rthlr. 1 Gr. kosten; nun sind in 80 Quart 16 solcher Gefäſse enthalten, folglich ist ihr sämmtlicher Betrag auch 16 × 1 Rthlr. + 16 × 1 Gr., d. i 16 Rthlr. 16 Gr. — Gesetzt aber, es wären 81 Quart. gewesen, so würde der Betrag 5 Gr. mehr seyn.

2) Was kosten in Magdeburg 130 Ellen Zeuch à 5 Gr.?

1 Elle : 130 Ellen = 5 Gr. : x
5)―――――
26 Gr. + eben so viele Thaler
―――――
27 Rthlr. 2 Gr.

Wären es nur 129 Ellen gewesen, so würde x 5 Gr. weniger, d. i. 26 Rthlr. 21 Gr. betragen.

§. 262.

Ist aber das Quadrat von den unbequemen Groschen 2 oder 5 oder 7 Rthlr. u. s. w., so nimmt man den Quotienten zwar auch gleich für so viel Groschen an, multiplizirt aber, um die Thaler zu finden, diese erhaltenen Groschen mit dem Quadratschlüssel 2, 5, 7 u. s. w. Z. B.

1) Was betragen in Leipzig 112 Ellen Barchent à 7 Gr.?

1 Elle : 112 Ellen = 7 Gr. : x
7) ――――――
16
x = 16 Gr. + 16 × 2 Rthlr. oder
x = 32 Rthlr. 16 Ggr.

Kürzer kann man dann gleich so rechnen:

112 Ellen à 7 Gr.
――――――
32 Rthlr. 16 Gr.

2) Was betragen 189 Ellen à 7 Gr.?

1 Elle : 189 Ellen = 7 Gr. : x
7) ――――――
27 Gr. + 2 × 27 Rthlr.
――――――――――
x = 55 Rthlr. 3 Gr.

Oder: 189 Ellen à 7 Gr.
――――――
27
――――――
55 Rthlr. 3 Gr.

Das Quadrat von 7 Gr. ist 49 Gr. oder 2 Rthlr. + 1 Gr., oder es kosten jede 7 Ellen zu diesem Preise 2 Rthlr. 1 Gr. Ein Stück von 7 Ellen aber ist in 112 Ellen 16 mal, und in 189 Ellen 27 mal enthalten, daher müssen auch 16 oder 27 solcher Stücke von 7 Ellen 16 oder 27 mal 2 Rthlr. 1 Gr. kosten. Gesetzt aber, es wären 115 Ellen à 7 Gr., so bleiben noch 3 El-

len à 7 Gr. in Gedanken hinzuzurechnen übrig, nämlich also:

$$\frac{115 \text{ Ellen à } 7 \text{ Gr.}}{7)\ \overline{16 \text{ Gr.} + 3 \text{ Ellen à } 7 \text{ Gr.}}}$$

$$x = 33 \text{ Rthlr. } 13 \text{ Gr.}$$

3) Wie theuer kommen in Naumburg 209 Pfd. Zink à 11 Gr.?

$$1 \text{ Pfd.} : 209 \text{ Pfd.} = 11 \text{ Gr.} : x$$

$$19 \quad \square\ 5 \text{ Rthlr.} + 1 \text{ Gr.}$$

$$x = 95 \text{ Rthlr. } 19 \text{ Gr.}$$

Jede 11 Pfunde kosten 5 Rthlr. 1 Gr.; aus 209 Pfd. aber lassen sich 19 solcher 11 Pfundstücke machen, daher kosten sie auch 19 × 5 Rthlr. und 19 × 1 Gr. = 95 Rthlr. 19 Gr.

Wären es 211 Pfd., so bleiben bei der Division durch 11 noch 2 Pfd. übrig, die à 11 Gr. 22 Gr. betragen, und die man leicht in Gedanken dazu rechnen kann.

4) Wenn in Stettin das Pfund Kaffee 13 Gr. gilt, was kosten 182 Pfd.?

$$1 \text{ Pfd.} : 182 \text{ Pfd.} = 13 \text{ Gr.} : x$$

$$98 \text{ Rthlr. } 14 \text{ Gr.} \quad \square\ 7 \text{ Rthlr.} + 1 \text{ Gr.}$$

(13 : 182 = 14, folglich ist x = 14 × 7 Rthlr. + 14 × 1 Gr.)

Gesetzt es wären 181 Pfd. zu diesem Preise zu berechnen gewesen, so fehlte dann noch 1 Pfd. an den 14 Pfundstücken, und der Betrag wäre 13 Gr. weniger.

§. 263.

Bei den unbequemen Theilen vom Groschen, oder bei 5, 7 und 11 Pf. verfährt man, wie in den vorigen §. §. gezeigt worden; nur ist zu

merken, daſs der Quotient Pfennige, und das Product vom Quadrate Groschen gibt. Z. B.

1) Was kosten 55 Ellen Band à 5 Pf.?

1 Elle : 55 Ellen = 5 Pf. : x
5) 11 □ 2 Gr. + 1 Pf.
x = 22 Gr. 11 Pf.

2) Was kosten 6 Pfd. 18 Loth Pfeffer à 7 Pf. das Loth?

1 Lth. : 6 Pfd. 18 Lth. = 7 Pf. : x
32 □ 4 Gr. + 1 Pf.
$\frac{1}{6}$ Rthlr.
210
7) 30
5 Rthlr. 2 Gr. 6 Pf.
x = 30 × $\frac{1}{6}$ Rthlr. + 30 × 1 Pf.

Wären ein oder einige Lothe noch darüber oder fehlten sie, so ist ihr Betrag ebenfalls leicht zu addiren, oder zu subtrahiren.

3) Was betragen 198 Stück à 11 Pf.?

1 Stk. : 198 Stk. = 11 Pf. : x
11) 18 □ 10 Gr. + 1 Pf.
x = 180 Gr. + 18 Pf. = 7 Rthlr. 13 Gr. 6 Pf.

Doch würde ich in dergleichen Fällen, wo nur eine Einheit an der höheren Sorte mangelt, lieber nach §. 234 verfahren, und hier so schlieſsen:

198 Stk. à 11 Pf. = 198 × 1 Gr. ÷ 198 × 1 Pf.
198 × 1 Gr. = 8 Rthlr. 6 Gr.
÷ 198 × 1 Pf. = - - 16 - 6 Pf.
7 Rthlr. 13 Gr. 6 Pf.

Daſs man sich auch bei andern Münzsorten, z. B. in England bei Pence u. s. w. dieses Vor-

theils bedienen könne, brauche ich wohl nicht erst zu erinnern.

§. 264.

Auf ähnliche Art lassen sich auch mehrere unbequeme Theile von andern Münzsorten behandeln, und zwar in den meisten Fällen, wo die Reductionszahlen durch 3 oder 8 ohne Rest dividirt werden können. Ich will deren nur einige anführen.

1) Ein Gulden hat gewöhnlich 16 Ggr.; da sind 7, 9 und 15 Ggr. die unbequemen Theile vom Gulden, welche die Eigenschaft besitzen, daſs ihr Quadrat minus 1 jedesmal ganze Gulden gibt, nämlich:

bei 7 Ggr. ist der Quadratschlüssel 3 fl.
- 9 - - - - - - 5 -
- 15 - - - - - - 14 -

2) Ein Kaisergulden wird zu 20 Ksgr. gerechnet; da haben nur 9, 11 und 19 Ksgr. obige Eigenschaft.

Von 9 Ksgr. ist der Quadratschlüssel 4 Kfl.
- 11 - - - - - - - 6 -
- 19 - - - - - - - 18 -

Z. B. Was betragen 154 Pfd. à 11 Ksgr.

154 Pfd. à 11 Ksgr.
11) ———
14 □ 6 fl. + 1
———
84 Kfl. 14 Ksgr.

3) Im südlichen Teutschlande rechnet man viel nach Gulden à 60 Kreuzer; da sind die unbequemen Kreuzer, welche obige Eigenschaft haben, folgende:

11 Xr. der Quadratschlüssel ist 2 fl.
19 - - - - - - 6 -
29 - - - - - - 14 -
31 - - - - - - 16 -
41 - - - - - - 26 -

Z. B. Was kosten 570 Ellen à 19 Xr.?

1 Elle : 570 Ellen = 19 Xr. : x

$$19)\overline{}$$
30

$x = 30 \times 6$ fl. + 30×1 Xr. = 180 fl. 30 Xr.

4) In der ehemaligen freien Reichsstadt Bremen, wie auch in dem Herzogthum Oldenburg, und in dem Fürstenthum Verden rechnet man nach Reichsthalern zu 72 Groot; da liefsen sich etwa folgende auf diese Art berechnen:

17 Grt. der Quadratschlüssel ist 4 Rthlr.
19 - - - - - - 5 -
37 - - - - - - 19 -

Z. B. Was kommen 874 Pfd. Tabak à 19 Grt.?

874 Pfd. à 19 Gtt.
$$19)\overline{}$$
46

$x = 46 \times 5$ Rthlr. + 46×1 Grt. = 230 Rthlr. 46 Grt.

5) In Hamburg werden die Preise von mehreren Waaren, als Pfeffer, Saffran, Wachs, Baumwolle, Ingber, Zucker, Indigo, Cochenille u. s. w. in Pfennigen und Schillingen flämisch angesetzt, da könnte man, zur Berechnung der unbequemen Pfennige fls. wenigstens, folgende Tabelle gebrauchen.

Unbequ. Pf. fls.		5	7	11	13	17	19	23	25	29	31
Quadratschl.	in Schl.	12	24	60	84	144	180	264	312	420	480
	in Mk.	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$	$5\frac{1}{4}$	9	$11\frac{1}{4}$	$16\frac{1}{2}$	$19\frac{1}{2}$	$26\frac{1}{4}$	30

Z. B. Wie theuer kommen 154 Pfd. Ingber, brauner, à 7 Pf. fls.?

154 Pfd. à 7 Pf. fls. : x
7) ――――
22 □ $1\frac{1}{2}$ Mk. + 1 Pf. fls. od. $\frac{1}{2}$ Shill.
11
11
――――
x = 33 Mk. 11 S.

7 Pfd. à 7 Pf. fls. würden 49 Pf. fls. oder 24 Schill. ($1\frac{1}{2}$ Mark) + 1 Pf. fls. kosten; es betragen daher 22 solcher 7 Pfundstücke 22 × $1\frac{1}{2}$ Mk. + 22 × 1 Pf. fls. oder + 22 × $\frac{1}{2}$ Schl.

6) In Holland gehört zu dem außergewöhnlichen Rechnungsgelde ebenfalls die flämische Währung, in welcher die Preise von mehreren Waaren gestellt werden. Da könnte man sich in vorkommenden Fällen etwa folgender Tabelle bedienen:

Unbeq. Pf. fls.	11	19	21	29	31	39
Quadratschl. in fl	3	9	11	21	24	38

Z. B. Was betragen 105 Pfd. Zucker à 11 Pf. flämisch?

1 Pfd. : 165 Pfd. = 11 Pf. fls. : x
――――
15 □ 3 fl.
――――
x = 15 × 3 fl + 15 × 1 Pf. fls. = 45 fl. $7\frac{1}{2}$ Stv.

Was betragen 722 Pfd. dito à 19 Pf. fls.?

722 Pfd. à 19 Pf. fls.
――――
38 □ 9 fl.
――――
x = 38 × 9 fl. + 38 Pf. fls. = 342 fl. 19 Stüv.

Die Schillinge fläm lassen sich übrigens ohnehin sehr leicht auf Gulden reduziren, denn 10 Schill fls. = 3 fl. holl. Eine weitere Anwendung überlasse ich Jedem, der Lust dazu hat.

Anhang.

I.

Kurze Anweisung,

sich Tarifs und Rechenknechte zu machen.

§. 265.

Tarifs oder sogenannte Rechenknechte sind, wenn sie richtig berechnet und in tabellarische Form gebracht worden, in vielen Fällen treffliche Erleichterungsmittel, weil öfters mühsame Multiplicationen und Divisionen dadurch gespart werden. Sie sind vornämlich gut zu gebrauchen bei Reductionen der Gewichte und Maase der einen Provinz in die einer andern, bei Repartitionen von allerlei Abgaben und Lieferungsquantis, Assecuranzbeiträgen u. s. w., auch bei Zins- und Discontrechnungen, wo Zahlungen auf einzelne Tage geleistet werden. Selbst Krämer und Detaillisten können, wenn sie keine Fertigkeit im Rechnen besitzen, solche Rechenknechte mit vielem Vortheile benutzen. Den Namen *faule Knechte* würden sie dann mit Recht verdienen, wenn *Anfänger im Rechnen* sich derselben schon bedienen, und dadurch die weiteren Fortschritte, oder eine so nöthige grösere Fertigkeit, die nur durch Mühe und Anstrengung erlangt wird, hemmen wollten.

§. 266.

Die Verfertigung solcher Tarifs ist überaus leicht, wie die nachstehenden Beispiele zeigen werden. Man beobachte nur folgende Regel: Zuerst suche man den Betrag von einem Ganzen, oder von dem einfachen Bruchtheile eines Ganzen, lege diesen zum Grunde, und berechne hierauf (welches durch eine leichte Addition geschehen kann) den 2, 3, 4 und mehrfachen Theil. Wenn z. B. das Pfund einer gewissen Waare zu 16 Gr. 8 Pf. verkauft wird, wie theuer kommen hiernach 1 bis 31 Lothe? Hier berechne ich zuerst durch einen Proportionssatz den Betrag von 1 Loth, nämlich:

1 Pfd. : 1 Lth. = 16 Gr. 8 Pf. : x
32 Lth. 8) 2 - 1 -
4 . 8 4)
x = - - $6\frac{1}{4}$ Pf.

und formire dadurch folgende Tabelle:

Wenn das Pfund 16 Gr. 8 Pf. gilt, so kostet

Lth.	Gr.	Pf.	Lth.	Gr.	Pf.	Lth.	Gr.	Pf
1	—	$6\frac{1}{4}$	9	4	$8\frac{1}{4}$	17	8	$10\frac{1}{4}$
2	1	$\frac{1}{2}$	10	5	$2\frac{1}{2}$	18	9	$4\frac{1}{2}$
3	1	$6\frac{3}{4}$	11	5	$8\frac{3}{4}$	19	9	$10\frac{3}{4}$
4	2	1	12	6	3	20	10	5
5	2	$7\frac{1}{4}$	13	6	$9\frac{1}{4}$	21	10	$11\frac{1}{4}$
6	3	$1\frac{1}{2}$	14	7	$3\frac{1}{2}$	22	11	$5\frac{1}{2}$
7	3	$7\frac{3}{4}$	15	7	$9\frac{3}{4}$	23	11	$11\frac{3}{4}$
8	4	2	16	8	4	24	12	6
					u.	s.	w.	

Dieses gilt auch von Waaren, deren Preise nach Zentnern bestimmt sind, und wo man den Preis von einem oder mehreren Pfunden wissen

will. Doch diese Tabelle wird durch die im nächsten §. angegebene fast ganz entbehrlich.

§. 267.

Nicht nur beim Detaillisten, sondern auch beim Grossirer kommen die Fälle häufig vor, wo jener einzelne Pfunde, dieser einzelne Pfunde über den Zentner, zu berechnen hat. Ein geübter Rechner wird sich zwar keiner Tabellen dazu bedienen, denn ehe er den Betrag in der Tabelle aufsucht, hat er denselben schon berechnet, wenn ihm besonders der im obigen 18ten Abschnitte §. 244 angezeigte Vortheil bekannt ist. Allein ungeübte Rechner führen dergleichen Berechnungen gewöhnlich auf eine sehr weitläuftige Art, und diesen würde ein solcher Tarif gute Dienste leisten.

Man verfertigt nämlich eine Tabelle, in welcher man den Preis eines Zentners (entweder nach 100 oder 110 oder 112 oder 114 u. s. w. Pfunden) berechnet, wenn das Pfund $\frac{1}{2}$ Pf. bis 1 Rthlr. kostet. Ohne mühsames Rechnen kann man dann gleich angeben, wie theuer der Zentner zu stehen komme, wenn das Pfund für so und so viel Pfennige oder Groschen verkauft wird. Aber auch umgekehrt kann man dann den Betrag von 1 Pfd ziemlich genau finden, wenn man in der Tabelle eine, dem bekannten Preise eines Zentners am nächsten kommende Zahl aufsucht, und den dabei stehenden Preis eines Pfundes für den Betrag annimmt. Hier ist die Tabelle, die ein Jeder nach Belieben weiter fortsetzen, und sie so vollständig als möglich machen kann. Der Zentner ist zu 110 Pfd. angenommen.

Preis von														
1 Pfd.		1 Zent.			1 Pfd.		1 Zent.			1 Pfd.		1 Zent.		
gr.	pf.	Rt.	gr.	pf.	gr.	pf.	Rt.	gr.	pf.	gr.	pf.	Rt.	gr.	pf
—	½	—	4	7	1	5½	6	16	5	5	7	25	14	2
—	1	—	9	2	1	6	6	21	—	5	7½	25	18	9
—	1½	—	13	9	1	6½	7	1	7	5	8	25	23	4
—	2	—	18	4	1	7	7	6	2	5	8½	26	3	11
—	2½	—	22	11	1	7½	7	10	9	5	9	26	8	6
—	3	1	3	6		u.	s.	w.	—	5	9½	26	13	1
—	3½	1	8	1	5	—	22	22	—	5	10	26	17	8
—	4	1	12	8	5	½	23	2	7	5	10½	26	22	3
u.	s.	w.			5	1	23	7	2	5	11	27	2	10
1	—	4	14	—	5	1½	23	11	9	5	11½	27	7	5
1	½	4	18	7	5	2	23	16	4	6	—	27	12	—
1	1	4	23	2	5	2½	23	20	11	6	½	27	16	7
1	1½	5	3	9	5	3	24	1	6	6	1	27	21	2
1	2	5	8	4	5	3½	24	6	1	6	1½	28	1	9
1	2½	5	12	11	5	4	24	10	8	6	2	28	6	4
1	3	5	17	6	5	4½	24	15	3	6	2½	28	10	11
1	3½	5	22	1	5	5	24	19	10	6	3	28	15	6
1	4	6	2	8	5	5½	25	—	5	6	3½	28	20	1
1	4½	6	7	3	5	6	25	5	—			u.	s.	w.
1	5	6	11	10	5	6½	25	9	7					

Die Anwendung dieser Tabelle ist an sich deutlich; nur will ich den umgekehrten Gebrauch durch ein einziges Beispiel erläutern. Gesetzt, man wollte wissen, wie theuer das Pfund komme, wenn der Zentner 26 Rthlr. 18 Gr. koste; so sucht man in der Tabelle eine diesem Preise am nächsten kommende Zahl. Dies ist 26 Rthlr. 17 Gr. 8 Pf.; zur Linken findet man sogleich den Preis eines Pfundes mit 5 Gr. 10 Pf., der um eine unbedeutende Kleinigkeit von dem wahren Preise differirt; denn

110 Pfd. : 1 Pfd. = 26 Rthlr. 18 Gr.

(24

64,2 | 5 Gr.

92

(12

110,4 | 10 Pf. + $\frac{4}{110}$ Pf.

oder mit Anwendung des §. 244 erwähnten Vortheils:

26 Rthlr. 18 Gr.

5) ———

5 - $4\frac{1}{5}$ -

11) - - $5\frac{46}{55}$ -

———

5 Gr. $10\frac{2}{55}$ Pf.

§. 268.

Tabellen über den Betrag der Abgaben und andern Lieferungsquantis werden auf ähnliche Art verfertigt. Man berechnet nämlich auf die angezeigte Art den Betrag von den kleinsten Bruchtheilen bis zu den gröſsten vorkommenden Zahlen, entweder nach den vorgeschriebenen Terminen, oder nach andern gegebenen Verhältnissen. So wird z. B. in A. eine Stadtabgabe von bürgerlichen Gewerben, vom Brauen und von liegenden Gütern, unter dem Namen Contribution jährlich in 45 Terminen erhoben. Ein Handwerker gibt de arte, oder von seinem Gewerbe, terminlich 6, auch 9 Pf.; andere 1 Gr.; Kaufleute 2 bis 3 Gr. Bei diesen ist der Betrag in 45 Terminen leicht zu finden. Allein die Abgaben von Grundstücken sind, nach der Gröſse nicht nur, sondern nach den dazu gekauften oder davon wieder verkauften jedes Jahr sehr verschieden; Einer gibt $1\frac{1}{6}$ Pf., ein Anderer 7 Gr. $5\frac{7}{12}$ Pf., ein Dritter 1 Rthlr. 19 Gr $11\frac{11}{24}$ Pf. u. s. w. terminlich. Hier leistet nachstehende

Tabelle die besten Dienste, wie ich aus eigner Erfahrung versichern kann, und sie vollständig mittheile, weil mit leichter Mühe andere hiernach eingerichtet werden können.

1 Tm.	45 Termine.			1 Tm.	45 Termine.			1 Tm.	45 Termine.		
Pf.	Rt.	Gr.	Pf.	Pf.	Rt.	Gr.	Pf.	Gr.	Rt.	Gr.	Pf.
$\frac{1}{24}$	—	—	$1\frac{7}{8}$	$\frac{1}{3}$	—	1	3	6	11	6	—
$\frac{5}{24}$	—	—	$9\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	—	2	6	7	13	3	—
$\frac{7}{24}$	—	1	$1\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	—	1	$10\frac{1}{2}$	8	15	—	—
$\frac{11}{24}$	—	1	$8\frac{5}{8}$	1	—	3	9	9	16	21	—
$\frac{13}{24}$	—	2	$\frac{3}{8}$	2	—	7	6	10	18	18	—
$\frac{17}{24}$	—	2	$7\frac{7}{8}$	3	—	11	3	11	20	15	—
$\frac{19}{24}$	—	2	$11\frac{5}{8}$	4	—	15	—	12	22	12	—
$\frac{23}{24}$	—	3	$7\frac{1}{8}$	5	—	18	9	13	24	9	—
$\frac{1}{12}$	—	—	$3\frac{3}{4}$	6	—	22	6	14	26	6	—
$\frac{5}{12}$	—	1	$6\frac{3}{4}$	7	1	2	3	15	28	3	—
$\frac{7}{12}$	—	2	$2\frac{1}{4}$	8	1	6	–	16	30	—	—
$\frac{11}{12}$	—	3	$5\frac{1}{4}$	9	1	9	9	17	31	21	—
$\frac{1}{6}$	—	—	$7\frac{1}{2}$	10	1	13	6	18	33	18	—
$\frac{5}{6}$	—	3	$1\frac{1}{2}$	11	1	17	3	19	35	15	—
$\frac{1}{8}$	—	—	$5\frac{5}{8}$	Gr.	—	—	—	20	37	12	—
$\frac{3}{8}$	—	1	$4\frac{7}{8}$	1	1	21	—	21	39	9	—
$\frac{5}{8}$	—	2	$4\frac{1}{8}$	2	3	18	—	22	41	6	—
$\frac{7}{8}$	—	3	$3\frac{3}{8}$	3	5	15	—	23	43	3	—
$\frac{1}{4}$	—	—	$11\frac{1}{4}$	4	7	12	—	Rt.	—	—	—
$\frac{3}{4}$	—	2	$9\frac{3}{4}$	5	9	9	—	1	45	—	—

§. 269.

Bei Verfertigung der Tarifs zu Reductionen der Gewichte und Maase eines Landes in die eines andern, sucht man erst ein Verhältniſs in ganzen Zahlen, berechnet die Einheit des einen Gewichtes oder Maases in Theilen oder Ganzen des andern, und sucht dann, wie oben, durch eine bloſse Addition den 2, 3, 4 und mehrfachen Betrag. Wie aber das Verhältniſs in ganzen Zahlen gefunden wird, dies ist in dem 2ten Cursus, in der Reductionsrechnung, nachzusehen. So hält der Ohm Wein in Bremen 7200, der Ohm à 2 Eimer, in Berlin hingegen 7552 franz. Kubikzoll. Folglich betragen 7552 Ohm in Bremen 7200 Ohm oder 14400 Eimer in Berlin, oder in kleineren Zahlen 236 Ohm in Bremen = 225 Ohm oder 450 Eimer in Berlin. Dies als Grundverhältniſs angenommen, so lassen sich alle übrige, entweder vom Quart, oder Anker, oder Eimer leicht daraus herleiten und, wie bereits gezeigt worden, in eine Tabelle bringen.

Eben dasselbe gilt auch von Tarifs über Zinsen auf einzelne Tage, über Discont, über Wechselcurse, und überhaupt von allen dergleichen Tabellen. Manche bezahlen dieselben mit vielem Gelde, und hätten solche auf einem Blatte Papier selbst entwerfen können. Dieser Fingerzeig wird dem denkenden Kopfe hinreichend seyn, sich in vorkommenden Fällen dergleichen Erleichterungsmittel selbst zu verfertigen.

II.

Uebersicht

des

Rechnungsgeldes, der Maase und Gewichte

in den

bekanntesten europäischen Handelsplätzen.

a) *Im Allgemeinen.*

1 Reichsthaler gilt 24 gute Groschen à 12 Pfennige, oder 36 Mariengroschen à 8 Pfennige.
1 meifsnischer Gulden gilt 21 Ggr.
1 altes Schock gilt 20 Ggr.
1 neues Schock gilt 60 Ggr. oder 2 Rthlr. 12 Ggr.
1 Gulden in Sachsen hat 16 Ggr. 3 fl. = 2 Rthlr.
1 Gulden rheinisch hat 15 Batzen, oder 60 Kreuzer à 4 Pfenn., und gilt 13 Gr. 4 Pf. sächsisch.
1 Kaisergulden gilt 16 Ggr. oder 20 Kaisergroschen, oder 72 Kreuzer rheinl.
1 Batzen gilt 4 Kreuzer.
1 Kreuzer hat 3 gute oder 4 leichte Pfennige.
1 Mattier gilt 4 Pfennige; 1 Pfennig hat 2 Heller.
1 Pfund wiegt 32 Loth à 4 Quentchen.
1 Pfund Apothekergewicht hat 12 Unzen oder 24 Loth.
1 Unze hat 8 Drachmen oder Quentchen.

1 Drachme hat 3 Skrupel à 20 Grän.
1 Zentner Gold oder Silber hat 200 Mark.
1 Mark Gold oder Silber hat 16 Loth à 18 Grän. Die Feinheit des Goldes wird gewöhnlich in Teutschland nach Karat und Grän, die Mark fein zu 24 Karat à 12 Grän, und die Feinheit des Silbers nach Loth und Grän, die Mark fein zu 16 Loth à 18 Grän angenommen.

In Ansehung des Maases gibt es *Längen-*, *Flächen-* und *Körpermaase.* Das *Längenmaas* ist bei Land- und Feldmessungen, beim Bauen u. s. w. üblich. Bei Feldmessungen heifst es *geometrisches*, beim Bauen *rheinländisches* Maas.

Eine Ruthe geometr. (0)		hat	10 Fufs (10′)
Ein Fufs	-	-	10 Zoll (10″)
Ein Zoll	-	-	10 Linien (10‴)
Eine Ruthe rheinl.		-	12 Fufs.
Ein Fufs	-	-	12 Zoll.
Ein Zoll	-	-	12 Linien.

Eine Elle hat 4 Viertel, 8 Achtel, 16 Sechszehntel.

Die Ellen sind sehr verschieden; auch haben manche Waaren, als Seide, Wolle, Leinwand u. s. w. oft ihre eigene Ellen.

Eine Klafter hält gewöhnlich 3 Ellen oder 6 Fufs.

Um *Flächen* zu messen, bedient man sich der Meilen, Ruthen, Fufs, Zoll und Linien, nimmt dieselben ins *Gevierte*, d. h. in die Länge und Breite, und nennt sie dann Quadratmeilen, Quadratruthen, Quadratfufs, Quadratzoll und Quadratlinien. Eine Quadratruthe hat 100 Quadratfufs zu 100 □ Zoll à 100 □ Linien.

Zur Ausmessung der *Körper* bedient man sich des *Würfel-* oder *Kubikmaases*, wo nämlich die Länge, Breite und Höhe mit einander

multiplizirt wird. Eine Kubikruthe enthält 1000 Kubikfuſs zu 1000 Kubikzoll à 1000 Kubiklinien.

Eintheilung der Zeit. Ein Jahr hat 12 Monate, oder 52 Wochen, 1 Tag und 6 Stunden; oder 1 Jahr hat 365 Tage und 6 Stunden. Wegen dieser noch übrigen 6 Stunden wird alle vier Jahre ein Tag (im Monat Februar) eingeschaltet, daher ein solches Jahr den Namen *Schaltjahr* bekommt, und 366 Tage hat. Die Monate haben nicht gleichviel Tage; in kaufmännischen Rechnungen aber, besonders bei Zinsberechnungen, werden sie gewöhnlich zu 30 Tagen angenommen.

Von *zählbaren Dingen* sind noch folgende Benennungen zu merken.

Ein *groſses Tausend* (beim Holzhandel) hat 5 Ringe, oder 20 Schock oder 1200 Stück. Ein groſses Hundert hat 2 Schock oder 120 Stück.

Ein Groſs (bei thönernen Tabakspfeifen) hat 12 Dutzend à 12 Stück, oder 144 Stück.

Ein Schock hat 4 Mandel à 15 Stück.

Beim *Leinwandhandel* hält das Schock 3 Stiegen oder 60 Ellen. Beim *Garnhandel* wird nach Stück, Strehn, Zaspel, Gebind und Faden gerechnet, die aber nach ihrer Länge und Anzahl sehr verschieden sind.

Beim *Rauchwaaren-*, *Pelz-* und *Lederhandel* rechnet man nach Zimmer zu 4 Decher à 10 Stück.

Beim *Tuchhandel* hat 1 Saum 22 Tuch à 32 Ellen. Ein Ballen hat 12 Tuch à 32 Ellen.

Bei *Tonnen-Waaren*, als Häringe, Kalk, Theer, Pech, Steinkohlen, Butter, Thran u. s. w. wird die Last zu 12 Tonnen gerechnet. 1 Last in Bremen hat auch 20 Stroh à 125 Stück Böklinge.

Beim *Papierhandel* hält 1 Ballen 10 Ries à 20 Buch à 24 Bogen Schreib-, und 25 Bogen Druckpapier.

Bei *Bergwerksrechnungen* hat die Zeche 4 Schichten à 8 Stämme à 4 Kuxe, oder 128 Kuxe.

Eine *Mark löthigen Silbers* wird beim Reichsgerichte zu 8 Thaler, und eine *Mark löthigen Goldes* zu 72 Goldgulden gerechnet.

b) *Insbesondere, nach einigen der vornehmsten Handelsplätze.*

R. G. bedeutet: Rechnungsgeld; G. M. Getraidemaas; W. M. Weinmaas; und H. G. Handelsgewicht.

Altona.

R. G. 1 Thaler zu 48 Schill. à 12 Pfenn. Species, oder 1 Mark zu 16 Schill. à 12 Pfenn. Current.

Maase und Gewichte sind gröſstentheils wie in Hamburg.

Amsterdam.

R. G.	Lfls.	Thlr.	Guld.	Schfls.	Stüv.	Pf. fls.	Pf. holl.
	1	$2\frac{2}{5}$	6	20	120	240	1920
		1	$2\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{3}$	50	100	800
			1	$3\frac{1}{3}$	20	40	320

Gewöhnlich rechnet man nach

1 fl. zu 20 Stüver à 16 Pf.
2 Thlr. = 5 fl. 10 Schlls. = 3 fl.

G. M. 1 Last hält $21\frac{3}{5}$ Tonnen, 27 Mudden, 30 Säcke.
1 Sack hat 3 Scheffel à 4 Vierdevat à 8 Kop.

W. M.	Ahm.	Ank.	Stek.	Viert.	Stoop.	Mingeln.	Pinten.
	1	4	8	21	64	128	256

H. G.	Schiffpfund.	Zentn.	Liespfund.	Stein.	Pfund.
	1	3	20	$37\frac{1}{2}$	300

Ansbach.

R. M. 1 fl. zu 60 Xr. à 4 Pfenn.
G. M. a) bei glattem Getraide:
1 Simra 16 Metzen à 16 Maas.
b) bei rauhem Getraide:
1 Simra 16 grofse oder 32 kleine Metzen oder 576 Maas.
W. M. 1 Fuder 12 Eimer zu 66 Maas à 4 Schoppen.
H. G. 1 Zentner hat 100 Pfund.

Archangel, s. St. Petersburg.

Augsburg.

R. G. 1 fl. zu 60 Xr. à 4 Pf.
G. M. 1 Schaff hat 8 Metzen, 32 Vierling, 128 Viertel à 4 Mäschen.
W. M. 1 Fuder hat 8 Jez, 16 Muids, 768 Maas.
H. G. 1 Zentner hat 100 Pfund.

Baireuth.

R. G. 1 fl. zu 60 Xr. à 4 Pfenn.
1 fränk. Gulden (bei herrschaftl. Abgaben) hat 15 schwere Batzen oder 75 Kreuzer.
(Maas und Gewicht wie in Ansbach.)

Bamberg.

R. G. 1 fl. zu 60 Xr. à 4 Pfenn.

G. M.	Malter.	Simmer.	Metzen.	Sechter.	Gescheid.
	1	4	8	16	64

W. M. 1 Fuder zu 12 Eimer à 72 Maas.
H. G. 1 Zentn. zu 100 Pfund.

Basel.

R. G. 1 fl. zu 60 Xr. à 8 Heller (oder 1 fl. zu 15 Batzen à 4 Xr.; oder 1 Pfund zu 20 Schill. à 12 Pfenn.)

G. M. 1 Sack zu 4 grofse oder 8 kleine Sester, oder zu 64 Becher.

W. M. 1 Saum zu 3 Ohm à 40 Maas.

Das Handelsgewicht ist 5 Procent schwerer, als das Krämergewicht; dann hat man noch ein besonderes Seidengewicht, Gold- und Silbergewicht, und Apothekergewicht.

Bergamo.

R. G. 1 Lira zu 20 Soldi à 12 Denari.

G. M.	Carro.	Sacci.	Stari.	Copelli.
	1	10	80	480

W. M. 1 Brenta hat 52 Pinte.

H. G. Das grofse Pfund hat 30 und das kleine Pfund 12 Unzen.

Berlin.

R. G. 1 Rthlr. zu 24 Gr. à 12 Pfenn. Current.
1 Liv. Bco hat 24 Gr. à 12 Pf. Bco.
16 Liv. Bco. = 21 Rthlr. Cur.

G. M.	Wispel.	Malter.	Scheffel.	Viertel.	Metzen.	
	1	2	24	96	384	
W. M.	Fuder.	Oxhoft.	Ohm.	Eimer.	Anker.	Quart.
	1	4	6	12	24	768

H. G. 1 Last zu 12 Schiffpfd. à 20 Liespfd. à 14 Pfund.
1 Zentner hat 5 Stein à 22 Pfund.

Bologna.

R. G. 1 Lira zu 20 Soldi à 12 Denari. 1 Scudo = 5 Lire.

G. M.	Corba.	Stari.	Quarteroni.	Quarticeni.
	1	2	8	32
W. M.	Corba.	Quartarole.	Boccali.	Foglietti.
	1	4	60	240

H. G. 1 Peso zu 25 Lire à 12 Oncie.

Botzen.

R. G. 1 fl. zu 60 Xr. à 4 Pfenn.

H. G. 1 Saum zu 4 Zentner à 100 Pfund.

Braunschweig.

R. G. 1 Rthlr. zu 24 Ggr. à 12 Pfenn., oder 1 Rthlr. zu 36 Gr. à 8 Pfenn.

G. M. Wispel. Scheffel. Himten. Vierfaſs. Löcher.
1 4 40 160 640
W. M. Fuder. Oxhoft. Ahm. Stübchen. Quartier.
1 4 6 240 960
H. G. 1 Schiffpfund zu 20 Liespfd. à 14 Pfund.
1 Zentner = 114 Pfund.

Bremen.

R. G. 1 Rthlr. zu 72 Groot à 5 Schwar.
G. M. Last. Quart. Scheffel. Viertel. Spint.
1 4 40 160 640
W. M. 1 Ahm zu 4 Anker à 5 Viertel.
H. G. Das Pfund schwer hat 300 Pfund, bei Fracht 308 Pfund. 1 Schiffpfund zu 20 Liespfund à 15 Pfund. Die Wage Eisen hat 120 Pfund. Der Stein Flachs 20; der Stein Wolle aber nur 10 Pfund.

Breslau.

R. G. 1 Rthlr. zu 30 Silbergroschen à 12 Denaren, oder 1 Rthlr. zu 24 Ggr. à 12 Pf., 5 Sgr. = 4 Ggr. 5 Denaren = 4 Pfenn.
G. M. Wispel. Malter. Scheffel. Viertel. Metzen.
1 2 24 96 384
1 4 16
W. M. 1 Eimer zu 20 Topf à 4 Quart.
H. G. 1 Schiffpfund zu 3 Zentner à 132 Pfund.
1 Stein = 24 Pfund.
L. M. 7 berl. Ellen = 8 bresl. Ell., oder noch genauer
19 - - = 22 - -
5 brabant. dito = 6 bresl. Ellen.

Cleve.

R. G. 1 Thaler zu 60 Stüver à 4 Ort oder 12 Pfenn.
G. M. Last. Malter. Scheffel. Viertel. Kannen.
1 15 60 240 2880
W. M. 1 Ohm zu 4 Anker à 30 Kannen.
H. G. 1 Zentner zu 110 Pfund.

Constantinopel.

R. G. Piaster. Paras. gute und Curr. Asper.
1 40 100 120

G. M. 1 Fortin zu 4 Kisloz.
H. G. 1 Quintal $7\frac{1}{3}$ Batmans, 44 Okas, 100 Rottels.

Danzig.

R. G.	Rthlr.	fl.	Gr.	Schill.	Pfenn.
	1	3	90	270	1620
		1	30	90	540
			1	3	18

G. M. 1 Last zu 60 Scheffel à 4 Viertel oder 16 Metzen.

W. M.	Last.	Faſs.	Both.	Oxhoft.	Anker.	Viertel.	Stof.
	1	2	4	8	48	240	1320

H. G. 1 Schiffpfund zu 20 Liespfund à 16 Pfund.
1 Zentner = 120 Pfund.
Der groſse Stein hat 34, der kleine 24 Pfund.

Dorpat, s. St. Petersburg.

Dresden, s. Leipzig.

Elbing, s. Königsberg.

Emden.

R. G. 1 Rthlr. zu 54 Stüver à 10 Witten.

G. M.	Last.	Tonnen.	Sack.	Verps.	Scheffel.	Krues.
	1	15	30	60	120	2160

H. G. 1 Schiffpfund zu 3 Zentn. à 100 Pfund.

England.

R. G. 1 Liv. zu 20 Shill. à 12 Pence Sterl.

G. M.	Last.	Tuns.	Bushels.	Gallons.	Pottles.	Pints.
	1	2	80	640	1280	5120
W. M.	Tun.	Pipes.	Barrels.	Gallons.	Pottles.	Pints.
	1	2	8	252	504	2016

H. G. 1 Tun zu 20 Hundret oder Zentn. à 4 Quarters à 28 Pfund. 1 Zentner hat 112 Pfund.

Erfurt.

R. G. 1 Rthlr. zu 24 Gr. à 12 Pfenn.

G. M.	Malter.	Viertel.	Scheffel.	Metzen.	Mäschen.
	1	4	12	48	192

W. M. 1 Fuder zu 6 Ohm à 2 Eimer, à 72 Maas.
H. G. 1 Zentn. hat 110 Pfund.

Florenz.

R. G. 1 Lira zu 20 Soldi à 12 Denari.

G. M.	Sacco.	Staje.	Quarti.	Metadelli.	Mezzete.
	1	3	12	48	96
W. M.	Barillo.	Fiaschi.	Boccali.	Mezzete.	Quartucci
	1	20	40	80	160

H. G. 1 Pfund zu 12 Oncie à 24 Denari à 24 Grani.

Frankfurt am Main.

R. G. 1 fl. zu 60 Xr. à 4 Pfenn. oder
1 Rthlr. zu 90 Xr. à 4 Pf.

G. M.	Malter.	Simmer.	Metzen.	Sechter.	Gescheid.
	1	4	8	16	64
W. M.	Stück.	Fuder.	Ohm.	Viertel.	Maas.
	1	$1\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{2}$	150	600

H. G. 1 Zentner hat 100 Pfund schweres oder 108 Pfund leichtes Gewicht.
1 Pfd. hat 2 Mark, 16 Unzen, 32 Loth, 128 Quint. 512 Pfennige.

Frankfurt an der Oder, s. Berlin.

Frankreich.

R. G. 1 Franc zu 10 Décimes à 10 Centimes, oder 1 Franc zu 100 Centimes.

G. M.	Kilolitre,	Hektolitre,	Dekalitre,	Litre.	
	Tonneau,	Setier,	Boisseau,	Pinte.	
	1	10	100	1000	
W. M.	Kilolitre,	Hektolitre,	Dekalitre,	Litre.	
	Muids,	Poinçon,	Velte,	Pinte.	
	1	10	100	1000	
H. G.	Myriagramme,	Kilogr.,	Hektogr.,	Dekagr.,	Gramme.
	Quintal,	Livre,	Once,	Gros,	Denier.
	1	10	100	1000	10000.

Genua.

R. G. 1 Lira zu 20 Soldi à 12 Denari.
G. M. 1 Mina zu 8 Quarti à 12 Gambette.
W. M. 1 Mezzarola zu 2 Barilli à 100 Pinte.

H. G.	Peso.	Cantari.	Rubbi.	Rottoli.	Libras.	Oncie.
	1	5	30	500	750	9000

Gera.

R. G. 1 Rthlr. zu 24 Gr. à 12 Pfenn. 1 Lbthlr. gilt 1 Rthlr. 16 Gr.

G. M. 1 Scheffel zu 4 Viertel à 2 Achtel.

H. G. 1 Zentn. zu 5 Stein à 22 Pfund.

Gotha.

R. G. 1 Rthlr. zu 24 Gr. à 12 Pfenn. 1 Lbthlr. gilt 1 Rthlr. 15 Ggr.

	Malter.	Scheffel.	Viertel.	Metzen.	Mäschen.
G. M.	1	2	4	16	64

W. M. 1 Fuder zu 12 Eimer à 40 Kannen à 2 Maas.

H. G. 1 Zentner hat 110 Pfund.

Halberstadt, s. Berlin.

Hamburg.

	Rthlr.	Mk.	Schll. fls.	Schll. lüb.	Pfenn. fls.	Pfenn. lüb
R. G.	1	3	8	48	96	576

1 Mark zu 16 Schill. à 12 Pf.

G. M. a) Weizen, Roggen, Erbsen.
1 Last 3 Wispel 30 Scheffel 60 Faſs. 120 Himten, 480 Spint.
b) Gerste und Hafer.
1 Last 2 Wispel 20 Scheffel 60 Faſs. 180 Himten, 720 Spint.

	Fuder.	Ahm.	Ank.	Eimer.	Viert.	Stübchen.	Quartier.
W. M.	1	6	24	30	120	240	960

H. G. 1 Schiffpf. zu 20 Liespfd. à 14 Pfd. zur Fuhre aber à 16 Pfd. 1 Zntn. = 112 Pfd.

Hannover.

R. G. 1 Rthlr. zu 36 Mariengroschen à 8 Pfenn.

G. M. 1 Last hat 2 Wisp., 16 Malter, 96 Himten.

	Fuder.	Oxhoft.	Ahm.	Eimer.	Anker.	Kann.	Quartier.
W. M.	1	4	6	15	24	480	960

H. G. 1 Last zu 12 Schiffpfd. à 20 Liespfd. à 14 Pfund. 1 Zentner zu 112 Pfund.

Heidelberg.

R. G. 1 Rfl. zu 60 Xr. à 4 Pfenn.

G. M.	Malter.	Simmer.	Metzen.	Sechter.	Gescheid.
	1	4	8	16	64

W. M. 1 Fuder hat 10 Ahm, 120 Viertel, 480 Maas.
H. G. 1 Zentner zu 100 Pfund.

Hildesheim.

R. G. 1 Rthlr. zu 24 Ggr. à 12 Pfenn., oder
1 Rthlr. zu 36 Gr. à 8 Pf.

G. M.	Malter.	Scheffel.	Himten.	$\frac{1}{3}$ Metzen.	$\frac{1}{4}$ Metzen.	
	1	3	6	18	24	
W. M.	Fuder.	Oxhoft.	Ahm.	Viertel.	Stübchen.	Quart.
	1	4	6	120	240	960

H. G. 1 Schiffpfund zu 20 Liespfund à 14 Pfund.
1 Zentn. hat 11 Stein à 10 Pfund.

Kassel.

R. G. 1 Rthlr. zu 32 Albus à 9 Pfenn. oder à 12 Heller.

G. M.	Viertel.	Himten.	Metzen.	Mäschen.
	1	4	16	64
W. M.	Fuder.	Ohm.	Viertel.	Maas.
	1	6	120	480

H. G. 1 Zentn. zu 108 Pfund.

Königsberg.

R. G. 1 fl. zu 30 Gr. à 18 Pfenn. preuſs. 1 Rthlr. hat 3 fl.

G. M.	Last.	Tonnen.	Neue Scheffel.	Alte Scheffel.			
	1	24	$56\frac{1}{2}$	60			
W. M.	Both.	Pipe.	Oxhoft.	Ahm.	Anker.	Viertel.	Stoof.
	1	$1\frac{1}{3}$	2	3	12	60	360
H. G.	Schpfd.	Zentn.	groſse Stein.	kl. Stein.	Liespfd.	Pfd.	
	1	3	10	$16\frac{1}{2}$	20	330	

Kopenhagen.

R. G. 1 Rthlr. zu 96 Schll. dän. oder zu 6 Mk. à 16 Schll.
G. M. 1 Last zu 22 Tonnen à 8 Scheffel à 4 Viertel.

W. M.	Fuder.	Ahm.	Anker.	Stübchen.	Kannen.	Pott.
	1	6	24	240	465	930

H. G. 1 Last zu $16\frac{1}{4}$ Schpfd. oder zu 52 Zentn. à 100 Pfd.
1 Schiffpfd. zu 20 Liespfund à 16 Pfund.

Leipzig.

R. G. 1 Rthlr. zu 24 Gr. à 12 Pfenn.

G. M.	Wispel.	Malter.	Scheffel.	Viertel.	Metzen.
	1	2	24	96	384
W. M.	Fuder.	Faſs.	Eimer.	Kannen.	
	1	$2\frac{2}{5}$	12	756	

H. G. 1 Zentner zu 5 Stein à 22 Pfund oder zu 110 Pfd.

Libau.

R. G. 1 Rthlr. zu 90 Groschen Alberts. 1 fl. zu 30 Gr.

G. M. 1 Last Weizen, Roggen, Gerste, Erbsen, hat 48 Loof.
1 Last Hafer oder Malz hat 60 Loof.

H. G. 1 Schiffpfund zu 20 Liespfund à 20 Pfund.

Lissabon, s. Portugal.

Livorno.

R. G. 1 Pezza da otto Reali zu 20 Soldi à 12 Denari, oder 1 Lira zu 20 Soldi à 12 Denari.
1 Ducato = 7 Lire. 1 Pezza = $5\frac{3}{4}$ Lire.

G. M.	Sacco.	Staje.	Quarti.	Bussoli.	
	1	3	12	96	
W. M.	Barillo.	Fiaschi.	Boccali.	Mezzete.	Quart.
	1	20	40	80	160

H. G. 1 Migliajo = 1000 Pfd. 1 Centinajo = 100 Pfd.
100 Pfund amsterd. geben hier 140 Pfund.
100 Pfd. hamb. = 136 Pfd. 100 Pfd. wien. = 160 Pfd.

London, s. England.

Lübeck.

R. G. 1 Mark zu 16 Schill. à 12 Pfenn. lübisch.

G. M.	Last.	Drömt.	Tonnen.	Scheffel.	Faſs.	
	1	8	24	96	384	
W. M.	Fuder.	Ahm.	Viertel.	Stübchen.	Kannen.	Quartier.
	1	6	120	240	480	960

H. G. 1 Schiffpfund zu 20 Liespfund à 14 Pfund.
1 Zentner = 112 Pfund.

Lüneburg.

R. G. 1 Rthlr. zu 36 Gr. à 8 Pfenn. oder

zu 24 Ggr. à 12 Pf.

G. M.	Wispel.	Scheffel.	Himt.	Spint.		
	1	20	40	160		

H. G. 1 Schiffpfd. zu 20 Liespfd. à 16 Pfd.

Magdeburg, s. Berlin.

Manheim, s. Heidelberg.

Marburg, s. Kassel.

Memel, s. Königsberg.

Mietau, s. Libau.

Milano.

R. G. 1 Lira zu 20 Soldi à 12 Denari oder 1 Lira zu 100 Centesimi ital.

G. M.	Mina.	Rubbi.	Sacci.	Staje.	Starelli.	Quartari.
	1	14	28	224	448	896
W. M.	Brenta.	Stari.	Mine.	Quart.	Pinte.	Boccali.
	1	3	6	12	48	96

H. G. 1 Peso grosso 4 Quart. 28 Unzen.
1 Peso sottile zu 12 Unzen.

Modena.

R. G. 1 Lira zu 20 Soldi à 12 Denari.
H. G. 1 Quintal zu 100 Pfund à 12 Unzen.

Moskwa, s. St. Petersburg.

München.

R. G. 1 Rthlr. zu 60 Xr. à 4 Pfenn.
G. M. 1 Schaff oder Scheffel zu 6 Metzen à 2 Viertel á 4 Mäschen.
W. M. 1 Eimer zu 60 Maas à 4 Quart.
H. G. 1 Zentner zu 5 Stein à 20 Pfund.

Narva, s. St. Petersburg.

Naumburg s. Leipzig.

Neapel.

R. G. 1 Ducato di Regno zu 10 Carlini à 10 Grani.
G. M. 1 Carro zu 36 Tomoli à 24 Maas.

W. M.	Carro.	Botti.	Barili.	Caraffe.
	1	2	24	1440

H. G. 1 Cantaro zu 100 Rotoli. 1 Staro = 10⅓ Rotoli.

Nürnberg.

R. G. 1 Rfl. zu 60 Xr. à 4 Pf.
G. M. 1 Korn-Simra hat 16 Metzen, 1 Hafer-Simra 32 Metzen à 4 Maas.

W. M.	Fuder.	Eimer.	Viertel.	Maas.	Seidel.
	1	12	384	768	1536

1 Eimer hält 64 Visirmaas oder 68 Schenkmaas.
H. G. 1 Schiffpfund zu 3 Zentner à 100 Pfund.

Odensee, s. Kopenhagen.

Oldenburg.

R. G. 1 Rthlr. zu 72 Groot à 5 Schwar, oder
1 Rthlr. zu 48 Schll. oder 1 Rthlr. zu 54 Stüver à 4 Ortjes.
2 Schll. = 3 Groot. 3 Ortjes = 5 Schwar.

G. M.	Last.	Molt.	Tonnen.	Scheffel.
	1	12	18	144

W. M.	Oxhoft.	Ohm.	Anker.	Kannen.	Quartier.
	1	1½	6	156	240

H. G. 1 Schiffpfund hat 3 Zentner à 100 Pfund.

Osnabrück.

R. G. 1 Rthlr. { zu 21 Schll. à 12 Pfenn. oder / zu 36 Gr. à 7 Pfenn. }
G. M. 1 Last hat 8⅓ Malter, 100 Scheffel, 400 Viertel à 4 Becher.

W. M.	Fuder.	Ahm.	Viertel.	Kannen.	Ort.
	1	6	168	672	2688

H. G. 1 Pfund schwer hat 300 Pfund. 1 Zentn. 108 Pfd. 1 Stein 10 Pfund.

Portugal.

R. G. Rees. 1 alte Crusade = 400 Rees.
1 neue - = 480 Rees.

G. M.	Moyo.	Fanegas.	Alqueires.	Quartos.		
	1	15	60	240		
W. M.	Tonnelada.	Pipas.	Almudas.	Potas.	Canhados.	Quart.
	1	2	52	104	624	2496

H. G. 1 Quintal zu 4 Arrobas à 32 Libras, à 2 Marcas.

Prag, s. Wien.

Regensburg.

R. G. 1 Rfl. zu 60 Xr. à 4 Pfenn.
G. M. 1 Schaff zu 4 Meefs à 4 Vierling, à 2 Metzen.
W. M. 1 Eimer zu 32 Viertel oder 88 Köpfel à 2 Seidel.
H. G. 1 Zentner = 100 Pfund.

Reval.

R. G. 1 Rubel hat 100 Kopeken.

G. M.	Last.	Tonnen.	Lof.	Kulmet.	Stof.
	1	24	72	216	2592
W. M.	Oxhoft.	Ahm.	Anker.	Stof.	Quartier.
	1	$1\frac{1}{2}$	6	180	720

H. G. 1 Schiffpfund zu 20 Liespfund à 20 Pfund.
1 Tonne zu 2 Zentner à 120 Pfund.

Riga.

R. G. 1 Rthlr. Alberts hat 90 Groschen.
G. M. 1 Last Roggen hat 45 }
1 - Weizen u. Gerste - 48 } Lof à 6 Kulmet.
1 - Hafer, Erbsen - 60 }
1 Tonne hat 2 Lof. 1 Czetwert hat 3 Lof.

W. M.	Fuder.	Ahm.	Anker.	Weddra.	Viertel.	Stof.
	1	6	24	72	120	720
H. G.	Last.	Schiffpfund.	Lof.	Liespfund.	Pfund.	
	1	12	48	240	4800	

Rom.

R. G. 1 Scudo zu 100 Bajocchi, oder
1 Scudo zu 10 Paoli à 10 Bajocchi à 5 Quatrini.
G. M. 1 Rubbio zu 22 Scorzi à $\frac{2}{2}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{8}{8}$ u. s. w.

W. M.	Botta.	Brente.	Barili.	Boccali.
	1	3	9	288

H. G. 1 Cantaro grosso zu 10 Cantari sottile à 10 Decine à 10 Lire.

Rostock.

R. G. 1 Rthlr. zu 48 Schill. à 12 Pfenn. oder
1 Mark zu 16 Schill. à 12 Pfenn.

G. M. 1 Last zu 8 Drömt à 12 Scheffel. à 4 Viertel à 4 Spint.

W. M.

Fud.	Ahm.	Ank.	Eimr.	Vrtl.	Stübch.	Kann.	Quartr.
1	6	24	30	120	240	480	960

H. G. 1 Schiffpfund hat 2½ Znt. oder 20 Liespfund à 14 Pfd., zur Fuhre à 16 Pfd. 1 Znt. hat 8 Liespfd. od. 112 Pfd. 1 Stein Flachs hat 20, 1 Stein Wolle od. Federn 10 Pfd.

Rufsland.

R. G. 1 Rubel zu 100 Kopeken.

G. M.

Tschetwert.	Osmin.	Pajock.	Tschetwerik.	Garnetz.
1	2	4	8	64

W. M. 1 Wedro zu 4 Tschetwerki à 2 Osmuschki.

H. G. 1 Berkowitz zu 10 Pud à 40 Pfund.
1 Pfd. hat 32 Loth à 3 Solotnik.

Schweden.

R. G. 1 Rthlr. Species zu 48 Schill. Spec. à 12 Oere.
1 Rthlr. Species hat 6 Daler Silbermünze, 18 Daler Kupfermünze.

G. M.

Tonne.	Spann.	Viertel.	Kappor.	Kann.	Stoop.	Quart.
1	2	8	32	56	112	448

W. M.

Fuder.	Pipen.	Oxhoft.	Ahm.	Eimer.	Anker.	Kann.
1	2	4	6	12	24	360

H. G. 1 Schiffpfund zu 20 Liespfund à 20 Pfund.
1 Zentner hat 120 Pfd. 1 Stein Wolle 32 Pfd.

Schweiz oder Helvetische Republik.

Die Münzen, Maase und Gewichte sind zu verschieden, als dafs sie hier aufgeführt werden könnten. Man sehe darüber *Heldmann's* schweizerische Münz-, Maas- und Gewichtskunde. 1811.

Spanien.

R. G. Unter den verschiedenen Währungen wird die castilianische am meisten gebraucht. Nach dieser hat
1 Real de Vellon oder de plata antiqua 34 Maravedis de Vellon oder de plata antiq.
32 Reales de Vellon = 17 Reales de pl. antiqua.

G. M.	Cahiz.	Fanegas.	Almudes.	Quartillos.
	1	12	144	576

W. M. 1 Moya zu 8 Acumbres à 4 Quartillos.

H. G. 1 Quintal zu 4 Arrobas à 25 Libras à 2 Marcos.

Stargard, Stettin und Stolpe.

R. G. 1 Rthlr. zu 24 Ggr. à 12 Pfenn.

G. M. 1 Last zu 72 u. 1 Tonne zu 2½ berl. Scheffel à 3 Sieb.

W. M.	Oxhoft.	Ahm.	Eimer.	Anker.	Quart.
	1	1½	3	6	180

H. G. 1 Schiffpfund (zu Wasser) hat 20 Liespfd. à 20 Pfd.
1 Zentner = 110 Pfd.

Stralsund.

R. G. 1 Rthlr. zu 48 Schill. à 12 Pfenn.

G. M.	Last.	Drömt.	Tonnen.	Scheffel.	Viertel.	Metzen.
	1	8	32	96	384	1536
W. M.	Oxhoft.	Ahm.	Anker.	Kannen.	Pott.	Pegel.
	1	1½	6	108	216	864

H. G. 1 Schiffpfund zu 20 Liespfund à 14 Pfund.
1 Zentner = 112 Pfund.

Stuttgart.

R. G. 1 Rfl. zu 60 Xr. à 4 Pfenn.

G. M.	Schffl.	Simm.	Vierling.	Achtel.	Ecklein od. Mäschen.
	1	8	32	128	256

W. M.	Fuder.	Eimer.	Imi.	Maas.	à 4 Schoppen.
	1	6	96	960	
		1	16	160	

H. G. 1 Zentner hat 104 köln. Pfund.

Triest.

R. G. 1 Rfl. zu 60 Xr. à 4 Pfenn. oder auch
1 Lira zu 20 Soldi à 12 Denari.

G. M. 1 Staro zu 3 Poloniki.

W. M. 1 Orne zu 36 Boccali.

H. G. 1 Saum hat 275 Pfund. 1 Zentner zu 5 Stein à 20 Pfund.

Turin.

R. G. 1 Lira zu 20 Soldi à 12 Denari.

G. M.	Saccho.	Staje.	Mine.	Copelli.	
	1	3	6	48	
W. M.	Carro.	Brente.	Rubbi.	Pinte.	Boccali.
	1	10	60	360	720

H. G. 1 Rubbo zu 25 Lire à 12 Oncie.

Ulm.

R. G. 1 Rfl. zu 60 Xr. à 4 Pfenn.

G. M.	Imi.	Mittlen.	Metzen.	Viertel.
	1	4	24	96

W. M. 1 Fuder zu 12 Eimer à 120 Maas.
H. G. 1 Zentner = 100 Pfund.

Ungarn.

R. G. 1 Rfl. zu 60 Xr. à 4 Pfenn.
G. M. 1 Muth zu 30 Metzen à $\frac{2}{2}$, $\frac{4}{4}$ u. s. w.
W. M. 1 Fuder zu 32 Eimer à 40 Maas.
H. G. 1 Zentner zu 5 Stein à 20 Pfund.

Venedig.

R. G. 1 Lira zu 20 Soldi à 12 Denari oder
1 Ducato zu 24 Grossi à 12 Denari.

G. M.	Sacco.	Stari.	Quarti.	Quartaroli.
	1	$1\frac{1}{2}$	6	24
W. M.	Amphora.	Bigoncie.	Quarti.	Sechie.
	1	4	16	64

H. G. 1 Migliajo zu 40 Miri à 25 Lire
1 Carico zu 4 Quintal à 100 Lire.

Warschau.

R. G. 1 Gulden zu 30 Gr. à 18 Pfenn.
G. M. 1 Last zu 60 Korzek à 32 Garniec.
H. G. 1 Zentner zu 5 Stein à 32 Pfd. oder zu 160 Pfd.

Wien.

R. G. 1 Rfl. zu 60 Xr. à 4 Pfenn.
G. M. 1 Muth zu 30 Metzen à $\frac{2}{2}$, $\frac{4}{4}$ u. s. w.
W. M. 1 Fuder zu 32 Eimer à 40 Maas. 1 Faſs hat 10 Eimer.
H. G. 1 Saum hat 275 Pfund. 1 Zentn. hat 5 Stein à 20 Pfund oder 100 Pfund.

Wismar.

R. G. 1 Rthlr. zu 48 Schill. à 12 Pfenn. oder
1 Mark zu 16 Schill. à 12 Pfenn.

G. M. 1 Last zu 8 Drömt à 12 Scheffel à 4 Viertel à 4 Spint.

W. M.	Fuder.	Ahm.	Anker.	Eimer.	Viertel.	Stübchen.
	1	6	24	30	120	240

H. G. 1 Schiffpfund zu 20 Liespfund à 14 Pfund., zur Fuhre à 16 Pfd.

Würzburg.

R. G. 1 fl. zu 60 Kreuzer à 4 Pf.

G. M. 1 Korn-Malter hat 8 Korn-Metzen; } à 4 Viertel à
1 Hafer-Malter - 12 Hafer-Metzen. } 4 Mäschen

W. M. 1 Fuder hat 12 Eimer à 64 Maas zu 2 Seidel.

H. G. 1 Zentner = 100 schwere oder 108 leichte Pfunde.

Zelle oder Celle in Niedersachsen.

R. G. 1 Rthlr. zu 36 Gr. à 8 Pf. oder zu 24 Ggr. à 12 Pf.

G. M.	Last.	Wispel.	Scheffel.	Himten.	Spint.	
	1	$2\frac{1}{2}$	10	100	400	
W. M.	Fuder.	Oxhoft.	Ahm.	Eimer.	Anker.	Kannen.
	1	4	6	15	24	480

H. G. 1 Last zu 12 Schiffpfund à 20 Liespfd. à 14 Pfd.
1 Pfund schwer = 320 Pfd. 1 Zentn. = 112 Pfd.

Resultate

der Uebungsbeispiele im ersten Cursus.

Addition gleichbenannter Zahlen. §. 13. S. 21.

1.	15 Aepfel.	20.	48962 Rubel.
2.	20 Birnen.	21.	1500000 Rthlr. Kassenbill.
3.	159 Nüsse.	22.	29906 Albertsthlr.
4.	32 Thaler.	23.	1458 Schiffpfund.
5.	35 Groschen.	24.	714 Zentner.
6.	94 Pfennige.	25.	6329 Stein.
7.	774 Gulden.	26.	777 Pfund.
8.	299 Kreuzer.	27.	18225 Pud.
9.	3776 Dukaten.	28.	19115 Arschinen.
10.	24625 Speciesthlr.	29.	572172 Quad. Meilen.
11.	280025 Rtlr. pr. Crrt.	30.	32 Zähne.
12.	207939 Mark lüb.	31. a)	13589 Quad. Meilen.
13.	6690 Schillinge.	31. b)	12881800 Einwohner.
14.	1998 Groot.	32.	1521 Thaler.
15.	28184 Witten.	33.	3051 Gulden.
16.	2696 Maxd'or.	34.	547 Meilen.
17.	627 Goldgulden.	35.	753250000 Thaler.
18.	2977 Karolin.	36.	36073903 Pfund.
19.	2819 Souv.d'or.		

Subtraction gleichbenannter Zahlen. §. 17. S. 31.

1.	533 Ellen.	9.	37749 Scheffel.
2.	416 Stück.	10.	1677887 Malter.
3.	2220 Kannen.	11.	19696 Wispel.
4.	2600 Eimer.	12.	830605 Simmer.
5.	2053 Ohm.	13.	562392 Tonnen.
6.	2518 Anker.	14.	2888899 Secunden.
7.	27159 Metzen.	15.	720166553 Minuten.
8.	27077 Himten.	16.	987654321 Stunden.

17. 123456789 Tage.
18. 3872895 Wochen.
19. 42839 Monate.
20. 9994 Jahre.
21. 1490 Pfunde.
22. 1991 Thaler.
23. 295 Rthlr.
24. 36 Jahre.
25. 319 Jahre.
26. 113 mehr gestorb.
27. 39080 Rthlr.
28. 352516218 Pfd. Sterl.
29. 66669 Rthlr.
30. a) 26815 Pfund rohes.
b) 35746 Pfd. getheertes.

Multiplication ungleichbenannter Zahlen.

§. 21. S. 38.

1. 11294 Pfd. Mandeln.
2. 14856 Pfd. Rosinen.
3. 3476 Pud Seife.
4. 3040 Pud Hanf.
5. 96588 Arschinen.
6. 167349 -
7. 66832 Yards.
8. 68922 Varas.

§. 26. S. 44.

1. 1690788 Scheffel.
2. 214038 Wispel.
3. 130208 Malter.
4. 67558 Simmer.
5. 324305 Himten.
6. 67252 Metzen.
7. 17653200 Anker.
8. 2356020 danz. Gulden.
9. 1782360 danz. Rthlr.
10. 354800 holl. Rthlr.
11. 4123140 Rfl.
12. 602720 Eimer.
13. 12348700 Ohm.
14. 6090000 Eimer.
15. 65400000 Wedro.
16. 83560 Dekalitre.
17. 2070900 Arroben.
18. 999000 Viertel.
19. 204984 Jetz.
20. 26068608 Both.

§. 28. S. 47.

1. 41472 Knöpfe.
2. 78276 Paar Str.
3. 57672 Servietten.
4. 4380 Ggr.
5. 109655 Lsterl.
6. 97994 span. Piaster.
7. 200550 portug. Crusad.
8. 1063440 Rees.
9. 11835 Stck. Breter.
10. 14805 - Aepfel.
11. 13455 - Birnen.
12. 11970 - Eier.
13. 903664 Schll. h. Bco.
14. 537376 - - Crrt.
15. 12288 Loth Silber.
16. 316000 - Kupfer.
17. 167265 Groschen.
18. 49538 Rthlr. Conv. G.
19. 319308 Rthlr. K. Geld.
20. 503676 Rthlr. pr. Crrt.
21. 5710824 Rthlr. in Louisd'or.

22. 4511780 Rthl. in Lbthl.
23. 562166 Rthl. in Krthl.
24. 983135 Rthl. in Duk.

§. 31. S. 51.

1. 8496 Zentn. Blei.
2. 16125 - Zinn.
3. 155412 - Salpet.
4. 6804 - Graup.
5. 20192 Last Weizen.
6. 45780 - Gerste.
7. 26604 - Häringe.
8. 20076 Faſs Wein.
9. 886905 Anker Medok.
10. 231840 Oxh. Frzwein.
11. 429485 Ohm Moslerw.
12 52056 Both Malaga-Sekt.
13. 105000 Ries Schreibpapier.
14. 54621 Ballen Druckpapier.
15. 3890240 Ell. Segeltuch.
16. 5829552 Arsch. Leinw.
17. 808218 Yards f. Tuch.
18. 664272 portug. Varas.
19. 1908096 genues. Palmi.
20. 3836646 venet. Ducati.

§. 37. S. 60.

1. 18720 Stück Aepfel.
2. 61245 St. Birnen.
3. 14353 Säcke Nüsse.
4. 9962 - Anis.
5. 27593 - Zitronenschalen.
6. 78078 Stein Flachs.
7. 164496 - Wolle.
8. 286200 - Wachs.
9. 234960 Pud Juchten.
10. 241164 - Talg.
11. 15290 Pfund Fernambukholz.
12. 39024 Zentner Salpeter.
13. 6102762 Kopeken.
14. 4567014 Groot.
15. 1504984 Stüver.
16. 2053944 Mariengr.
17. 75720 Pfenn.
18. 2248800 Gr.
19. 96864 Schll. lüb.
20. 769800 Stüv. holl.
21. 476400 Pence Sterl.
22. 45780000 Schill. Sterl.
23. 311500000000 Rees.
24. 182448000 Crusaden.
25. 118120 Stück.
26. 2916000 Rthlr.
27. in Amst. 10950 Mensch.
 - Berlin 5475 -
 - Hamb. 4380 -
 - Lond. 20805 -
 - Paris 20075 -
 - Wien 11680 -
28. 156 Million. Stck.
29. 13993 Rubel.
30. 4800 Dukaten.

Division gleichbenannter Zahlen.

§. 44. S. 69.

1. 5647 Pfd. Mandeln.
2. 4952 - Rosinen.
3. 869 Pud Seife.
4. 608 - Hanf.
5. 16098 Arsch. Segeltuch.
6. 23907 - Leinwand.

7. 8354 Yards f. Tuch.
8. 7658 Varas Leinwand.

§. 49. S. 75.

1. 24 Ggr.
2. 6 Ggr. 6 Pfenn.
3. 9 Dutz. 9 Stück.
4. 5 Mandel.
5. 15 -
6. 18 Stüv. 1 Pfenn.
7. 325 Mark 12 Schill.
8. 30 Gr. preufs.
9. 180 mfl 18 gr.
10. $36\frac{1}{2}$ amst. Elle.
11. $36\frac{1}{2}$ fls. -
12. 73 brab. -
13. 5 Rthlr. 6 Ggr.
14. 15. - 12 -
15. 22. - 15 -
16. 174. schles. Ell.
17. $173\frac{35}{36}$ hamb. Ell.
18. 47 botzner -
19. $160\frac{47}{53}$ engl. Yards.
20. 1340 genues. Palmi.
21. 2370 Braccie in Florenz.
22. $765\frac{1}{2}$ russ. Arschinen.
23. 68 Zentner.
24. $350\frac{1}{2}$ -
25. 415 Stück.
26. 32 fl.
27. 24 Dukaten.
28. $199\frac{199}{999}$ Ld'or.
29. 6789 Ruthen.
30. 248.

§. 52. S. 80.

1. $164\frac{5}{8}$ Rthlr.
2. $206\frac{1}{6}$ -
3. $123\frac{1}{3}$ Rthlr.
4. $456\frac{1}{2}$ -
5. $789\frac{1}{2}$ -
6. $9080\frac{1}{3}$ -
7. 542 Rthlr. 86 Schll. d.
8. 256 Stück.
9. 12345 -
10. 6789 -

§. 54. S. 84.

1. 72 Rthlr.
2. 540 fl.
3. 563 Rub. 49 Kop.
4. $869\frac{1}{2}$ Rthlr.
5. 96 - 138 Pfenn.
6. 176 fl.
7. $95\frac{1}{3}$ Rthlr.
8. $375\frac{1}{2}$ Rfl.
9. 735 fr. 85 cent.
10. 4250 Rthlr.
11. 1804 Rfl.
12. 540 Rthlr.
13. $897\frac{6}{10}$ Stüv.
14. 1234 Lfls.
15. 1975 Rthlr. 15 Stüv.
16. 124 Viertelhundert.
17. 283 Ries, 18 Buch.
18. 35 Ballen.
19. 79 Berkowitz.
20. 318 Pud.
21. 140 -
22. $126\frac{38}{100}$ Pfund.
23. $89\frac{1}{2}$ -
24. 283 Zentner.
25. 95 -
26. 253 -
27. $138\frac{6}{10}$ Arr.
28. 273 - u. 14 Pfd.
29. 578 Schiffpfund.
30. 48 -

Addition ungleichbenannter Zahlen.

§. 61. S. 94.

1. 4 Ggr. 8 Pf.
2. 5 Rtl. 4 - — -
3. 4 - 9 - — -
4. 138 - 22 - 11 -
5. 9288 - 11 - 11 -
6. 4982 - 12 - 4 -
7. 67019 - 4 - 9 -
8. 16435 - 12 - — -
9. 190 - 5 mgr.
10. 11146 - 25 Albus.
11. 1011 -
12. 76294 - 15 Ggr.
13. a) 9008 - 17 -
13. b) 5776 fl. 23 kr. 2 Pfen.
1 . 59425 Mk. 14 Schl. 5 -
15. 16179 Mk. 3 - 8 Pfen.
16. 1169 Ztn. 95 Pfd. 7 Lt.
17. 643 Ztn. 56 Pfd. 7 Lt.
18. 1720 - 75 - — -
19. 799 - 85 - — -
20. 1265 - 87 - — -
21. 622 Stein 19 Pfund.
22. 73 Wsp. 23 Schffl.
23. 460 Mltr. 2 -
24. 359 Wsp.
25. 85 Fud. 2 Ohm 13 Vrtl.
26. 145 Fud. 23 Eim. 24 Ms.
27. 977 Rtl. 2 Sgr. 6 Pfenn.
28. 1241 Rtl. 43 Stv. 7 -
29. 92 Ball. 9 Rs. 19 Buch.
30. 66 - 8 - 1 -
31. 187 mfl. 3 Ggr. 7 Pfenn.
32. 868 a. Schk. 1 Ggr.
33. 60 Jahre 13 Wochen.
34. 174 Rtl. 8 Ggr. 6 Pfenn.

Subtraction ungleichbenannter Zahlen.

§. 67. S. 105.

1. 1 Schock 1 Mdl.
2. 1 - 2 - 5 Stck.
3. 7 Mk. 9 Schll. 8 Pfen.
4. 4400 fl.
5. 3961 - 49 Xr.
6. 164 - 57 - 2 Pfenn.
7. 3479 - 55 - 1 -
8. 2889 Rtl. 21 mgr. 6 Pfenn.
9. 7973 - 55 Gt. 3 Schw.
10. 179 - 61 - 2 -
11. 8 Ztn. 103 Pfund.
12. 8 Last 8 Tonnen.
13. 30 Spfd. 15 Lspfd. 10 Pfd.
14. 134 Stein 14 Pfund.
15. 37 Zntn. 53 -
16. 32 Zentn. 77 Pfund.
17. 13 Wispel 12 Scheffel 14 Mtz.
18. 56 Simr. 9 Mtz. 4 Ms.
19. 15 Ohm 17 Vrtl. 1 Qrt.
20. 44 Ball. 7 Ries 9 Buch.
21. 58 Mk. 11 Lth. 1 Qnt. 3 Pfenn.
22. 17 Mk. 11 Lt. 3 Qt. 3 Pf.
23. 14 fl. 14 Xr.
24. 246 mfl. 13 Gr. 7 Pf.
25. Nichts mehr.

§. 69. S. 111.

1. 74 Jahre 6 Mon. 24 Tage.

2.	48 J. 11 Mon. 7 Tage.	7.	34 J. 10 Mon. 9 Tage.
3.	67 - 6 - 14 -	8.	62 - 3 - 8 -
4.	24 - — - 18 -	9.	54 - 5 - 14 -
5.	17 J. 9 Mon. 14 Tge.	10.	35 - 7 - 12 -
6.	Den 16. Nov. 1797.		

Multiplication ungleichbenannter Zahlen.

§. 73. S. 116.

1. 100 Pfenn.
2. 100 Ggr.
3. 288 Pfenn.
4. 1000 Ggr.
5. 1000 Pfenn.
6. 365 -
7. 4380 -
8. 128 Qt.
9. 14080 Qt.
10. 14592 -
11. 365 Lt.
12. 1 Million Qt.
13. 10000 Pfund.
14. 666666 -
15. 1234567 Zntn.
16. 1 Million Lothe.
17. 1000 Wochen.
18. 1 Mill. Stunden.
19. 1000 Stück.
20. 10000 -
21. 5703 Pfenn.
22. 21930 Xr.
23. 654321 -
24. 44444 Pfenn.
25. 266664 Mattier.
26. 11111 Schwar.
27. 207680 Denaren.
28. 1933180 Pfenn.
29. 539999 Witten.
30. 5000 Pfenn.
31. 10000 -
32. 11496369 Pfenn.
33. 1310430 mgr.
34. 2477070 Pfenn.
35. 5184130 -
36. 5432100 Cent.
37. 1234578 -
38. 1408748 Denari.
39. 2324588 -
40. 2078380 - di Duc.
41. 695880 Bajocchi.
42. 658999 Grani.
43. 335104 Maravedis.
44. 3946236 Rees.
45. 2149640 Pence.
46. 101114 Vierfaſs.
47. 18091 Viertelmetzen.
48. 2336 Faſs.
49. 17408 Quart.
50. 86552 Maas.

§. 79. S. 129.

1.	261 Rtl.	20 Ggr.		
2.	624 fl.	15 Xr.		
3.	339 Schck.	2 Mdl.	2 St.	
4.	6 Rthlr.	16 Ggr.		
5.	15 -	3 -		
6.	35 -	10 -	8 Pf.	
7.	6 -	14 -	8 -	
8.	4 -	16 -	— -	
9.	5 -	— -	— -	
10.	2125 fl.	30 Xr.		

Amsterdam.

11. 620 fl.
12. 1033 - 4 Stüv.
13. 360 - — -
14. 996 - — -
15. a) 8624 Stüv.
 b) 431 fl. 4 Stüv.
16. a) 8910 Stüv.
 b) 445½ fl.
17. a) 5217 Stüv. 12 Pfenn.
 b) 260 fl. 17 Stüv. 12 Pf.
18. a) 4810 Stüv. 4 Pfenn.
 b) 240 fl. 10 Stüv. 4 Pf.
19. a) 10038 Stüv. 15 Pfenn.
 b) 501 fl. 18 Stüv. 15 Pf.
20. 1490 fl.

Berlin.

21. 495 Rthlr.
22. 64 - 4 Gr.
23. 147 - 22 -
24. 775 - 6 -
25. 485 - 18 -
26. 792 - — -
27. 146 - 8 -
28. 623 - — -
29. 24 - 4 -
30. 170 - 12 -

Bremen.

31. 232 Rthlr. 36 Groot.
32. 235 - 30 -
33. 58 - 40 -
34. 276 - 32 -
35. 78 - 54 -
36. 333 - 27 -
37. 617 - — -
38. 2901 - 28 -
39. 472 - 36 -
40. 263 - 16 -

Breslau.

41. 1535 Rthlr. 10 Sgr.
42. 1363 - 15 -
43. 1280 Rthlr. — Sgr.
44. 178 - 6 -
45. 165 - 26 -
46. 232 - — -
47. 83 - 2 -
48. 40 - — -
49. 255 - — -
50. 337 - 5 -
51. 791 - — -
52. 2002 - — -

Bordeaux.

53. 468 fr.
54. 504 -
55. 8240 - 40 cent.
56. 299 - 25 -
57. 55 - — -
58. 1477 - 50 -
59. 88000 - — -
60. 51200 - — -

Hamburg.

61. 220 Mk. 8 Schill.
62. 454 - — -
63. 211 - 8 -
64. 725 - 10 -
65. 130 - 8 -
66. 5076 - — -
67. 1338 - 12 -
68. 2625 — -
69. 452 - — -
70. 7440 - — -
71. 3956 - — -
72. 10560 - — -
73. 3468 - — -
74. 595 - — -
75. 5964 - — -

London.

76. 157 L. 10 S.
77. 153 - 12 -
78. 195 - 15 -
79. 190 - — -
80. 11 - 14 - 8 d.

Division ungleichbenannter Zahlen.

§. 85. S. 139.

1. 4 Rthlr. 4 Ggr.
2. 8 Ggr. 4 Pfenn.
3. 12 mgr. 4 Pfenn.
4. 1 Rthl. 6 Ggr. 5 Pfenn.
5. 15 Rthl. 5 Ggr.
6. 10 Rthl. 5 mgr.
7. 3 Rthl. 11 Ggr. 4 Pfenn.
8. 3 Rthl. 17 mgr.
9. 3472 Rthl. 5 Ggr. 4 Pfn.
10. 41666 - 16 - —
11. 4166 fl. 40 Xr.
12. 19 Jahr 12 Wochen.
13. 14 J. 205 Tage 12 Stund. 1 Min.
14. 110 Schock 2 Mandel 8 Garben.
15. 1275 Schock 9 Stück.
16. 200 Ballen.
17. 8 Ball. 15 Buch 8 Bog.
18. 43 Mark 2 Lth. 4 Grän.
19. 2741 - 5 Lth. 2 -
20. 206 Pfd. 9 Unz. 6 Drchm. 2 Skrupel.
21. 23 fl. 45 Xr. 3 Pfenn.
22. 260 Schiffpfd. 18 Lspfd. 6 Pfund.
23. 1522 Stein, 1 Pfund.
24. 122 Zentn. 101 Pfd.
25. 7398 - 6 -
26. 5162 - 70 -
27. 1234 - — -
28. 1001 Wispel.
29. 879 -
30. 800 Malter.
31. 288 Schaf 3 Mtz. 3 Vierl. 1 Viertel.
32. 1635 Wsp. 3 Schffl. 7 Ht.
33. 2899 Mltr. 2 Hmt.
34. 11800 Last, 1 Wsp. 6 Schffl. 2 Faſs.
35. 116 Last 3 Schffl.
36. 8739 Eim. 2 Quart.
37. 2707 Ohm 7 Qrt.
38. 802 - 17 Vrtl. 3 Ms.
39. 892 Eim. 7 Ms.
40. 2572 Fud. 1 Vrtl. 3 -
41. 848 Eim. 17 Ms.
42. 2234 - 10 -
43. 1666 Rub. 66 Kop.
44. 925 Rthl. 83 Gr.
45. 9768 - 9 Ferdinge.
46. 4196 - 46 Gr. 6 Pf. pr.
47. 5426 - 150 Gr. (oder 5 fl.)
48. $1973\frac{1}{4}$ L.fls.
49. 1141 L. 7 S. 4 d.
50. 10000 Scudi.

§. 90. S. 147.

1.	25 Friedr.d'or.					
2.	27 Zntn. 6 Pfd.					
3.	6 Rthlr. 4 Ggr.					
4.	—	-	12	-	4 Pfenn.	
5.	12	-	6	-		
6.	1	-	16	-		
7.	48	-	8	-		
8.	3	-	1	-	4 Pfenn.	
9.	5	-	11	-	$4\frac{4}{5}$	-
10.	—	-	11	-	$10\frac{42}{75}$	-

Danzig.

11.	$8\frac{1}{3}$ fl.					
12.	—		28 Gr.		$4\frac{1}{11}$ Pf.	
13.	1 Rtl.		7	-	$6\frac{6}{11}$	-
14.	—	-	25	-	$9\frac{9}{11}$	-
15.	2	-	1	-	$6\frac{6}{11}$	-
16.	1	-	16	-	$2\frac{2}{11}$	-
17.	1	-	16	-	$1\frac{7}{11}$	-

Elbing.

18. 11 Rtl. 4 Gr. $4\frac{1}{2}$ Pfen.

19. 24 - 5 - — -

20. 1 - 8 - $3\frac{3}{11}$ -

21. 1 - 27 - — -

Hamburg.

22. 9 Schll.

23. 6 - $7\frac{5}{7}$ Pfenn.

24. 7 - — -

25. 7 - $6\frac{6}{7}$ -

6. 1 Mk. 4 - — -

Königsberg.

27. 26 fl. 10 Gr.

28. 13 - 15 -

29. 41 - 25 -

30. 16 - 15 -

31. 11 - $14\frac{8}{11}$ -

32. 13 - 12 -

33. 20 - $22\frac{1}{2}$ -

34. 6 - 22 - 3 Pfenn.

Lissabon.

35. 5925 Rees.

36. 4214 -

37. 855 -

38. 295 -

London.

39 $11\frac{1}{4}$ Pence.

40. 1 S. $\frac{9}{28}$ -

41. 1 - $6\frac{8}{10}$ -

42. 3 - 9 -

43. 4 L. 7 - — -

44. 3 - 4 - — -

Magdeburg.

45. 42 Rtl. 15 Gr.

46. — - 2 - $6\frac{6}{55}$ Pfn.

47. — - 6 - $3\frac{3}{55}$ -

48. — - 3 - $1\frac{1}{11}$ -

Marseille.

49. 9 fr. 90 cent.

50. 3 - 60 -

51. 2 - 65 -

52. 2 - 68 -

53. 1 - 70 -

54. 190 - — -

55. 12 - 50 -

56. 195 - 80 -

57. 355 - 50 -

Nürnberg.

58. 19 fl. 30 Xr.

59. 1 - 18 -

60. 109 - 15 -

61. — - $49\frac{1}{5}$ -

62. — - $45\frac{3}{10}$ -

63. 88 - 12 -

64. 1 - $1\frac{1}{5}$ -

65. 1 - $25\frac{1}{5}$ -

66. 1 - 15 -

67. 2 - 5 -

St. Petersburg.

68. 5 Rub. 50 Kop.

69. — - 90 -

70. 480 - 50 -

71. — - $14\frac{1}{16}$ -

72. 14 - 75 -

73. 1 - $87\frac{1}{2}$ -

74. — - $48\frac{3}{4}$ -

75. 82 - 50 -

76. 8 - $12\frac{1}{2}$ -

77. 2 - 60 -

78. — - $71\frac{3}{5}$ -

79. 5 - $34\frac{1}{2}$ -

80. 3 - $66\frac{1}{2}$ -

§. 92. S. 155.

1. 56 Rthlr.

2. 2717754 Pfenn.

3. 44278 Pfenn.
4. 6134 Rthl. 9 Gr.
5. 78076 Schill.
6. 21098 Mk.
7. 7032 Rthl. 2 Mk.
8. 10 Gt. $2\frac{1}{5}$ Schw.
9. 816 fl. 20 Gr.
10. 16 - 27 -
11. 545 Rthlr.
12. 18 -
13. 6 - 6 Gr.
14. 289 - 5 Mk. 8 Schll.
15. 1936 Lire.
16. 3297 -
17. 480 fl.
18. 620 - 40 Xr.
19. 2 - $10\frac{1}{2}$
20. 5 Gt. 2 Schw.
21. a) 7 Gr. 4 Pf. b) $7\frac{1}{3}$ Pf.
22. 3990 fl.
23. 3042 Rub.
24. 1098 -
25. 406350 Xr.
26. 649 fl. 25 Xr.
27. 42 Pfd. 7 Lt. 2 Qt.
28. 1167 Pfd.
29. Den 23. Jun. 1764.
30. 17 J. 5 Mon. 22 Tage.
31. 315008 Pfenn.
32. 252513 -
33. 856 Rtl. 23 Ggr.
34. 18860 - 66 Groot.
35. 67478 Schwar.
36. 111 Rthl. 3 Gr.
37. 1132 fl. 40 Xr.
38. 9 Schll. $4\frac{8}{25}$ Pf.
39. 9 Gr. $11\frac{5}{11}$ -
40. 1596 fl.
41. 1174 fl. 13 Stv. 12 Pf.
42. 79 L. fls.
43. 4050 Rthl.
44. 5480 -
45. 1611 -
46. $24\frac{1}{11}$ Gr.
47. 801 Rthlr.
48. 6265 fl. 20 Xr.
49. 210960 Denaren.
50. 1092 fl. holl.
51. 16310 fl. 8 Stüv.
52. 20388 Mk.
53. 1736 - 14 Schll.
54. 2 Rthl. 16 Gr. 6 Pf.
55. 1258 fr.
56. 4 - 80 cent.
57. 6 - 75 -
58. 1 - 75 -
59. 648 L.fls. (od. 3888 fl. holl.)
60. 14934 Mk. 11 Schll. 6 Pf.
61. 9 Gr.
62. 108 Rthlr.
63. 1176 Rtl. 30 Ferd.
64. 1035 fl. 12 Stüv.
65. 7 Rub. 75 Kop.
66. 101 L. 14 S. Sterl.
67. — 2 S. $11\frac{5}{14}$ d.
68. 2892 fl. 17 Xr.
69. 1925 Rthlr. 26 Alb.
70. 30664 Lire, 7 Soldi.

Bruchrechnung.

§. 100. S. 175.

1. $\frac{7}{2}$ Rthlr.
2. 6 mal gröſser.
3. $\frac{1}{8}$ Pfund.
4. 7 mal kleiner.
5. $\frac{7}{12}$ Rthlr.
6. 8 mal gröſser.

7.	4 mal kleiner.
8.	$\frac{2520}{3780}$ fl.
9.	$\frac{1584}{2112}$ Mk.
10.	$\frac{1050}{1680}$ Zntn.
11.	$\frac{8400}{19200}$ Pfund.
12.	$\frac{22176}{27720}$ Lsterl.
13.	$\frac{1}{2}$ Rthlr.
14.	$\frac{2}{3}$ fl.
15.	$\frac{1}{8}$ Zntn.
16.	$\frac{5}{8}$ Pfund.
17.	$\frac{3}{4}$ Elle.
18.	$\frac{19}{20}$ fl. holl.
19.	$\frac{4}{5}$ Lsterl.
20.	$\frac{13}{18}$ Gr. poln.
21.	$\frac{5}{8}$ Mk. lüb.
22.	$\frac{17}{32}$ Rthlr.
23.	$\frac{1}{5}\frac{13}{17}$ fl.
24.	$\frac{7}{12}$ Rthlr.
25.	$\frac{11}{12}$ Ggr.

§. 104. S. 184.

Breslau.

1.	20 Ggr. oder 25 Sgr.
2.	27 Sgr.
3.	24 -
4.	16 -
5.	17 -
6.	22 Ggr.
7.	9 Den.
8.	10 -
9.	8 -
10.	66 Pfund.
11.	99 -
12.	82 - 16 Lth.

Frankfurt a. M.

13.	45 Xr.
14.	$37\frac{1}{2}$ -
15.	32 -
16.	$47\frac{1}{2}$ -
17.	$34\frac{1}{2}$ -
18.	$20\frac{1}{2}$ -

Hamburg.

19.	14 Schll.
20.	$7\frac{1}{2}$ -
21.	$9\frac{1}{3}$ -
22.	70 Pfund.
23.	84 -
24.	15 -

St. Petersburg.

25.	80 Kopeken.
26.	25 -
27.	$31\frac{1}{4}$ -
28.	15 Pfund.
29.	$5\frac{1}{2}$ -
30.	$31\frac{7}{8}$ -

§. 107. S. 189.

Braunschweig.

1.	$\frac{5}{8}$ Rthlr.
2.	$\frac{3}{4}$ -
3.	$\frac{1}{2}$ -
4.	$\frac{13}{72}$ -
5.	$\frac{83}{144}$ -
6.	$1\frac{1}{2}$ rfl. oder 1 Rthlr.
7.	$\frac{1}{2}$ Zentn.
8.	$\frac{73}{228}$ -
9.	$\frac{37}{40}$ Schiffpfund.

Bremen.

10.	$\frac{3}{4}$ Rthlr.
11.	$\frac{5}{12}$ -
12.	$\frac{31}{90}$ -
13.	$\frac{3}{5}$ Last.
14.	$\frac{73}{80}$ -
15.	$\frac{81}{400}$ Schiffpfund.

Breslau.

16.	$\frac{1}{2}$ Rthlr.
17.	$\frac{2}{9}$ -
18.	$\frac{1}{8}$ -
19.	$\frac{1}{4}$ Zntn.
20.	$\frac{55}{132}$ -

21. $\frac{1}{11}$ Zentner.
22. $\frac{161}{264}$ -
23. $\frac{101}{176}$ -
24. $\frac{61}{40}$ -

Florenz und Genua.

25. $\frac{2}{3}$ Soldi.
26. $\frac{5}{6}$ -
27. $\frac{3}{4}$ Lira.
28. $\frac{37}{60}$ -
29. $\frac{15}{16}$ -
30. $\frac{59}{40}$ -

Königsberg und Memel.

31. $\frac{1}{2}$ fl.
32. $\frac{4}{5}$ -
33. $\frac{2}{3}$ Gr. oder $\frac{81}{45}$ fl.
34. $\frac{5}{6}$ - - $\frac{18}{36}$ -
35. $\frac{61}{90}$ fl.
36. $\frac{121}{900}$ -

Kopenhagen.

37. $\frac{1}{2}$ Rthlr.
38. $\frac{1}{3}$ -
39. $\frac{19}{24}$ -
40. $\frac{13}{24}$ -
41. $\frac{17}{12}$ -
42. $\frac{33}{40}$ Schiffpfund.

London.

43. $\frac{2}{5}$ L.
44. $\frac{37}{60}$ -
45. $\frac{23}{16}$ -
46. $\frac{1}{2}$ Zentner.
47. $\frac{3}{8}$ -
48. $\frac{5}{8}$ -

Malaga.

49. $\frac{1}{2}$ Real.
50. $\frac{1}{4}$ -
51. $\frac{23}{17}$

Marseille.

52. $\frac{3}{4}$ fr.
53. $\frac{3}{5}$ -
54. $\frac{47}{60}$ Liv.

Nürnberg.

55. $\frac{1}{2}$ fl.
56. $\frac{14}{15}$ -
57. $\frac{21}{80}$ -
58. $\frac{1}{4}$ Zentner.
59. $\frac{5}{8}$ -
60. $\frac{9}{8}$ -

Addition der Brüche.

§. 110. S. 194.

1. $3\frac{23}{24}$ Wispel.
2. $77\frac{1}{8}$ Pfund.
3. 84 Rthlr. $13\frac{1}{4}$ Gr.
4. $155\frac{3}{4}$ Elle.
5. $187\frac{15}{16}$ Mk.
6. 336 Stein.

§. 113. S. 202.

1. 3 Zentner.
2. 162 Rthlr.
3. $69\frac{5}{32}$ Pfund.
4. $42\frac{1}{2}$ Zentner.
5. $11842\frac{17}{60}$ fl.
6. $3193\frac{5}{32}$ Arr.

7. 1665 L. $8\frac{227}{288}$ d.
8. $5\frac{1}{8}$
9. $387\frac{161}{480}$.
10. $3695\frac{755}{864}$ Rthlr. ($\frac{7}{8}$ cca.)
11. $7\frac{179}{2520}$ -
12. $7\frac{35}{88}$ -

Subtraction der Brüche.

§. 117. S. 208.

1. $\frac{1}{3}$ Rthlr.
2. $25\frac{3}{8}$ -
3. 12 - $14\frac{2}{3}$ Gr.
4. $143\frac{8}{15}$ fl.
5. $378\frac{19}{20}$ L.
6. $227\frac{3}{10}$ fl. holl.
7. $745\frac{19}{24}$ Mk. lüb.
8. $36\frac{23}{36}$ Rthlr.
9. $8\frac{3}{8}$ Morgen.
10. $1\frac{15}{32}$ Pfund.
11. $46\frac{57}{88}$ Stein.
12. $93\frac{1}{2}$ Elle.
13. 1 Rthlr. $1\frac{1}{24}$ Gr.
14. 201 - $21\frac{17}{24}$ -
15. $19\frac{1}{6}$ Karat.
16. 42 Jahr $10\frac{1}{2}$ Mon.

Multiplication der Brüche.

§. 126. S. 223.

1. a) $3\frac{2}{3}$ Rthlr.
 b) $4\frac{1}{2}$ -
 c) $6\frac{2}{3}$ -
2. a) 4 fl.
 b) 8 fl.
3. a) 4 Ggr.
 b) 11 -
4. a) 12 Ellen.
 b) 18 -
5. a) 9 Pfund.
 b) 35 -
6. a) 69 Zentner.
 b) 110 -
7. a) 29 Schpfd. 1 Lspfd.
 b) 9 Schpfd. 6 Lspfd. $7\frac{3}{8}$ Pfund.
8. a) $\frac{21}{32}$ Zntn.
 b) $\frac{27}{80}$ -
9. a) 5 Pfund.
 b) $6\frac{1}{2}$ Zntn.
 c) $14\frac{17}{25}$ Schiffpfd.
10. 117 Rthlr. — $10\frac{1}{2}$ Pf.
11. 434 - 2 Gr. $1\frac{23}{24}$ Pf.
12. a) 118 Mk. $10\frac{31}{32}$ Schll.
 b) 67 - $13\frac{1}{36}$ -
13. 4623 fl. — - $12\frac{21}{32}$ Pf. holl.
14. a) $805\frac{3}{8}$ Lsterl.
 b) 1026 - 15 S. 1 d.
15. $337\frac{1}{2}$ fl. poln.
16. $658\frac{1}{8}$ fl.
17. $1005\frac{1}{10}$ fl.
18. $489\frac{3}{10}$ Rubel.
19. $653\frac{2}{5}$ -
20. $1964\frac{3}{8}$ Rthlr.
21. $504\frac{7}{12}$ -
22. $675\frac{5}{8}$ -
23. $1231\frac{2}{5}$ -
24. $271\frac{5}{8}$ Quadratfuſs.

Division der Brüche.

§. 134. S. 235.

1. $\frac{1}{4}$ Rthlr.
2. a) $\frac{2}{9}$ -
 b) $\frac{3}{32}$ -
3. a) $\frac{1}{5}$ fl.
 b) $\frac{3}{10}$ fl.
4. a) $\frac{3}{32}$ Mk.
 b) $\frac{1}{8}$ -
5. a) $\frac{1}{5}$ L.
 b) $\frac{3}{20}$ -
6. a) $\frac{12}{55}$ Zntn.
 b) $\frac{3}{22}$ -
 c) $\frac{7}{110}$ -
7. a) $\frac{1}{5}$ Schock.
 b) $\frac{13}{60}$ -
 c) $\frac{7}{60}$ -
8. a) $3\frac{1}{9}$ Rthlr.
 b) $4\frac{1}{10}$ fl.
9. a) $19\frac{1}{3}$ Rthlr.
 b) $27\frac{1}{5}$ fl.
10. a) $3\frac{11}{20}$ -
 b) $5\frac{17}{72}$ Rthlr.
11. 8 Rthlr. 8 Gr. $8\frac{7}{8}$ Pfenn.
12. 14 fl. 15 Stüv. $5\frac{5}{12}$ Pfn.
13. a) $\frac{7}{32}$ Rthlr.
 b) $\frac{5}{36}$ -
14. a) 4 fl.
 b) $8\frac{3}{4}$ fl.
15. a) $31\frac{1}{2}$ Ztn.
 b) $26\frac{1}{14}$ -
16. a) 2 Pfund.
 b) $2\frac{16}{17}$ -
17. a) $12\frac{21}{68}$ Rthlr.
 b) $2\frac{1}{45}$ -
18. a) 20 Wispel.
 b) $28\frac{4}{5}$ Malter.
19. $1\frac{1}{6}$ Rthlr.
20. $6956\frac{3}{4}$ Mark.
21. $83\frac{1}{4}$ Rthlr.
22. 15 Ztn. 3 Stn. $14\frac{3}{4}$ Pfd.
23. $6\frac{7}{339}$ fl.
24. $\frac{37}{39}$ Lsterl.
25. $94\frac{1}{2}$ Ld'or.
26. $5\frac{1}{2}$ Rthlr.
27. $5\frac{20}{33}$ -
28. 14 Stück.
29. $6\frac{1}{2}$ fl.
30. 3200 mal.

Decimalbrüche. §. 154. S. 274.

a) Addition.

1. 122,125 Ztn.
2. 253,5 Pfd.
3. 803,05 fl. holl.
4. 681,004 Lsterl.
5. 883 fr. 76 cent.

b) Subtraction.

6. 18,875 Zntn.
7. 53,38 fr.
8. 498,875 fl.
9. 688,5 Mk.
10. 379,2166 fl.

c) Multiplication.

11. 14672 fr.
12. 2445 - 84 cent.
13. 102 - 41 -
14. 80,15625.
15. 504 Rub. 75 Kop.

d. Division.

16. 1080 Paar.
17. 7,7 fr. (70 cent.)
18. 4 fr. 88 cent.
19. 1 Rubel 80 Kop. cca.
20. 52 - 40 -

Zweiter Theil.

Regel de tri mit directen Verhältnissen.

§. 190. S. 337.

Augsburg.

1. 4320 fl.
2. 3820 - 30 Xr.
3. 2808 - 30 -
4. 86 - 12 -
5. 116 - $28\frac{1}{2}$ -
6. 69 - 36 -

Hamburg.

7. 616 Mk. 14 Schll.
8. 31 - 8 -
9. 480 - — -
10. 663 - — -
11. 96 - — -
12. 32 - 13 Schll. 7,2 Pf.

Bremen.

13. 446 Rthlr. 48 Groot.
14. 18 - $4\frac{8}{25}$ -
15. 321 - 54 -
16. 376 - 18 -
17. 49 - 62 - 2 S.
18. 55 - 69 - 3 -

Lübeck.

19. 13 Mk. 5 Schll. $5\frac{7}{25}$ Pf.
20. 24 - 5 - $1\frac{11}{25}$ -
21. 62 - 7 - 4,8 -
22. 72 - 9,12 -
23. 179 - 8 -
24. 45 - 6 -

Frankfurt a. M.

25. 4636 fl. 30 Xr.
26. 341 - 36 -
27. 191 - 21 -
28. 151 - 12 -
29. 21 - $28\frac{1}{5}$ -
30. 6 - 40 -

Nürnberg.

31. 425 fl. 30 Xr.
32. $511\frac{1}{8}$ - — -
33. 5601 - 30 -
34. 1460 - 24 -
35. $234\frac{3}{4}$ -
36. 70 fl. $28\frac{1}{5}$ Xr.

Leipzig.

37. 531 Rthlr. 9 Ggr.

38. 472 Rthlr. 21 Ggr.
39 1772 - 4 -
40. 298 - 9 -

Braunschweig.

41. 324 Rthlr. 9 Ggr.
42. 134 - 14 -
43. 290 - 1 Gr. 6 Pf.
44. 10 - 15 Gr.

Amsterdam.

45. 290 fl. $12\frac{1}{2}$ Stüv.
46 174 - —
47 1020 fl.
48. 1284 fl. 10 Stüv.

Breslau.

49. 196 Rthlr. 9 Sgr.
50. 109 - 10 -
51. 2 - 16 - $2\frac{1}{2}$ Pf.

Cadix.

52. 2407 Rpta.
53. 6055 - 17 Marav.

Lissabon.

54. 1760 Rees.
55. 250 Rees.

Danzig.

56. 132 fl. 10 Gr.
57. 2658 - 10 -

Riga.

58. 18 Gr.
59. 765 Rthlr.
60. $425\frac{1}{4}$ -

Magdeburg.

61. 2733 Rthlr. 13 Gr. 6 Pf.
62. 1232 - 6 - — -
63. — - 4 - $2\frac{2}{11}$ -

Kopenhagen.

64. 1263 Rthlr.
65. 334 - 84 Schll. d.
66. 14 - 6 -
67. 139 - 88 -

St. Petersburg.

68. 465 Rubel $1\frac{1}{2}$ Kop.
69. 6138 - — -
70. — - $87\frac{1}{2}$ -

Regel de tri mit indirecten Verhältnissen.

§. 197. S. 350.

1. 10 Monate.
2. 1000 fl.
3. 4 Tage.
4. 4000 Mann.
5. 8 Stunden.
6. Noch 3 Zimmerleute.
7. 16 Pflüge.
8. 2 Tage.
9. $4\frac{1}{11}$ Elle.
10. $7\frac{3}{16}$ Elle.
11. 12 Gr. weniger.
12. 15 Gr.
13. $6\frac{2}{3}$ Mark.
14. 31 Fuſs.
15. 3,43 od. beinahe $3\frac{7}{16}$ Procent.
16. 4 Lth. 2 Qt.
17. $156\frac{1}{4}$ Elle.
18. 12löthig.

Regel quinque mit directen Verhältnissen.

§. 204. S. 362.

1. 288 Rthlr.
2. 107 - 12 gr.
3. 66⅔ Pfd.
4. 146¼ Mtz. od. 9 Schffl. 2¼ Mtz.
5. 1176 preuſs. Thaler.
6. 175 Stück.
7. 9227,422 fl. (25⅓ kr. cca.)
8. 570 fl. 58½ kr.
9. a) 36 Rtlr. 9 gr. 8,6 Pf. cca.
 b) 2915 - 8 - 3,4 -
10. 1880 - 8 - 7½ -

Regel quinque mit indirecten Verhältnissen.

§. 207 a) S. 367.

1. 40 Zntn.
2. 6400 Rthlr.
3. 627½ Rthlr.
4. 144 Ell.
5. 216 -
6. 15 Arbeiter.
7. 5 Pfd. $6\frac{2}{13}$ Lt.
8. $96\frac{28}{33}$ Ell.
9. 32 Bogen.
10. 60 Ruthen lang.
11. 14löthig
12. 16 Stunden.

§. 207 b) S. 368.

1. 15 Stunden.
2. 237 Rthlr.
3. 3 Mahlgänge.
4. 25 Pfd.
5. 28⅘ Elle.
6. 2 Pfd. 23 Lt.
7. 4 Procent.
8. 14⅖ Zentn.
9. 164 Rthlr. 12 gr.
10. 700 Stück.

K e t t e n r e g e l.

§. 212. S. 380.

1. 2590 Rthlr.
2. 10 Gr. 9⅗ Pf.
3. 2541 Rthlr.
4. 3637,2 - (4 Gr. 9,6 Pfn.)
5. 303,893 (21 Gr. 5 Pfn.)
6. 8 Pf.
7. 24 Bogen.
8. 8 Gr. 11,64 Pf.
9. 1 Rthlr. 13 Gr. $2\frac{1}{15}$ Pf.
10. — 16 Gr. $2\frac{1}{16}$ -

Kettenregel mit indirecten Verhältnissen.

§. 216. S. 386.

1. 28 Tage.
2. 12 Stunden.
3. 56 Ellen.
4. 10 Wochen 4 Tage.
5. 32 Arbeiter.
6. 65 Fuſs lang.

A. Einfache Gesellschaftsrechnung.

§. 225. S. 398.

1. B. 175 Rtl. C. 75 Rtl.
2. der Sohn 6923$\frac{1}{13}$ fl.
 d. Tochter 4615$\frac{5}{13}$ -
 d. Mutter 3461$\frac{7}{13}$ -
3. A. 362$\frac{26}{27}$ Rthlr.
 B. 622$\frac{2}{9}$ -
 C. 311$\frac{1}{9}$ -
 D. 933$\frac{1}{3}$ -
 E. 466$\frac{2}{3}$ -
 F. 103$\frac{19}{27}$ -
4. A. 1332 Rthlr.
 B. 1836 Rthlr.
 C. 1773 -
 D. 3087 -
 E. 1413 -
 F. 1692 -
 G. 1926 -
 H. 2313 -
5. Die Tochter 1623 Rthlr. 8 Gr.
 Die Mutter 3246 Rthlr. 16 Gr.
 Der Sohn 6493 Rthlr. 8 Gr.

B. Zusammengesetzte Gesellschaftsrechnung.

§. 228. S. 402.

1. A. 10500 Rfl.
 B. 6600 -
 C. 4500 -
2. A. 8308 Mk. 2 Schll.
 B. 3692 - 8 -
3. Der Jüngste erh. 400 Lstl.
 Der Mittlere 350 Lstl.
 Der Aelteste - 300 Lstl.
4. Die Wittwe erh. 7817$\frac{1}{7}$ Rtl.
 W. - 6067$\frac{1}{7}$ -
 R. - 5817$\frac{1}{7}$ -
 L. - 5442$\frac{1}{7}$ -
 Die übrigen 3 Kinder jedes 4317$\frac{1}{7}$ Rthlr.

A. Niedere Praktik.

§. 233. S. 409.

Braunschweig.

1. 15 Rtl. 18 Ggr.
2. 1 - 16 - 6 Pfenn.
3. 5 - 18 - — -
4. 3 - 17 - — -
5. 1 - 3 - — -
6. 1 - 13 - 6 -

Bremen.

7. 5 Rthlr. 18 Groot.
8. 4 - 54 -
9. 1 - 4 -
10. — Rthlr. 28 Groot.
11. 16 - — -
12. 21 - — -

Hamburg.

13. 8 Mk. 3 Schll.
14. 13 - 8 -
15. 23 4 -
16. 6$\frac{7}{8}$ Rtl. (20 Mk. 10 S.)
17. 8 Mark 12 Schll.
18. 84 - — -
19. 30 - 12 -

§. 235. S. 413.

Amsterdam.

1. 475 fl. $17\frac{1}{2}$ Stüv.
2. 233 - 8 - 2 Pf.
3. 175 - 7 - 3 Pf.
4. 329 Rtl. od. 822 fl. 10 St.
5. 511 fl.
6. 1009 - 3 Stüv. 12 Pf.

Cadix.

7. $4341\frac{1}{2}$ Rpta.
8. $8521\frac{1}{2}$ -
9. $29151\frac{7}{16}$ -
10. $670\frac{1}{2}$ Ps. od. 5364 Rpta.
11. $4417\frac{1}{2}$ Rpta.
12. $2748\frac{1}{2}$ -

Danzig.

13. $468\frac{1}{8}$ fl.
14. $4389\frac{1}{4}$ -
15. $5892\frac{1}{12}$ fl.
16. $5253\frac{1}{2}$ -
17. $3433\frac{1}{2}$ -
18. $404\frac{15}{16}$ -

Leipzig.

19. 384 Rtl. 13 Gr. 6 Pfen.
20. 1040 - 6 - $7\frac{1}{2}$ -
21. 68 - 17 - $7\frac{1}{2}$ -
22. 280 - 12 - — -
23. 520 - 21 - 9 -
24. 427 - 12 - — -

Lissabon.

25. $1'006192\frac{1}{2}$ Rees.
26. $536948\frac{1}{2}$ -
27. $2'303726\frac{1}{4}$ -
28. $182767\frac{1}{3}$ -
29. $1'819474\frac{1}{2}$ -
30. $597360\frac{15}{16}$ -

Magdeburg.

31. 864 Rthlr. 11 Gr. 6 Pf.
32. 42 - 21 - 7,2 -
33. 5 - 18 - $3\frac{11}{18}$ -
34. 9 Rthlr. 18 Gr.
35. 2 - 17 -
36. 19 - 19 -

§. 238. S. 418.

Augsburg.

1. 278 fl. 15 Xr.
2. 575 - $7\frac{1}{2}$ -
3. 97 - 30 -
4. 1580 - $12\frac{1}{2}$ -
5. 348 - — -

Bordeaux.

6. 2527 fr. 20 cent.
7. 3205 - 50 -
8. 542 - 85 -
9. 2220 - $56\frac{1}{4}$ -
10. 5471 - 70 -

Breslau.

11. 2316 Rthlr. 18 Sgr.
12. 165 - $4\frac{1}{2}$ -
13. 128 - 10 -
14. 102 - 15 -
15. 390 - 25 -

Kopenhagen.

16. 48 Rthlr.
17. 919 - 66 Schll.
18. 924 - — -
19. 132 - 12 -
20. 572 - 72 -

London.

21. 202 L. 14 S. 9 D.
22. 128 - 14 - 6 -
23. 34 - 15 - — -
24. 17 - 2 - — -
25. 1389 - 15 - — -

St. Petersburg.

26. 600 Rubel 40 Kop.
27. 273 - — -

28. 444 Rubel $37\frac{1}{2}$ Kop.
29. 281 - 75 -
30. 393 - 25 -

§. 240. S. 422.

Amsterdam.

1. 237 fl.
2. 419 - 8 Stüv.
3. 930 - $6\frac{1}{4}$ -
4. 160 - 10 -
5. 49 - 19 -

Danzig.

6. 174 fl. 20 Gr.
7. 362 - 4 -
8. 326 - $26\frac{1}{4}$ -
9. 1280 - — -
10. 215 - $3\frac{1}{3}$ -

Frankfurt a. M.

11. 441 fl.
12. 815 -
13. 288 - 45 Xr.
14. 137 - 20 -
15. 187 - — -

St. Petersburg.

16. 740 Rubel 25 Kop.
17. 411 - 40 -
18. 915 - $62\frac{1}{2}$ -
19. 279 - $82\frac{1}{2}$ -
20. 137 - $96\frac{1}{4}$ -
21. 841 - 50 -
22. 162 - $52\frac{1}{2}$ -

Riga.

23. 22 Rthlr. 60 Gr. Alb.
24. 63 - 30 -
25. 386 - — -
26. 63 - 60 -

Warschau.

27. 420 fl. 10 Gr. poln.
28. 617 - 18 -
29. 645 - — -
30. 291 - $11\frac{1}{4}$ Gr.

§. 241. S. 424.

Hamburg.

1. 265 Mk. 5 Schl. 4,32 Pf.
2. 176 - 13 - 9 -
3. 405 - 9 - 9 -

Leipzig.

4. 122 Rthlr. 13 Gr. 8,16 Pf.
5. 30 - 15 - $4\frac{32}{55}$ -
6. 31 - 6 - —

§. 245. S. 429.

Amsterdam.

1. $3973\frac{3}{4}$ fl.
2. 460 -
3. 2850 -

Hamburg.

4. 3875 Mk.
5. 3700 -
6. 1698 - 12 Schll.
7. 575 Mark.
8. 1675 -

Augsburg.

9. 288 Xr. oder 4 fl. 48 Xr.

Amsterdam.

10. 44 Stüv.

Breslau.

11. 74 Sgr.

Königsberg.

12. $5\frac{1}{2}$ Gr.
13. $6\frac{1}{3}$ -
14. $9\frac{1}{2}$ -

Leipzig.

15. 5 Gr.
16. 7 -
17. 13 -
18. $27\frac{5}{6}$ -

Berlin.

19. 6 Gr. $3\frac{3}{11}$ Pfenn.
20. 4 - 7 Pfenn. ca.

Leipzig.

21. 6 Gr. 4 Pfenn. ca.
22. 6 - — -
23. 2 - 3 -
24. 19 - 6 -

Stettin.

25. 4 Gr.

Altona.

26. 775 Mark.

Hamburg.

27. 1452 Mk. 8 Schll.

London.

28. 67 S.

Kopenhagen.

29. 47 Schll. d.

Königsberg.

30. 620 fl.
31. 718 fl. 10 Gr.

Amsterdam.

32. 5800 fl.

B. Höhere Praktik.

§. 249. S. 434.

1. 4019 fl. 8 Stüv. Bco.
2. 1315 - 13 -
3. 3540 - 12 - Cur.
4. 612 - $19\frac{1}{2}$ -
5. 3462 - 15 -
6. 3587 - 17 -
7. 3319 - $6\frac{1}{4}$ -

Hamburg.

8. 394 Mk. 5 Schll. 7,2 Pf.
9. 716 - 1 - 7,2 -
10. 206 - 12 - 9,6 -
11. 763 - 15 - 2,4 -
12. 1043 - 2 -

Leipzig.

13. 1243 Rthlr. 16 Gr. 6 Pf.
14. 633 - 18 - — -
15. 194 - 11 - $7\frac{1}{2}$ -
16. 1463 -

Nürnberg.

17. 172 fl. 30 Xr.
18. 567 - 36 -
19. 512 - 10 -
20. 273 - 54 -

§. 253. S. 438.

Bremen.

1. 1412 Rthlr. 48 Groot.
2. 227 - 27 -
3. 511 - 67 -
4. 1840 - $38\frac{2}{5}$ -
5. 654 - 36 -
6. 1580 - 60 -

Danzig.

7. 3035 fl. 3 Gr.
8. 15884 - 25 -
9. 2916 - 27 -

10. 1134 fl. 27 Gr.
11. 1726 - 18 -
12. 1457 - — -

Moskwa.

13. 2066 Rubel, 85 Kop.
14. 3513 - 30 -
15. 1605 - 40 -

Riga.

16. 281 Rthlr. 18 Gr. Alb.
17. 397 - $76\frac{1}{2}$ -
18. 525 - 15 -

Triest.

19. 1361 fl. 25 Xr.
20. 596 - 51 -

§. 256. S. 444.

Erfurt.

1. 4915 Rthlr. 15 Gr.
2. 312 - 19 - 6 Pf.
3. 177 - 6 - 3 -

Gera.

4. 294 Rthlr. 1 Gr. $1\frac{1}{2}$ Pf.
5. 399 - 21 - $7\frac{1}{5}$ -
6. 1361 - 6 - — -

Hamburg.

7. 1778 Mk. 4 Schll.
8. 1240 - 12 - 6 Pf.
9. 503 - 4 - 3 -
10. 267 - 12 - — -

Lübeck.

11. 1673 Mk. 6 Schill. 4,8 Pf.
12. 273 - 14 - $4\frac{4}{5}$ -
13. 784 - 11 - — -
14. 813 - 7 - 3 -

Marseille.

15. 2878 fr. 95 cent.
16. 3788 - $67\frac{1}{2}$ -
17. 2998 - 80 -

Naumburg.

18. 948 Rthlr. 11 Gr. $1\frac{1}{2}$ Pf.
19. 1199 - 9 - $7\frac{1}{2}$ -
20. 1090 - 6 - 3 -

§. 259. S. 449.

Breslau.

1. 847 Rthlr. $25\frac{1}{2}$ Sgr.
2. 391 - 13 - 4 Pf. ca.
3. 320 - 22 - 1 -
4. 164 - 22 - — - ca.

Elbing.

5. 1071 fl. $26\frac{2}{11}$ Gr.
6. 204 - $1\frac{7}{8}$ od. 2 Gr. ca.
7. 1696 - $4\frac{1}{2}$ - ca.
8. 2013 - 28 -

Hamburg.

9. 8804 Mk. 14 Sch. 6 Pf. ca.
10. 1999 - 2 - $7\frac{1}{2}$ -
11. 1377 - 14 - 3 -
12. 184 - 1 - 8 -

Magdeburg.

13. 400 Rthlr. 20 Gr. 6 Pf. ca.
14. 191 - 10 - — -
15. 232 - 16 - 1 - ca.
16. 545 - 4 - 6 -

Stettin.

17. 419 Rthlr. 22 Gr. 4 Pf. ca.
18. 740 - 1 - 6 -
19. 1475 - 17 - 3 -
20. 2250 - 16 - $4\frac{1}{8}$ -

Sont. 28 Feb
6 1/4 ab ...

4984
12
59808

9968
4984
59808

132
12
264
132
1584